Ondes sonores

Applications directes du cours

$\boxed{1}$ Calculer la valeur de la vitesse du son dans l'air à $T = 0^o$C et à $T = 80^o$C.

$\boxed{2}$ Deux ondes sonores, l'une dans l'air et l'autre dans l'eau, ont même intensité.

1. Quel est le rapport de l'amplitude de pression de l'onde dans l'eau à celle de l'onde dans l'air.
2. Quel est le rapport de leurs intensités si leurs amplitudes de pression sont égales ?

Données : masses volumiques : $\mu_{air} = 1,3$ kg.m^{-3} ; $\mu_{eau} = 1,0 \cdot 10^3$ kg.m^{-3} ; coefficient de compressibilité isentropique : $\chi_{s,eau} = 5,0 \cdot 10^{-10}$ Pa^{-1} ; $\chi_{s,air} = 1,4 \cdot 10^{-5}$ Pa^{-1}.

$\boxed{3}$ Une onde acoustique plane et harmonique a une fréquence $f = 500$ Hz et une amplitude de déplacement $\xi_{max} = 10$ nm dans l'air à $T = 293$ K, $p_0 = 1,0$ bar, $M = 29$ g.mol^{-1}.

1. Écrire l'expression de l'onde de déplacement $\xi(x,t)$ puis celle de l'onde de pression $p_1(x,t)$ correspondante.
2. Tracer sur le même graphe $\xi(x,t)$ et $p_1(x,t)$ à t fixé.
3. Calculer le niveau sonore en dB.

$\boxed{4}$ Si l'amplitude d'une onde sonore est triplée, de combien de décibels l'intensité sonore augmente-t-elle ?

$\boxed{1}$ $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$; $c_0 = 331$ m.s^{-1} ; $c_{80} = 376$ m.s^{-1}. $\boxed{2}$ 1. $\frac{p_{\text{eau}}}{p_{\text{air}}} = \left(\frac{\mu_{\text{eau}}\chi_{s,air}}{\mu_{\text{air}}\chi_{s,eau}}\right)^{(1/4)}$; $\frac{p_{\text{eau}}}{p_{\text{air}}} = 68$. 2. $\frac{I_{\text{eau}}}{I_{\text{air}}} = 4,6 \cdot 10^3$. $\boxed{3}$ 1. $\xi(x,t) = \xi_{max}\cos(2\pi ft - kx + \varphi)$; $p_1(x,t) = p_{10}\cos(2\pi ft - kx + \varphi + \frac{\pi}{2})$ avec $p_{10} = \sqrt{\frac{\gamma P_0 M}{RT_0}}2\pi f\xi_{max}$. 2. 3. $I_{\text{dB}} = 8$ dB. $\boxed{4}$

Exercices

1. Propagation dans un tuyau cylindrique

On considère un fluide de masse volumique μ_0 au repos dans un tuyau cylindrique de section S constante. Une onde acoustique longitudinale se propage le long de l'axe (Ox) du tuyau. On suppose le rayon R du tuyau petit devant la longueur d'onde ce qui permet de supposer que toutes les grandeurs sont uniformes sur la section du tube. La tranche de fluide qui se trouve entre les plans x et $x + dx$ au repos se trouve entre les tranches $x + \xi(x,t)$ et $x + dx + \xi(x + dx, t)$ en présence de l'onde acoustique.

1. À l'aide de la conservation de la masse sur cette tranche de fluide, établir une relation entre μ_0, $\mu(x,t)$ (masse volumique en présence de l'onde) et $\dfrac{\partial \xi}{\partial x}$.
2. Par un bilan de forces pressantes sur ce système, en déduire l'équation de propagation de l'onde acoustique dans le tuyau. Le coefficient de compressibilité χ_s est donné.

2. Célérité dans le modèle du gaz parfait

On donne la célérité des ondes acoustiques dans les fluides : $c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\chi_S}}$. L'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire M, de coefficient adiabatique $\gamma = C_P/C_V$ à température T.

1. Rappeler la loi de Laplace qui relie p et V d'un gaz parfait lors d'une transformation isentropique. En déduire que $P\rho^{-\gamma} = $ cte.

2. En déduire que $\chi_S = \dfrac{1}{\gamma p}$ pour un gaz parfait puisque $c = \sqrt{\dfrac{\gamma RT}{M}}$.
3. AN à température ambiante dans l'air ($M = 29$ g/mol, $\gamma = 1,4$).

3. Tuyau d'orgue

On considère un tuyau d'orgue rempli d'air de masse volumique μ_0. On note p_1 la surpression acoustique et u_1 la vitesse particulaire. La célérité du son est notée c. L'extrémité est fermée en $x = 0$ et ouverte en $x = L$. On cherche $p_1(x,t)$ sous la forme d'ondes stationnaires :

$$p_1(x,t) = p_0 \cos(\omega t)\cos(kx + \phi)$$

1. Déterminer la vitesse particulaire en fonction de p_0, μ_0, c, ω, k, x et ϕ.
2. Déterminer la fréquence f_0 du fondamental et les fréquences des harmoniques f_n, avec n entier.
3. Déterminer la position des nœuds et des ventres de surpression acoustique pour f_0 et f_1.
4. L'amplitude maximale du déplacement des particules est $\xi_m = 0,4$ mm. En déduire l'amplitude maximale p_0 de la surpression acoustique pour la fréquence f_0.
   Application numérique : $\mu_0 = 1,3$ kg.m^{-3} ; $c = 340$ m.s^{-1} ; $L = 60$ cm.

4. Valeurs des paramètres d'une onde sphérique

Considérons une source sonore de petite dimension émettant une onde acoustique sphérique harmonique intense de fréquence $f = 1$ kHz et de puissance $P = 1$ kW. L'air est assimilé à un gaz parfait de coefficient adiabatique $\gamma = 1,4$, masse volumique au repos ρ_0 et compressibilité adiabatique $\chi_S = 1/(\gamma p_0)$. On donne l'expression de la surpression $p_1(r,t) = (A/r)\cos(\omega t - kr)$, le vecteur de Poynting moyen $\langle \overrightarrow{R} \rangle = \dfrac{A^2}{2\rho_0 c r^2}\overrightarrow{u_r}$ et la densité volumique d'énergie $e = \dfrac{1}{2}\rho_0 v^2 + \dfrac{1}{2}\chi_S p^2$.

Donner l'expression littérale puis AN des grandeurs suivantes à distance $d = 10$ m de la source :

1. La puissance surfacique moyenne $\langle R \rangle$.
2. L'intensité acoustique en décibel I_{dB}.
3. L'amplitude p_{1m} de surpression.
4. L'amplitude v_{1m} de vitesse.
5. Le déphasage Φ entre surpression et vitesse.
6. La densité volumique d'énergie moyenne.

5. Isolation phonique

Pour étudier l'atténuation sonore introduite par un mur, on adopte le modèle suivant : dans un tuyau de section S, une onde sonore incidente plane progressive harmonique de pulsation ω arrive sur un piston de surface S, d'épaisseur e et de masse volumique μ, libre de se déplacer au voisinage de $x = 0$. On cherche un champ des vitesses de la forme

$$\begin{cases} \underline{v}_1(x<0,t) = A_1 e^{j(\omega t - kx)} + \underline{B}_1 e^{j(\omega t + kx)} \\ \underline{v}_2(x>e,t) = \underline{A}_2 e^{j(\omega t - kx + ke)} \end{cases}$$

1. Justifier cette forme et écrire les surpressions $\underline{p}_1(x,t)$ et $\underline{p}_2(x,t)$ correspondantes.
2. Écrire les conditions aux limites sur le piston indéformable et en déduire que :

$$\frac{\underline{A}_2}{A_1} = \left(1 + \frac{j\omega\mu e}{2\mu_0 c}\right)^{-1}$$

3. En déduire le coefficient de transmission T en puissance du mur. On donne $\mu_0 = 1,3$ kg.m^{-3} ; $\mu = 2.10^3$ kg.m^{-3} et $c = 340$ m.s^{-1}. Quelle doit être l'épaisseur minimale du mur si on veut une atténuation d'au moins -40 décibels pour $f = 1$ kHz ? et pour $f = 100$ Hz ?

6. Propagation des ondes sonores dans un pavillon

Un pavillon est un tuyau dont la section varie régulièrement. Soit $S(x)$ la section à l'abscisse x d'un pavillon d'axe de symétrie (Ox). On suppose que l'écoulement de l'air, de masse volumique μ_0, est unidimensionnel de direction x : $\overrightarrow{v_1} = v_1(x,t)\overrightarrow{e_x}$. On se place dans l'approximation acoustique.

1. Traduire la conservation de la matière pour obtenir :
$$\mu_0 \frac{\partial\,(S v_1)}{\partial\, x} + S\frac{\partial\,\mu_1}{\partial\, t} = 0$$
2. Écrire l'équation thermodynamique et l'équation d'Euler.
3. En déduire l'équation de propagation dans le pavillon est :
$$\frac{\partial^2\, p_1}{\partial\, x^2} + \frac{S'}{S}\frac{\partial\, p_1}{\partial\, x} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\, p_1}{\partial\, t^2} = 0$$
où S' désigne la dérivée de S par rapportà x.
4. Pour un pavillon exponentiel $S(x) = S_0 \exp(2\beta x)$, établir la relation de dispersion de l'équation de propagation.
5. Montrer qu'il n'y a propagation que si ω est supérieure à une pulsation de coupure à préciser.

7. Fréquences propres d'une sphère rigide

On cherche à étudier les modes propres de vibration à l'intérieur d'une sphère rigide de rayon R. On écrit la surpression sous la forme :
$$p(r,t) = \frac{A}{r}e^{i(\omega t - kr)} + \frac{B}{r}e^{i(\omega t + kr)}$$
Pour une fonction $f(r)$ ne dépendant que de la coordonnée sphérique r, on donne le laplacien $\Delta f = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial^2\,(rf)}{\partial\, r^2}$.

1. Justifier cette expression et écrire le champ des vitesses.
2. Quelles sont les conditions aux limites ? Déterminer l'équation vérifiée par les fréquences propres.
3. Donner une valeur numérique approchée de la plus basse de ces fréquences. Effectuer l'application numérique pour $R = 5,0$ cm.

8. Couche sonore anti-reflet

1. Les impédances caractéristiques des tissus musculaires et de l'air pour les ultrasons valent :
$$Z_a = 4,0 \cdot 10^2 \text{usi} \quad \text{et} \quad Z_m = 1,7 \cdot 10^6 \text{usi}$$
Calculer le coefficient de transmission des puissances sonores à une interface air-muscle et commenter.
2. Pour supprimer l'onde réfléchie dans l'air, on réalise une couche anti-reflet d'épaisseur e en graisse, d'impédance Z_g. On note c_a, c_g et c_m les célérités du son dans chacun des trois milieux, et on pose $k_i = \dfrac{\omega}{c_i}$ avec $i = a, m, g$.
On cherche alors, en notation complexe, des champs de vitesses dans les trois milieux de la forme (l'air occupe le demi-espace $x < 0$, la graisse la couche $0 < x < e$ et le muscle le demi espace $x > e$) :
$$v(x<0) = A_a \exp[j(\omega t - k_a x)]\ ,\ v(x>e) = A_m \exp[j(\omega t - k_m x)]$$
$$v(0<x<e) = \exp(j\omega t)[A_g \exp(-jk_g x) + B_g \exp(+jk_g x)]$$
   (a) Faire un schéma pour illustrer la situation.
   (b) Quelle est la forme correspondante du champ des surpressions acoustiques dans les trois milieux ? Écrire les conditions aux limites.
   (c) Une élimination non demandée donne la condition :
$$\frac{Z_g - Z_a}{Z_g + Z_a} = \left(\frac{Z_g - Z_m}{Z_g + Z_m}\right)\exp(-2jk_g e)$$
   Vérifier sa pertinence sur un cas particulier. Déterminer les valeurs convenables de e et Z_g.