Programme de colle - semaine 2 - 25 septembre

La colle débutera par une ou plusieurs questions de cours citées en fin de programme de colle. Le cours doit être parfaitement su.

Nombres complexes

Cours de la semaine dernière et en plus :
Linéarisation.
Expression de $\cos(n\theta)$ **et** $\sin(n\theta)$ **comme polynômes en** $\cos\theta$ **et/ou** $\sin\theta$
Équations polynomiales de degré 2 Racine carrée d'un nombre complexe, résolution d'un trinôme à coefficients complexes. Relations coefficients-racines (pour un polynôme de degré 2) .
Racines n**-ièmes d'un nombre complexe.** Groupe $\mathcal{U}_n$ des racines n-ièmes de l'unité. Description, cardinal. Existence et calcul des racines n-ième d'un complexe non nul.

N.B. Le chapitre Nombres Complexes n'est pas encore fini. Reporté à la semaine prochaine : exponentielle complexe et expression complexes des similitudes directes.

Éléments de logique

Proposition Logique. Négation, conjonction, disjonction, implication, équivalence.

QUESTIONS DE COURS :

1. Linéarisation. Exemple linéariser $\cos^3(\theta)$ ou $\sin^3(\theta)\cos(\theta)$ ou au choix du colleur linéarisation de $\cos^{2p}(\theta)$ ou de $\cos^{2p+1}(\theta)$ ou de $\sin^{2p}(\theta)$ ou de $\sin^{2p+1}(\theta)$ (avec $p \in \mathbb{N}$).
2. Exprimer $\cos(n\theta)$ comme un polynôme en $\cos(\theta)$ (on part de la formule de De Moivre) ou $\sin(n\theta)$ comme un polynôme en $\cos\theta$ et $\sin\theta$
3. Déterminer les racines carrées de $1 + i\sqrt{3}$, puis les racines carrées de $3 + 4i$
4. Trinôme du second degré : 1) vérifier que l'étudiant sait mettre un trinôme du second degré $az^2 + bz + c$ ($a \neq 0$) sous forme canonique. 2) Résolution de l'équation $z^2 + z + 1 = 0$ et/ ou de $z^2 + 2z + \frac{7}{4} + i = 0$
5. L'ensemble $\mathcal{U}_n = \{z \in \mathbb{C}, z^n = 1\}$ est inclus dans $\mathcal{U}$, est stable par produit, inverse et conjugaison.
6. $\mathcal{U}_n = \{e^{i\frac{2k\pi}{n}}, k \in [\![0, n-1]\!]\}$ (démo)
7. $\mathcal{U}_n$ est de cardinal n et pour $n \geq 2$, $\displaystyle\sum_{z\in\mathcal{U}_n} z = 0$.
8. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^4 = -1$ ou $z^6 = \frac{-4}{1+i\sqrt{3}}$ et/ou pour $a \in \mathbb{C}^*$, résolution de $z^n = a$.
   On écrit a sous forme trigo et on utilise le résultat de cours sur $\mathcal{U}_n$ *une fois qu'on s'est ramené à* $z^n = z_0^n$.
9. Soit P, Q des assertions logiques.
   Sans démonstration : donner le contraire de l'assertion (P et Q),
   donner le contraire de l'assertion (P $\implies$ Q),
   donner une assertion équivalente à (P ou Q).

PRÉVISIONS : Complexes (fin) : exponentielle complexe, applications à la géométrie et description des similitudes directes.
Logique : quantificateurs, méthodes de démonstrations. Ensembles.
Puis Applications (injection, surjection, bijection, notions d'image directe et réciproque).