



Devoir surveillé n°1

N.B. : vous attacherez la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES :

Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.

Ne pas utiliser de correcteur.

Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Première partie

Propulsion

Pour leur propulsion, les avions sont équipés majoritairement de réacteurs. Cette dénomination usuelle désigne en fait des turboréacteurs qui appartiennent à la catégorie des turbomachines encore appelées générateurs ou turbines à gaz. Les turbomachines présentent plusieurs avantages par rapport aux moteurs à pistons, avec notamment un rapport puissance-poids environ trois fois supérieur. En effet, le nombre de pièces mobiles est réduit et leur mouvement est très simple, ce qui permet de les alléger. Ces machines sont inégalables lorsque de grandes puissances sont requises avec des contraintes d'espace ou de poids. Leur inconvénient majeur est que leur efficacité et leur réactivité chutent très rapidement à faible puissance : ils ne sont donc pas adaptés au domaine automobile par exemple.

Les constituants principaux d'un turboréacteur sont un compresseur, une chambre de combustion et une turbine. Dans cette partie on étudie un turboréacteur dit simple flux (figure 1) pour lequel le gaz entrant dans le réacteur passe dans un diffuseur pour en diminuer la vitesse avant d'être comprimé par le compresseur. Le gaz comprimé arrive dans une chambre de combustion où il est chauffé avant d'être détendu partiellement dans la turbine qui fournit la puissance nécessaire au compresseur. En sortie de turbine, le gaz reste à une pression relativement élevée par rapport à la pression extérieure et il est détendu dans une tuyère, ce qui permet de l'accélérer : c'est cette accélération qui permet la propulsion de l'avion.

Le turboréacteur simple flux est principalement utilisé dans l'aviation militaire.

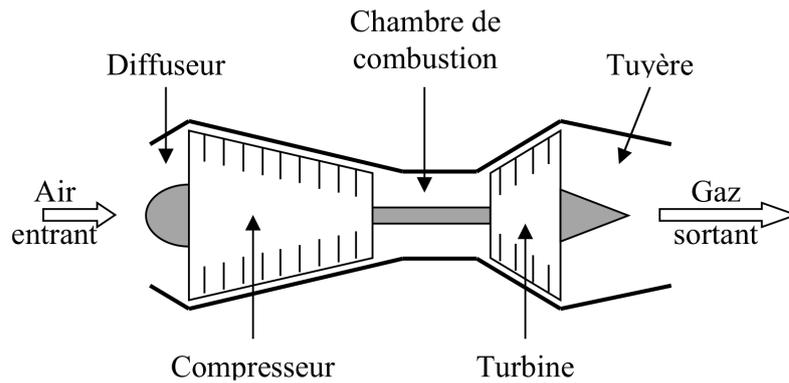


Figure 1 - Schéma de principe d'un turboréacteur simple flux

I Cycle thermodynamique de Brayton

Le turboréacteur fonctionne selon le cycle théorique ouvert de Brayton. Les conditions d'étude de ce cycle sont les suivantes :

- l'air est considéré comme un gaz parfait. Sa capacité thermique massique à pression constante c_p est supposée constante, comme le rapport γ entre les capacités thermiques isobare et isochores. On prendra $\gamma = 1,35$ et $c_p = 1,1 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$,
- les variations d'énergie potentielle sont négligeables,
- l'énergie cinétique est supposée négligeable entre l'entrée du compresseur et la sortie de la turbine.

En entrée du diffuseur, l'air est à l'état (1) : (P_1, T_1) . On considère que le diffuseur est idéal, ce qui revient à dire que l'énergie cinétique du gaz après traversée du diffuseur est négligeable devant les autres termes énergétiques et que la traversée du diffuseur est adiabatique et réversible. En entrée du compresseur, l'air se trouve à l'état (2) : (P_2, T_2) et est amené à l'état (3) : $(P_3 = 10P_2, T_3)$ par une compression adiabatique réversible.

Dans la chambre de combustion, l'air, mélangé au carburant, subit un échauffement isobare réversible jusqu'à l'état (4) : $(P_4, T_4 = 1400 \text{ K})$. Bien que les compositions du gaz à l'entrée et à la sortie de la chambre de combustion soient différentes, pour simplifier la modélisation, on suppose que celle-ci sert uniquement à réchauffer l'air et que les propriétés de l'air ne sont pas modifiées par ce changement de composition.

L'air parvient alors dans la turbine où il subit une détente adiabatique réversible jusqu'à l'état (5) : (P_5, T_5) . Enfin, il se détend de façon adiabatique et réversible dans la tuyère et arrive dans l'état (6) : (P_6, T_6) .

On considère un avion qui vole avec une vitesse de croisière $V_a = 260 \text{ m.s}^{-1}$ par rapport à l'air considéré au repos. À cette altitude, l'air est à la pression de 34,5 kPa et à la température de -40°C .

L'air entre dans le compresseur avec un débit massique $D_m = 45 \text{ kg.s}^{-1}$.

On rappelle que l'expression du premier principe pour une masse $m = 1 \text{ kg}$ de fluide en écoulement au travers d'une machine est :

$$\Delta h + \frac{\Delta v^2}{2} + g\Delta z = w_u + q_e$$

où Δh représente la différence $h_s - h_e$ entre les enthalpies massiques (en kJ.kg^{-1}) du fluide à la sortie h_s et à l'entrée h_e de la machine,

$$\Delta v^2 = v_s^2 - v_e^2$$

avec v_s et v_e les vitesses du fluide à la sortie et à l'entrée de la machine,

$$\Delta z = z_s - z_e$$

avec z_s et z_e les altitudes du fluide à la sortie et à l'entrée de la machine, w_u le travail massique utile, c'est-à-dire le travail massique (en $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$) échangé entre une masse $m = 1 \text{ kg}$ de fluide et les parois mobiles de la machine, q_e le transfert thermique massique entre le kilogramme de fluide et la machine (en $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$).

- Q1. Donner l'expression de la température T_2 en fonction de T_1 , V_a et c_p . Effectuer l'application numérique.
- Q2. Donner l'expression de la pression P_2 en fonction de P_1 , T_1 , T_2 et γ . Effectuer l'application numérique.
- Q3. Établir l'expression du travail massique utile w_{comp} fourni à l'air par le compresseur. En prenant $T_3 = 480 \text{ K}$, calculer la puissance P_{comp} de ce dernier.
- Q4. Sachant que le travail fourni par la détente du gaz dans la turbine est intégralement reçu par le compresseur, déterminer l'expression de la température T_5 en fonction de T_2 , T_3 et T_4 .
Calculer la valeur de T_5 . En déduire la valeur de la pression P_5 .
- Q5. Donner l'expression de la vitesse de sortie du gaz v_s en sortie de tuyère en fonction de T_5 , T_6 et c_p .
Calculer la valeur de v_s sachant que $T_6 = 680 \text{ K}$.
- Q6. Déterminer la puissance liée à la force propulsive. La force propulsive est la force exercée par l'air passant dans le turboréacteur sur l'avion. Elle a pour expression : $\vec{F}_{\text{prop}} = D_m(\vec{v}_e - \vec{v}_s)$ avec \vec{v}_e vitesse de l'air à l'entrée du turboréacteur.
- Q7. Calculer le rendement η du turboréacteur qui correspond au rapport entre la puissance liée à la force propulsive et la puissance qui sert à chauffer le gaz dans la chambre de combustion $P_{\text{chamb}} = 45,5 \text{ MW}$. Comparer avec le rendement d'autres machines thermiques.

II Étude théorique de la tuyère

La tuyère, dernière partie du turboréacteur, a pour but d'accélérer les gaz et d'assurer ainsi la propulsion de l'avion. Dans cette sous-partie, on va détailler le fonctionnement d'une tuyère afin de montrer quelle géométrie est compatible avec l'accélération souhaitée. Cette sous-partie est toutefois indépendante de la précédente.

On considère une tuyère de révolution d'axe horizontal ($x'x$), de section lentement variable, dans laquelle se produit une détente d'air. L'air est assimilé à un gaz parfait, évoluant de façon adiabatique réversible, en écoulement permanent unidirectionnel, de telle sorte que les paramètres physiques : pression P , température T , vitesse v et masse volumique ρ ne dépendent que de l'abscisse x .

En $x = 0$, à l'entrée de la tuyère de section S_e , la pression du gaz est notée P_e , sa température T_e , sa masse volumique ρ_e et la vitesse v_e . La capacité thermique massique à pression constante c_p et le rapport γ entre les capacités thermiques isobare et isochore sont supposés constants.

À l'abscisse x , au niveau de la section $S(x)$, la vitesse du gaz $v(x)$ de pression $P(x)$, a pour expression :

$$v(x) = \sqrt{v_e^2 + 2 \cdot c_p \cdot T_e \cdot \left[1 - \left(\frac{P(x)}{P_e} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$

- Q8. On pose $v_m = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot T_e}$. Vérifier que cette quantité est homogène à une vitesse. On évalue v_m à environ $1000 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
- Q9. Montrer que le débit massique D_m à l'abscisse x a pour expression : $D_m = \rho_e \cdot v_m \cdot S(x) \cdot G(x)$. Donner l'expression de la fonction $G(x)$ en fonction de P_e , $P(x)$, v_e , v_m et γ .

On pose $\alpha(x) = \frac{P(x)}{P_e}$ et on se propose dans les trois questions suivantes d'étudier et d'exploiter la courbe C_G associée à la fonction $G(\alpha)$ pour $0 \leq \alpha \leq 1$ représentée en figure 2.

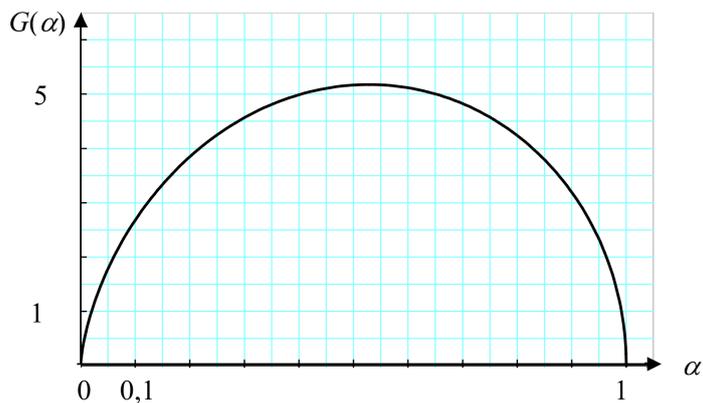


Figure 2 - Courbe C_G associée à la fonction $G(\alpha)$ pour $0 \leq \alpha \leq 1$

- Q10. Que vaut α en entrée de la tuyère? Montrer, à l'aide de la figure 2 et des relations des questions précédentes que pour que la vitesse augmente la tuyère doit d'abord être convergente.
- Q11. En considérant que $v_e = 100 \text{ m.s}^{-1}$, on peut négliger v_e^2 devant v_m^2 . Dans ces conditions, on admet que de la fonction $G(\alpha)$ est maximale pour $\alpha_c = \left(\frac{2}{1+\gamma}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$. Montrer qu'avec une tuyère uniquement convergente, la vitesse ne peut augmenter que jusqu'à une valeur limite v_{lim} qu'on exprimera en fonction de v_m et γ .
- Q12. On note S_{col} la section minimale de la tuyère à l'abscisse x_{col} lorsque la vitesse est v_{lim} . Donner l'expression du rapport $\frac{S_{col}}{S_e}$ en fonction de v_e , v_m et $G(\alpha_c)$. Donner une valeur numérique approchée de ce rapport à l'aide de la figure 2.
- Q13. On rappelle que la théorie des ondes sonores permet d'établir que la célérité c du son dans un gaz supposé parfait et subissant une transformation adiabatique réversible est donnée par la relation $c = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$.
 Montrer que la vitesse limite de l'écoulement v_{lim} a pour expression $v_{lim} = \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma}{1 + \gamma} \cdot \frac{R}{M} \cdot T_e}$.
 Puis, vérifier que cette vitesse est égale à la célérité c_{col} du son dans cette section S_{col} .
- Q14. Pour les avions civils de transport de passagers, les tuyères sont convergentes afin que l'air sorte à une vitesse égale à la vitesse du son. La pression à la sortie de la tuyère est égale à la pression extérieure P_{atm} . Donner l'expression de la pression P_e à l'entrée de la tuyère en fonction de P_{atm} et γ . Calculer P_e pour $P_{atm} = 34,5 \text{ kPa}$ et $\gamma = 1,35$.
- Q15. Pour les avions militaires, on souhaite que la vitesse à la sortie de la tuyère soit supersonique (supérieure à la vitesse locale du son). Quelle forme doit-on donner à la tuyère après la partie convergente? Justifier.

Deuxième partie

Étude du circuit secondaire d'une installation nucléaire REP

Ce sujet comporte un document réponse à rendre avec la copie. Les données numériques utiles sont fournies en fin d'énoncé.

La France compte 19 centrales nucléaires en exploitation, dans lesquelles tous les réacteurs (58 au total) sont des réacteurs à eau pressurisée. Actuellement, ces installations produisent près de 80% de l'électricité produite en France. Chaque centrale est soumise à un référentiel de normes de sûreté et de sécurité évoluant en fonction des enseignements des incidents passés nationaux ou internationaux.

Le but de ce problème est d'étudier quelques aspects liés au fonctionnement d'une centrale nucléaire REP, ainsi que plusieurs dispositions prises en matière de sûreté nucléaire : contrôle des rejets de la centrale et surveillance sismique d'un site nucléaire.

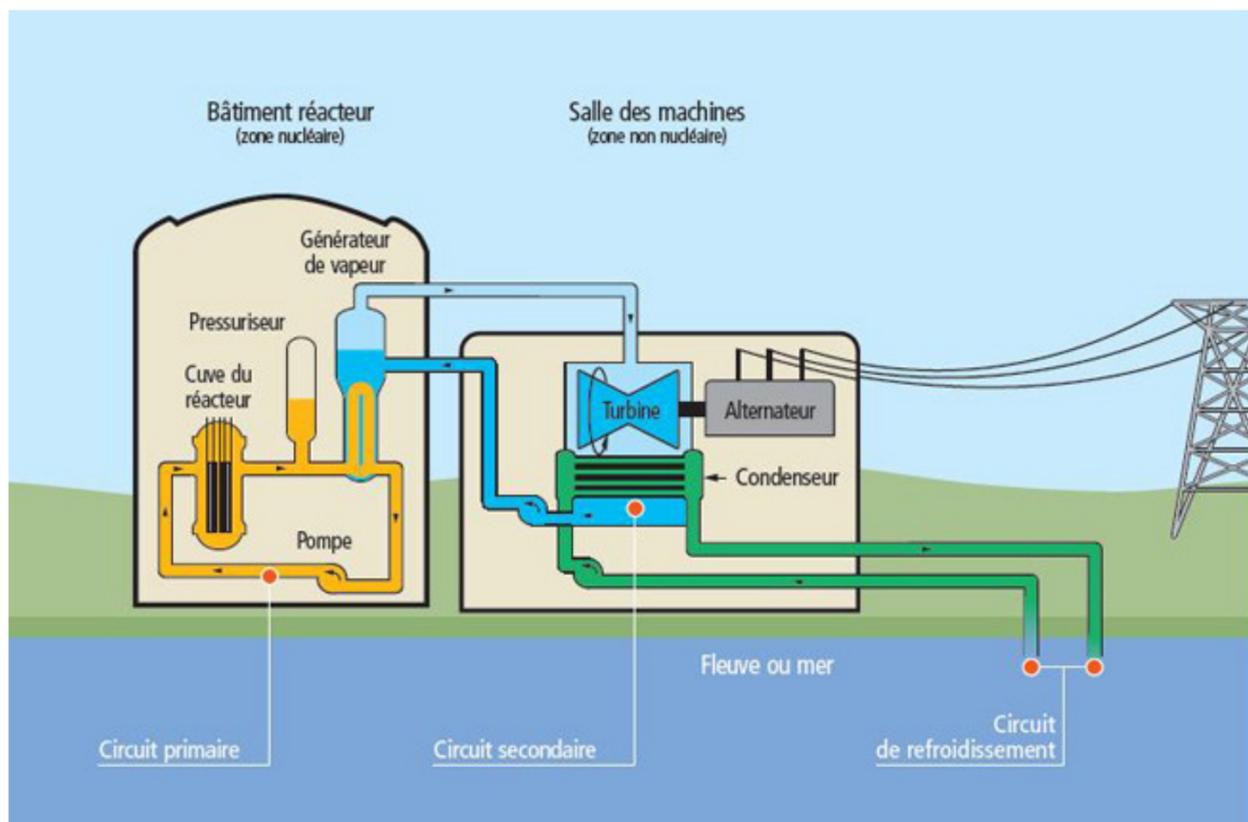


FIGURE 1 – Schéma global d'une centrale nucléaire

Une centrale nucléaire est un site industriel destiné à la production d'électricité, qui utilise comme chaudière un réacteur nucléaire pour produire de la chaleur. Une centrale nucléaire REP (Réacteur à Eau Pressurisée) est constituée de deux grandes zones (voir figure 1) :

- une zone non nucléaire (salle des machines). Dans cette partie, semblable à celle utilisée dans les centrales thermiques classiques, s'écoule de l'eau dans un circuit secondaire. Cette eau est évaporée dans le Générateur de Vapeur (GV) par absorption de la chaleur produite dans la zone nucléaire, puis elle entraîne une turbine (T) couplée à un alternateur produisant de l'électricité, ensuite elle est condensée au contact d'un refroidisseur (rivière ou mer ou atmosphère via une tour aéroréfrigérante) et enfin, elle est comprimée avant d'être renvoyée vers le générateur de vapeur ;
- une zone nucléaire (dans le bâtiment réacteur), où ont lieu les réactions nucléaires de fission, qui pro-

duisent de l'énergie thermique et chauffent ainsi l'eau sous pression circulant dans le circuit primaire. Le transfert d'énergie thermique entre le circuit primaire et le circuit secondaire se fait dans le générateur de vapeur, où la surface d'échange entre les deux fluides peut atteindre près de 5000 m^2 (réseau de tubulures).

Description du circuit secondaire de la centrale

Considérons une centrale nucléaire REP produisant une puissance électrique $P_e = 900 \text{ MW}$. Le fluide circulant dans le circuit secondaire est de l'eau, dont l'écoulement est supposé stationnaire. Le cycle thermodynamique décrit par l'eau est un cycle ditherme moteur. L'eau liquide sera supposée incompressible et de capacité thermique massique isobare supposée constante. Le tableau en fin d'énoncé donne diverses données thermodynamiques relatives à l'équilibre liquide-vapeur de l'eau.

I Cycle de Carnot

Dans une première approche simplifiée, on considère le moteur ditherme de Carnot fonctionnant de manière réversible entre deux sources de température T_{ch} et T_{fr} ($T_{\text{fr}} < T_{\text{ch}}$).

- Donner, en la redémontrant, l'expression du rendement de Carnot associé à ce cycle.
- Donner la valeur numérique de ce rendement en prenant $T_{\text{ch}} = 543 \text{ K}$ et $T_{\text{fr}} = 303 \text{ K}$, les deux températures extrêmes de l'eau dans le circuit secondaire.
- Sachant qu'un réacteur REP fournit à l'eau du circuit secondaire, via le générateur de vapeur, une puissance thermique $P_t = 2785 \text{ MW}$, que vaut le rendement thermodynamique réel de l'installation ? On supposera que la puissance mécanique transmise à la turbine est intégralement convertie en puissance électrique. Commenter.

II Cycle de Rankine

L'eau du circuit secondaire subit les transformations suivantes (représentées dans la figure 2)

- de A à B : dans le générateur de vapeur, échauffement isobare du liquide à la pression $P_2 = 55 \text{ bar}$ jusqu'à un état de liquide saturant (état noté A'), puis vaporisation totale isobare jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (état B) ;
 - de B à C : détente adiabatique réversible dans la turbine, de la pression P_2 à la pression $P_1 = 43 \text{ mbar}$;
 - en C , le fluide est diphasé ;
 - de C à D : liquéfaction totale isobare dans le condenseur, jusqu'à un état de liquide saturant ;
 - de D à A : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression P_1 à la pression P_2 , du liquide saturant sortant du condenseur. On négligera le travail consommé par cette pompe devant les autres énergies mises en jeu.
- Représenter dans le diagramme de Clapeyron (P, v) l'allure de la courbe de saturation de l'eau, ainsi que les isothermes T_B , T_D et T_{critique} , cette dernière température étant celle du point critique de l'eau. Préciser les domaines du liquide, de la vapeur, de la vapeur saturante. Représenter sur ce même diagramme l'allure du cycle décrit par l'eau du circuit secondaire. Indiquer le sens de parcours du cycle et placer les points A , A' , B , C et D .
 - D'après l'extrait de table thermodynamique donné en fin d'énoncé, quelles sont les valeurs des températures, des enthalpies massiques et des entropies massiques aux points A' , B et D ? On pourra donner les valeurs sous forme de tableau.
 - Dans le document réponse figure le diagramme enthalpique (P, h) de l'eau. Placer, avec soin et à l'échelle, les points A' , B , C , D du cycle. On explicitera la méthode.

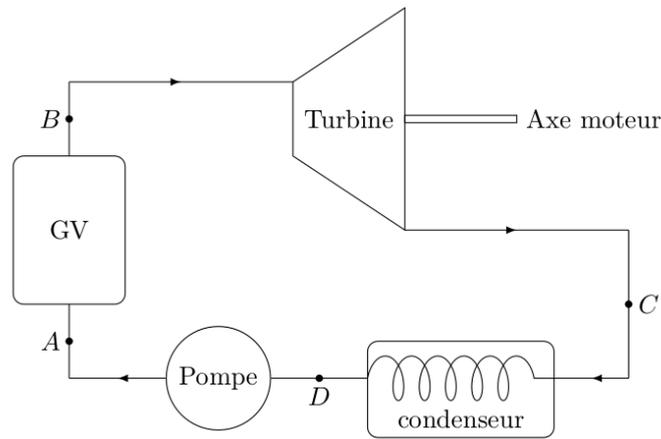


FIGURE 2 – Cycle de Rankine

- d) Dans toute la suite, on négligera les variations d'énergie cinétique et potentielle dans les bilans énergétiques. Exprimer alors, sans démonstration, le premier principe de la thermodynamique pour un fluide en écoulement stationnaire recevant de manière algébrique le travail massique utile w_u et le transfert thermique massique q .
- e) Exprimer le travail massique w_{BC} reçu par l'eau dans la turbine. Donner sa valeur numérique, en s'aidant du diagramme enthalpique.
- f) Exprimer le transfert thermique massique $q_{AA'}$ reçu par l'eau liquide quand elle passe de manière isobare de la température T_A à la température $T_{A'}$ dans le générateur de vapeur. Donner sa valeur numérique : on considérera $T_A \approx T_D$.
- g) Exprimer le transfert thermique massique $q_{A'B}$ reçu par l'eau quand elle se vaporise complètement dans le générateur de vapeur. Donner sa valeur numérique.
- h) Calculer alors le rendement de Rankine de l'installation. Comparer au rendement de Carnot et commenter. Comparer au rendement réel et commenter.
- i) Dans quel état se trouve l'eau à la fin de la détente de la turbine ? Donner le titre massique en vapeur à l'aide du diagramme enthalpique. En quoi est-ce un inconvénient pour les parties mobiles de la turbine ?

III Cycle de Rankine avec détente étagée

Le cycle réel est plus compliqué que celui étudié précédemment (voir figure 3). En effet, d'une part, la détente est étagée : elle se fait d'abord dans une turbine « haute pression » puis dans une turbine « basse pression ». D'autre part, entre les deux turbines, l'eau passe dans un « surchauffeur ». Les transformations sont maintenant modélisées par

- de A à B : dans le générateur de vapeur, échauffement isobare du liquide à la pression $P_2 = 55$ bar, jusqu'à un état de liquide saturant (état noté A'), puis vaporisation totale isobare jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (point B) ;
- de B à C' : détente adiabatique réversible dans la turbine « haute pression », de la pression P_2 à la pression $P_3 = 10$ bar ;
- de C' à B' : échauffement isobare à la pression P_3 , dans le surchauffeur, jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (point B') ;
- de B' à C'' : détente adiabatique réversible dans la turbine « basse pression », de la pression P_3 à la pression $P_1 = 43$ mbar ;
- de C'' à D : liquéfaction totale isobare dans le condenseur, jusqu'à un état de liquide saturant ;
- de D à A : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression P_1 à la pression P_2 , du liquide saturant sortant du condenseur. On négligera le travail consommé par cette pompe devant les autres énergies mises en jeu.

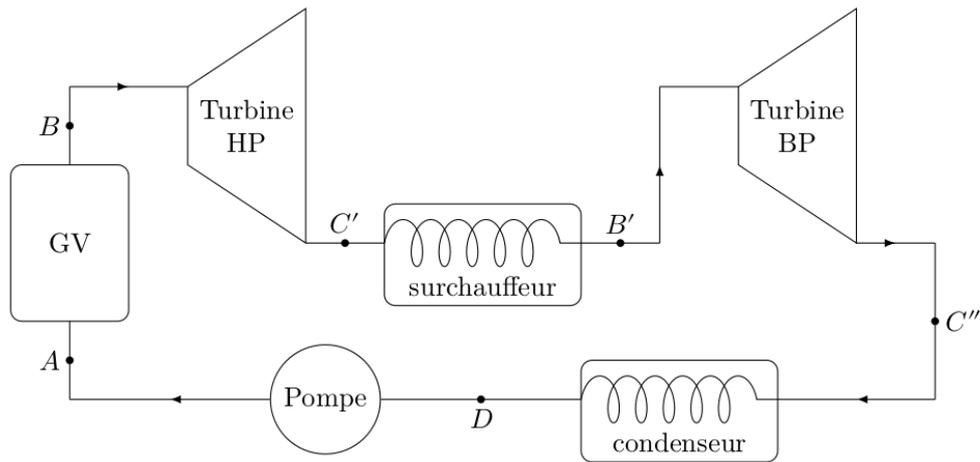


FIGURE 3 – Cycle de Rankine avec détente étagée

- a) Placer les nouveaux points C' , B' , C'' sur le diagramme enthalpique du document réponse.
- b) Comparer les titres massiques en vapeur des points C' et C'' au titre massique en vapeur du point C . Quel est l'intérêt de la surchauffe ?
- c) À l'aide du diagramme enthalpique, déterminer le nouveau rendement du cycle. Commenter.

Données

Extrait de table thermodynamique relatif à l'équilibre liquide-vapeur de l'eau

θ (°C)	P_{sat} (bar)	Liquide saturant			Vapeur saturante sèche		
		v_ℓ (m ³ ·kg ⁻¹)	h_ℓ (kJ·kg ⁻¹)	s_ℓ (J·K ⁻¹ ·kg ⁻¹)	v_v (m ³ ·kg ⁻¹)	h_v (kJ·kg ⁻¹)	s_v (J·K ⁻¹ ·kg ⁻¹)
30	0,043	1,0047	125,22	0,4348	32,892	2555,92	8,4530
180	10	1,1276	763,18	2,1395	0,119404	2777,84	6,5854
270	55	1,3053	1190,10	2,9853	0,03505	2788,46	5,9226

- θ température
- P_{sat} pression de vapeur saturante
- v_ℓ volume massique du liquide saturant
- h_ℓ enthalpie massique du liquide saturant
- s_ℓ entropie massique du liquide saturant
- v_v volume massique de la vapeur saturante sèche
- h_v enthalpie massique de la vapeur saturante sèche
- s_v entropie massique de la vapeur saturante sèche

Capacité thermique massique isobare de l'eau

$$c = 4,18 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$$

Constantes diverses

- Constante des gaz parfaits $R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
- On prendra $0^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$

