

## Révisions de PCSI : Thermodynamique - Correction

### 1 Calcul de transferts thermiques

#### 1.1 Application directe (\*)

D'après le premier principe :  $\Delta U = W + Q$ . Donc  $Q = \Delta U - W$ . Or, pour un gaz parfait,  $U = \text{cte}$  si  $T$  et  $n$  sont constantes. Donc  $\Delta U = 0$ . Puis,  $W = -nRT \ln(V_1/V_0)$  pour une transfo. isotherme. Donc  $Q = nRT \ln(V_1/V_0) > 0$ .

#### 1.2 Transferts thermiques et chemin suivi (\*)

	A	B	C
1. $V$ (L)	10	10	
$p$ (bar)	1		1
$T$ (K)	300	350	350

Puis la relation des GP donne  $p_B = 1,17 \text{ bar}$  et  $V_C = 11,7 \text{ L}$ .

3. 1er principe :  $\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB} = Q_{AB}$  pour isochore.

Or, pour un GP monoatomique,  $\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}\Delta(pV) = 255 \text{ J}$ . Donc  $Q_{AB} = 255 \text{ J} > 0$ .

4. Isotherme pour GP :  $\Delta U = 0$ . Donc  $W_{BC} + Q_{BC} = 0$

Ici réversible veut dire suffisamment doucement pour avoir  $p = p_{\text{ext}}$ .  
Donc  $W_{BC} = -\int_B^C \frac{nRT_B}{V} dV = -p_B V_B \ln \frac{V_C}{V_B} = -184 \text{ J}$ . Donc  $Q_{BC} = 184 \text{ J} > 0$ . Le système reçoit un transfert thermique compensant le travail cédé à l'extérieur.

5.  $Q = Q_{AB} + Q_{BC} = 439 \text{ J}$ .

6. D'une part  $\Delta U' = \frac{3}{2}nR\Delta T = 255 \text{ J}$  comme  $Q_{AB}$ .

D'autre part,  $W' = -\int_A^C p_A dV = -p_A(V_C - V_A) = -170 \text{ J}$ .

Donc premier principe  $Q' = \Delta U' - W' = 425 \text{ J} \neq Q$ . Ainsi,  $Q$  échangé lors d'une transfo entre deux états donnés dépend du chemin suivi !! Il en est de même de  $W$ . Mais pas de  $\Delta U$ ,  $\Delta T$ , ...

### 2 Transformations monobares

#### 2.1 Température finale (\*)

Hypothèses : transformation isobare (à pression atmosphérique) ; et adiabatique  $Q = 0$  (si le mélange est rapide devant les transferts thermiques entre le verre et l'extérieur) ; et équilibre thermodynamique à l'état final.

Évolution de l'état initial  $\{ m_s = 50 \text{ g à } T_s = 30^\circ \text{C} ; m_e = 250 \text{ g à } T_e = 5^\circ \text{C} \}$  vers l'état final  $\{ m = m_e + m_s = 300 \text{ g à } T_f \text{ inconnue} \}$ .

Le premier principe appliqué au fluide total pour une transformation isobare donne  $\Delta H = Q$ , soit  $H_{\text{initial}} = H_{\text{final}}$ . Donc :  $m_s c T_s + m_e c T_e = (m_e + m_s) c T_f$ .

$$\text{Donc } T_f = \frac{m_s T_s + m_e T_e}{m_s + m_e} = 9,2^\circ \text{C}$$

Interprétation : la température finale est le barycentre des températures initiales pondérées par les masses initiales.

#### 2.2 Caillou jeté dans un lac (\*)

- On supposera que le lac est un thermostat :  $T_L \simeq \text{cte}$  (car grande différence de capacités thermique entre le lac et le caillou  $C_L \gg C$ ).
- Monotherme.
- Équilibre thermo : donc  $T_f = T_L$ .
- Phase condensée :  $\Delta V$  négligeable, donc  $W \simeq 0$ . Donc  $Q$  est le principal échange d'énergie.
- Phase condensée :  $\Delta U = mc\Delta T = 0,01 \times 0,8 \cdot 10^3 \times (-10) = -80 \text{ J} < 0$  en prenant  $m = 10 \text{ g}$ .
- On néglige les transfert thermiques avec l'extérieur (donc transfo adiabatique) pour montrer à l'aide du premier principe :

$$T_f = \frac{mcT_1 + m_L c_L T_L}{mc + m_L c_L}$$

La solution est tellement proche de  $T_L$  que ma pauvre calculatrice TI-80 n'a pas la profondeur numérique suffisante et me renvoie  $20^\circ \text{C}$  ! Donc calculons plutôt la variation de température du lac :

$$T_f - T_L = \frac{mcT_1 + m_L c_L T_L}{mc + m_L c_L} - T_L = \frac{mc(T_1 - T_L)}{mc + m_L c_L}$$

$$T_f - T_L = \frac{0,01 \times 0,8 \cdot 10^3 \times 10}{0,01 \times 0,8 \cdot 10^3 + 10^8 \times 4,2 \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{-10} \text{ K} \ll T_L$$

L'approximation assimilant le lac à un thermostat est donc excellente!!

### 2.3 Résolution de pb : Évolution d'un mélange eau-glace (\*\*)

★ *Analyse* : plusieurs hypothèses possible quant à l'état final : (a) soit toute la glace a fondu, (b) soit tout le liquide a gelé, (c) soit on a un mélange à l'équilibre à  $T_f = 0^\circ \text{C}$  (i.e. seulement une partie du liquide ou du solide a changé de phase).

On considérera une évolution adiabatique  $Q = 0$  à pression constante, et sans autre travail que celui des forces de pression.

★ *Test de (a)*. État initial :  $\{m_l$  de liquide à  $T_l$ , et  $m_g$  de solide à  $T_g\}$ . État final :  $\{(m_l + m_g)$  de liquide à  $T_f$  inconnue}. D'après le premier principe pour une transformation monobare,  $\Delta H = Q = 0$ , ce qui donne :

$$\begin{aligned}\Delta H &= \Delta H_{\text{eau}} + \Delta H_{\text{glace}} = 0 \\ &= m_e c_e (T_f - T_e) + [m_g c_g (T_{\text{fus}} - T_g) + m_g l_{\text{fus}} + m_g c_e (T_f - T_{\text{fus}})]\end{aligned}$$

Ce qui donne une température finale de :

$$T_f = \frac{m_e T_e - m_g \frac{c_g}{c_e} (T_{\text{fus}} - T_g) - \frac{m_g}{c_e} l_{\text{fus}} + m_g T_{\text{fus}}}{m_e + m_g} = 244 \text{ K}$$

On trouve une température finale du liquide inférieure à la température de fusion, en contradiction avec un état final liquide! Ainsi, l'hypothèse de départ est fausse.

★ *Test de (c)*. État initial :  $\{m_l$  de liquide à  $T_l$ , et  $m_g$  de solide à  $T_g\}$ . État final :  $\{(m_l + m')$  de liquide à  $T_{\text{fus}}$ , et  $(m_g - m')$  de solide à  $T_{\text{fus}}\}$ . L'inconnue est donc la masse de glace  $m'$  qui a fondu (et si on trouve  $m' < 0$ , c'est que du liquide a gelé).

D'après le premier principe pour une transformation monobare,  $\Delta H = Q = 0$ , ce qui donne :

$$\begin{aligned}\Delta H &= \Delta H_{\text{eau}} + \Delta H_{\text{glace}} = 0 \\ &= m_e c_e (T_{\text{fus}} - T_e) + [m_g c_g (T_{\text{fus}} - T_g) + m' l_{\text{fus}}]\end{aligned}$$

Ce qui donne une masse de glace qui a fondu de :

$$m' = \frac{-m_e c_e (T_{\text{fus}} - T_e) - m_g c_g (T_{\text{fus}} - T_g)}{l_{\text{fus}}} = 0,069 \text{ kg} > 0$$

On trouve une masse qui a fondu inférieure à la masse initiale de glace. Ainsi, l'hypothèse de départ est validée.

★ *Test de (b)*. Je n'ai pas fait le calcul mais on aboutit probablement à une contradiction.

### 2.4 Calorimétrie (\*→\*\*)

**1.a)** Ajouter l'eau chaude contribue à chauffer non seulement l'eau froide mais l'intérieur du calorimètre.

**b)** Le système est constitué de toute l'eau (soit 200 g) et de l'intérieur du calorimètre. Le premier principe de la thermodynamique appliqué pour ce système entre les instants initial et final donne à pression constante (le seul travail étant celui des forces de pression) :

$$\Delta H = Q = 0$$

en considérant la transformation comme adiabatique.

On évalue la variation d'enthalpie en séparant les contributions des différentes parties du système :

$$\Delta H = \underbrace{m c (T_f - T_0)}_{\text{eau initialement froide}} + \underbrace{m c (T_f - T_1)}_{\text{eau initialement chaude}} + \underbrace{C (T_f - T_0)}_{\text{intérieur du calorimètre}} = 0$$

on déduit :

$$C = m c \left( \frac{T_1 - T_f}{T_f - T_0} - 1 \right) = 226 \text{ J.K}^{-1}.$$

**c)** Par définition,  $C = m'c$ , soit  $m' = 54 \text{ g}$  d'eau.

**d)** Si on attend longtemps, des échanges thermiques ont lieu entre l'intérieur et l'extérieur du calorimètre. Le système n'est donc plus isolé et sa température se rapproche de la température ambiante  $T_0$ .

**2.a) b)** Le système est l'eau, l'intérieur du calorimètre, le morceau de fer et la résistance. Le premier principe de la thermodynamique s'écrit à pression constante :

$$\Delta H = W_{\text{autre que pression}} + Q = W_{\text{générateur}}$$

car le générateur fournit un travail électrique à la résistance :

$$W_{\text{générateur}} = \mathcal{P} \tau.$$

Or, la variation d'enthalpie du système s'écrit :

$$\Delta H = \underbrace{m c (T_f - T_0)}_{\text{eau}} + \underbrace{m_f c_f (T_f - T_0)}_{\text{fer}} + \underbrace{C (T_f - T_0)}_{\text{intérieur du calorimètre}}.$$

On déduit :

$$c_f = \frac{1}{m_f} \left( \frac{\mathcal{P} \tau}{T_f - T_0} - m c - C \right) = 467 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}.$$

On vérifie que cette valeur est bien inférieure à celle de l'eau liquide.

### 2.5 Qui est le plus puissant ? SPOILER ALERT !

• Doc 1 :

Appropriation : On considère une masse  $m$  d'eau initialement liquide à  $T_0$ , et à l'état final solide à  $T_{\text{fus}}$ . Le transfert thermique à apporter au système pour cette évolution est donné par le premier principe en évolution monobare  $\Delta H = Q$ . Il suffit donc de calculer  $\Delta H$ .

Résolution formelle : Comme  $H$  est une fonction d'état, on peut décomposer l'évolution en plusieurs étapes : (1) le système est refroidi jusqu'à  $T_{\text{fus}}$ , puis (2) il subit une transition de liquide vers solide. Les variations d'enthalpies des deux

étapes sont :

$$\begin{aligned}\Delta H_1 &= mc_l \Delta T = mc_l (T_{\text{fus}} - T_0) \\ \Delta H_2 &= m(-\Delta h_{\text{fus}})\end{aligned}$$

Application numérique : Les valeurs des paramètres sont :  $m = \rho \times V = 10^3 \times (2.10^3 \times 2.10^3 \times 1)$ ;  $c_l$  et  $\Delta h_{\text{fus}}$  données par l'énoncé; supposons la température initiale à  $20^\circ\text{C}$ , donc  $\Delta T = T_{\text{fus}} - T_0 = -20\text{ K}$ . Alors :

$$\Delta H = mc_l (T_{\text{fus}} - T_0) + m(-\Delta h_{\text{fus}}) = -1,710^{15}\text{ J}$$

Et la puissance développée est  $\mathcal{P} = \Delta H / \Delta t = -1,710^{14}\text{ W}$  en prenant une durée de 10 s.

Commentaire : On trouve  $Q < 0$ , cohérent car pour refroidir puis passer à un état plus ordonné, le système doit perdre de l'énergie. Concernant la valeur, c'est la puissance combinée de 100000 réacteurs de centrale nucléaire!! Les changements d'états sont coûteux en énergie, il serait déraisonnable d'effectuer cette transformation sans Superman!

• Doc 2 : Principe similaire, on trouve :

$$\Delta H = mc_l (T_{\text{fus}} - T_0) + m(\Delta h_{\text{fus}}) = 3,710^{12}\text{ J}$$

avec  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ,  $m = \rho V = 19,3.10^3 \times (20 \times 2\pi \times 2,5^2)$ .

• Doc 3 : Principe similaire, on trouve, pendant une durée de 1 s :

$$\Delta H = mc_s (T_{\text{fus}} - T_0) + m(\Delta h_{\text{fus}}) = 1,37.10^{11}\text{ J} \quad \text{puis} \quad \mathcal{P} = \frac{\Delta H}{\Delta t} = 1,37.10^{11}\text{ W}$$

avec  $T_0 = -20^\circ\text{C}$ ,  $m = \rho(h \times e \times l) = 0,92.10^3 \times (10 \times 20 \times 2)$ .

### 3 Évaporation

#### 3.1 Ma serviette séchera-t-elle? (\*\*)

★ Le taux d'humidité de 90% indique que l'air contient déjà de la vapeur d'eau à pression partielle  $P_{\text{eau},0} = (\text{taux d'humidité}) \times P_{\text{sat}}(20^\circ\text{C})$ . Comme l'air n'est pas saturé en eau  $P_{\text{eau}} < P_{\text{sat}}$ , de l'eau liquide de la serviette va s'évaporer, et donc  $P_{\text{eau}}$  va augmenter. Mais de combien?

★ Deux types d'état final sont possibles : (1) soit la quantité d'eau liquide est suffisamment faible pour qu'après évaporation totale,  $P_{\text{eau}}$  sera encore inférieure à  $P_{\text{sat}}$ . Ou (2) soit la quantité d'eau liquide est suffisante pour qu'une évaporation partielle permette à  $P_{\text{eau}}$  d'atteindre  $P_{\text{sat}}$ .

★ Testons l'hypothèse (1) : toute l'eau est sous forme vapeur. La quantité initiale  $n_0$  d'eau dans l'air est donnée par, en supposant le gaz parfait :

$$n_0 = \frac{P_{\text{eau},0} V}{RT} = \frac{0,9 P_{\text{sat}} V}{RT}$$

La quantité  $n_l$  d'eau liquide initiale est :  $n_l = \frac{m}{M}$ . La pression partielle en eau dans l'état final où tout s'est évaporé est :

$$P_{\text{eau},f} = (n_0 + n_l) \frac{RT}{V} = 0,9 P_{\text{sat}} + \frac{mRT}{MV} = 0,9 \times 2300 + \frac{0,1 \times 8,314 \times 293}{0,018 \times 3^2 \times 2,5} = 2671\text{ Pa}$$

La pression partielle en eau dans l'air serait supérieure à la pression de vapeur saturante. Ce ne peut pas être un état d'équilibre car de l'eau vapeur se changerait alors en liquide. L'hypothèse (1) est donc fautive.

★ Ainsi, l'eau liquide de la serviette ne s'évapore pas complètement. Elle ne peut pas sécher dans ces conditions, il faut donc aérer sa salle de bain!

#### 3.2 Évaporation d'un verre d'eau (\*\*\*)

a) Si on a un degré d'hygrométrie  $H = 60\%$  à la température  $T_0 = 293\text{ K}$ , on a donc au départ une pression partielle en eau  $P_{\text{H}_2\text{O}} = 0,6 P_{\text{sat}}(20^\circ\text{C}) = 1,4.10^3\text{ Pa}$  soit une quantité de matière d'eau à l'état de vapeur  $n_0 = \frac{P_{\text{H}_2\text{O}} V}{RT_0} = 23\text{ mol}$  initialement présentes dans l'atmosphère de la pièce, ce qui équivaut à une masse de vapeur d'eau  $m_0 = n_0 M$  soit numériquement 0,41 kg.

b) On suppose que toute l'eau du verre s'est évaporée. Si la masse  $m_1 = 200\text{ g}$  d'eau soit une quantité de matière  $n_1 = \frac{m_1}{M} = 11\text{ mol}$  se vaporise, on obtient une quantité d'eau dans la pièce égale à  $n_{\text{H}_2\text{O}} = n_0 + n_1 = 34\text{ mol}$ . La pression partielle devient  $P_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}} RT_0}{V} = 2,1\text{ kPa}$  soit  $P_{\text{H}_2\text{O}} < P_{\text{sat}}(20^\circ\text{C})$ . La vapeur est donc sèche. Le taux d'hygrométrie est alors  $H = \frac{2,1}{2,3} = 91\%$ .

- c) Pour saturer la pièce en eau, il faut que le degré d'hygrométrie soit de 100 % soit une quantité de vapeur d'eau dans la pièce  $n_{sat} = \frac{P_{sat}(T_0)V}{RT_0}$ . On en déduit la quantité d'eau qu'il faudrait initialement dans le verre  $n_2 = n_{sat} - n_0 = 15$  mol, ce qui équivaut à un verre contenant initialement 0,27 kg d'eau soit 270 mL.
- d) Si toute l'eau du verre s'est évaporée, on a  $n_{H_2O} = 34$  mol à l'état vapeur. Si la température diminue, la pression de vapeur saturante aussi et on trouve une pression partielle en eau désormais égale à  $P'_{H_2O} = \frac{n_{H_2O}RT_1}{V} = 2,0$  kPa soit  $P'_{H_2O} > P_{sat}(5,0^\circ C) = 0,87$  kPa. Une partie de l'eau repasse à l'état liquide de manière à ce que la pression partielle en eau soit égale à la nouvelle pression de vapeur saturante à  $T_1$ . L'air contient une quantité  $n'_{sat} = \frac{P_{sat}(T_1)V}{RT_1}$ . La quantité qui repasse à l'état liquide est donnée par  $n_3 = n_{H_2O} - n'_{sat} = 19$  mol soit une masse  $m_3 = n_3 M$  et numériquement 0,34 kg.

## 4 Diagramme $(p, v)$

### 4.1 Diagramme de Clapeyron de l'eau - Théorème des moments

- a) Comme la température de  $100^\circ C$  est inférieure à la température critique  $\theta_C = 374^\circ C$ , il est possible d'observer du liquide. Il suffit d'augmenter la pression au-delà de la pression de vapeur saturante à  $100^\circ C$  à volume constant : on reste dans le domaine liquide.
- b) Dans la partie AB, on a le liquide. La partie CD correspond à la vapeur et la partie BC au mélange liquide - vapeur. La courbe de rosée qui relie les points d'apparition de la première goutte de liquide est la courbe EG, la courbe d'ébullition qui relie les points d'apparition de la première bulle de gaz la courbe EF. Quant au point critique au-delà duquel on ne distingue plus liquide et vapeur, il s'agit du point E.

- c) Le volume au point M est  $m v_M$  qui est la somme du volume du liquide soit  $m_L v_L$  et celui de la vapeur  $m_V v_V$  soit  $m v_M = m_L v_L + m_V v_V$  avec  $v_L$  le volume massique du liquide saturant et  $v_V$  celui de la vapeur saturante. On obtient alors  $v_M = x_L v_L + x_V v_V$  avec  $v_L = v_B$  et  $v_V = v_C$ .

Comme  $x_L + x_V = 1$ , on en déduit  $v_M = x_L v_B + (1 - x_L) v_C$  qu'on peut réécrire  $x_L = \frac{v_C - v_M}{v_C - v_B} = \frac{MC}{BC}$ .

De même pour  $x_V$ , on a  $v_M = (1 - x_V) v_B + x_V v_C$  soit  $x_V = \frac{v_M - v_B}{v_C - v_B} = \frac{BM}{BC}$ .

Sur le graphique, on lit :

$$\begin{cases} v_M = 0,010 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \\ v_C = v_V = 0,045 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \\ v_B = v_L = 0,0020 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \end{cases}$$

On en déduit  $x_L = 81$  % et  $x_V = 19$  % soit en masse  $m_L(M) = m x_L = 810$  g et  $m_V(M) = m x_V = 190$  g et en volume  $V_L(M) = m_L v_L = 1,6$  L et  $V_V(M) = m_V v_V = 8,6$  L. Quant au point B, on a  $x_L = 100$  % et  $x_V = 0,0$  % soit en masse  $m_L(B) = 1,0$  kg et  $m_V(B) = 0,0$  kg et en volume  $V_L(B) = 2,0$  L et  $V_V(B) = 0,0$  L.

Pour le point C, on a  $x_V = 100$  % et  $x_L = 0,0$  % soit en masse  $m_L(C) = 0,0$  kg et  $m_V(C) = 1,0$  kg et en volume  $V_L(C) = 0,0$  L et  $V_V(C) = 45$  L.

### 4.2 Bilan d'énergie d'une ébullition (\*\*)

- $T_L = T_G = 100^\circ C$ .  $v_l \simeq 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ .  
 $v_g = V/m = RT/(Mp) = 1,7 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ .
- $\Delta H_{A \rightarrow B} = H_B - H_A = (H_B - H_G) + (H_G - H_L) + (H_L - H_A) = m c_p(g) \cdot (T_B - T_G) + m \Delta h_{vap} + m c(l) \cdot (T_L - T_A)$ . 1er ppe isobare :  $\Delta H = Q$ . Donc  $Q = 4,1 \cdot 10^6$  J, surtout du fait de la transition de phase.
- $W = -p(V_G - V_L) = -pm(v_g - v_l) = -2,6 \cdot 10^5$  J < 0 car détente du système.  $|W| \ll Q$ . 1er ppe :  $\Delta U = W + Q \simeq Q$ .
- $x_l = MG/LG = (v_g - v_M)/(v_g - v_l) = (1,7 - 1)/(1,7 - 10^{-3}) \simeq 0,7/1,7 = 0,4$ .  
 $\Delta H = (H_M - H_G) + (H_G - H_B) = -x_l m \Delta h_{vap} + m c_p(g) \cdot (T_G - T_B) < 0$ .

## 5 Bilans d'entropies

### 5.1 Applications directes (\*)

ex1, phases condensées lors d'une transformation adiabatique : Chaque sous-système est une phase condensée. On utilisera donc l'expression  $\Delta S = C \ln(T_2/T_1)$ .

- Pour le sirop :

$$\Delta S_s = m_s c \ln \frac{T_f}{T_s} = 0,05 \times 4185 \times \ln \left( \frac{273,15 + 9,2}{273,15 + 30} \right) = -14,9 \text{ J.K}^{-1} < 0$$

Le sirop se refroidit donc son entropie diminue.

- Pour l'eau :

$$\Delta S_e = m_e c \ln \frac{T_f}{T_e} = 0,25 \times 4185 \times \ln \left( \frac{273,15 + 9,2}{273,15 + 5} \right) = +15,7 \text{ J.K}^{-1} > 0$$

L'eau se réchauffe donc son entropie augmente.

• **Indispensable** : bilan d'entropie totale :  $\Delta S = \Delta S_s + \Delta S_e > 0$ . Ce qui était attendu car l'entropie d'un système isolé ne peut qu'augmenter.

ex2, phase condensée en contact avec un thermostat :

$$\Delta S = mc \ln(T_L/T_1) = 0,01 \times 800 \times \ln \left( \frac{273,15 + 20}{273,15 + 30} \right) = -0,268 \text{ J.K}^{-1}$$

L'entropie du caillou diminue car sa température baisse. Cette variation d'entropie vient du bilan de l'entropie échangée  $S_e$  et de l'entropie créée  $S_c$  lors de la transformation :

- Entropie reçue par le caillou :  $S_e = Q/T_L$ .

De plus, la transformation est monobare donc d'après le premier principe :  $Q = \Delta H = mc(T_L - T_1) < 0$  de signe attendu car le caillou se refroidit donc donne de la chaleur au lac.

Ainsi :

$$S_e = \frac{mc(T_L - T_1)}{T_L} = -0,273 \text{ J.K}^{-1}$$

- Calcul de l'entropie créée, d'après le deuxième principe :

$$S_c = \Delta S - S_e = 0,005 \text{ J.K}^{-1} > 0$$

- L'entropie d'échange perdue par le caillou est récupérée par le reste de l'Univers. Donc un bilan d'entropie global de l'Univers donne :

$$\Delta S_{\text{Univers}} = S_c = 0,005 \text{ J.K}^{-1} > 0$$

L'entropie de l'Univers, système isolé, augmente.

ex3, gaz parfait en contact avec un thermostat : Le gaz évolue jusqu'à atteindre la température  $T_1$  du thermostat.

Le volume étant fixé, la variation d'entropie d'une mole de ce gaz monoatomique vaut ( $C_V = 3nR/2$ ) :

$$\Delta S = \frac{3}{2} nR \ln \left( \frac{T_1}{T_0} \right) = \frac{3 \times 1 \times 8,31}{2} \times \ln \left( \frac{273}{300} \right) = -1,18 \text{ J.K}^{-1}$$

Le gaz étant en contact avec un thermostat à la température  $T_1$ , l'entropie échangée  $S_e$  vaut ( $W = 0$  donc le premier principe donne  $Q = \Delta U$ ) :

$$S_e = \frac{Q}{T_1} = \frac{\Delta U}{T_1} = \frac{(3/2)nR(T_1 - T_0)}{T_1} = \frac{3}{2} nR \left( 1 - \frac{T_0}{T_1} \right) = -1,23 \text{ J.K}^{-1}$$

On en déduit alors l'entropie créée d'après le deuxième principe :

$$S_c = \Delta S - S_e = \frac{3}{2} R \left( \ln \left( \frac{T_1}{T_0} \right) - \left( 1 - \frac{T_0}{T_1} \right) \right) = 0,05 \text{ J.K}^{-1}$$

La transformation étant fondamentalement irréversible (transfert thermique entre deux systèmes à des températures distinctes) l'entropie créée est strictement positive.

rq : Nous avons effectué l'application numérique pour des valeurs particulières mais les propriétés<sup>1</sup> du logarithme impliquent un signe positif pour  $S_c$  quelles que soient  $T_0$  et  $T_1$ .

1. Remarquer que  $\ln(x)$  est toujours inférieur à sa tangente en  $x = 1$  d'équation  $y = x - 1$ . Ce qui donne  $x - 1 - \ln(x) \geq 0$ . Puis prendre  $x = T_0/T_1$ .

### 5.2 Lois de Laplace (\*)

ex4 : Une transformation adiabatique réversible est isentropique  $\Delta S = 0$ . Or la variation d'entropie d'un GP peut s'exprimer selon :

$$\begin{aligned} \Delta S(T, V) &= C_V \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) + nR \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) \\ &= \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) + nR \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) \\ &= \frac{nR}{\gamma - 1} \left( \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) + (\gamma - 1) \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) \right) \\ &= \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \left( \frac{T_2 V_2^{\gamma-1}}{T_1 V_1^{\gamma-1}} \right) \end{aligned}$$

Donc pour  $\Delta S = 0$ ,  $T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$ .

ex6 : Les données concernent les paramètres  $P$  et  $T$ . On utilise donc la loi de Laplace  $T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{cte}$ , soit  $T_2^\gamma P_2^{1-\gamma} = T_1^\gamma P_1^{1-\gamma}$ . Donc :

$$T_2 = T_1 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{(1-\gamma)/\gamma} = 300 \left( \frac{1}{10} \right)^{(1-1,4)/1,4} = 579 \text{ K}$$

### 5.3 Transformation cyclique d'un gaz parfait (\*\*)

2. Une transformation adiabatique (pas de chaleur échangée, donc pas d'entropie échangée) réversible (pas d'entropie créée) est isentropique. Donc

$$\Delta S_{AB} = 0.$$

3. Lors d'une transformation isentropique d'un GP, les lois de Laplace sont vérifiées. Comme on connaît la température  $T_B$ , on utilise les deux relations impliquant  $T_B$  pour calculer les autres paramètres d'état  $TV^{\gamma-1} = \text{cte}$  et  $T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{cte}$

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \Rightarrow V_B = V_A \left( \frac{T_A}{T_B} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 8.10^{-5} \text{ m}^3$$

$$T_A^\gamma p_A^{1-\gamma} = T_B^\gamma p_B^{1-\gamma} \Rightarrow p_B = p_A \left( \frac{T_A}{T_B} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = 10^6 \text{ Pa}$$

4. • La transfo BC est isotherme et enceinte fermée, donc  $pV = \text{cte}$ . Ainsi,

$$p_C = p_B V_B / V_C = 1,9.10^5 \text{ Pa}$$

• On utilise alors une expression de  $\Delta S$ . Comme la température est constante, autant utiliser une relation faisant intervenir  $T$ , ce qui simplifie les calculs ! Par exemple celle en  $(T, V)$  :

$$\Delta S_{BC} = C_V \ln \left( \frac{T_C}{T_B} \right) + nR \ln \left( \frac{V_C}{V_B} \right) = nR \ln \left( \frac{V_C}{V_B} \right) = 0,48 \text{ J.K}^{-1}$$

5. • En utilisant la même expression de  $\Delta S$  mais cette fois à volume constant, on trouve :

$$\Delta S_{CA} = C_V \ln \left( \frac{T_C}{T_B} \right) = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \left( \frac{T_C}{T_B} \right) = -0,48 \text{ J.K}^{-1}$$

• Durant une transformation isochore, le gaz n'échange pas de travail. Donc d'après le premier principe  $\Delta U_{CA} = Q_{CA}$ . Par ailleurs, pour un GP,

$$\Delta U_{CA} = C_V (T_A - T_C) = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_A - T_C) = -97,7 \text{ J}$$

6. D'après le deuxième principe,  $\Delta S_{CA} = S_{e,CA} + S_{c,CA}$ . Donc il nous faut calculer l'entropie échangée pendant CA :  $S_{e,CA} = Q_{CA}/T_A$  car le système est en contact avec un système à température  $T_A$ . Donc  $S_{e,CA} = -0,68 \text{ J.K}^{-1}$ . Le bilan d'entropie donne donc :

$$S_{c,CA} = \Delta S_{CA} - S_{e,CA} = +0,20 \text{ J.K}^{-1} > 0$$

On trouve bien une entropie créée positive, en accord avec le deuxième principe. De plus, comme les autres transformations sont réversibles, l'entropie créée pendant cette étape est égale à l'entropie créée par cycle.

### 5.4 Bilan d'entropie de la formation de glaçon (\*\*)

• Décomposons l'évolution en trois étapes :

- ★ (1) :  $m$  de liquide passe de  $T_1$  à  $T_{\text{fus}}$ .  $\Delta S_1 = mc_{\text{liq}} \ln(T_{\text{fus}}/T_1) = -148 \text{ J/K}$ .
- ★ (2) :  $m$  de liquide passe à l'état solide à  $T_{\text{fus}}$ .  $\Delta S_2 = m(-l_{\text{fus}})/T_{\text{fus}} = -611 \text{ J/K}$ .
- ★ (3) :  $m$  de solide passe de  $T_{\text{fus}}$  à  $T_2$ .  $\Delta S_3 = mc_{\text{glace}} \ln(T_2/T_{\text{fus}}) = -70 \text{ J/K}$ .

• Bilan d'entropie de l'eau :

$$\Delta S = mc_{\text{liq}} \ln(T_{\text{fus}}/T_1) + m(-l_{\text{fus}})/T_{\text{fus}} + mc_{\text{glace}} \ln(T_2/T_{\text{fus}}) = -829 \text{ J/K}$$

Négatif car  $T$  diminue et évolution vers phase plus ordonnée.

• Pour calculer  $S_e$  par le deuxième principe, il faut d'abord évaluer  $S_e$ . Toute l'évolution est en contact avec un thermostat à  $T_2$ , donc  $S_e = Q/T_2$ . Il faut donc évaluer  $Q$  par le premier principe d'une transformation monobare  $\Delta H = Q$ .

★ (1) :  $S_{e1} = \Delta H_1/T_2 = mc_{\text{liq}}(T_{\text{fus}} - T_1)/T_2$ .

★ (2) :  $S_{e2} = \Delta H_2/T_2 = m(-l_{\text{fus}})/T_2$ .

★ (3) :  $S_{e3} = \Delta H_3/T_2 = mc_{\text{glace}}(T_2 - T_{\text{fus}})/T_2$ .

Bilan de  $S_e$  :  $S_e = S_{e1} + S_{e2} + S_{e3} = -163,8 - 654,5 - 72,7 = -889 \text{ J/K}$ , qui est bien négatif car à chaque étape, il faut prélever de la chaleur à l'eau.

• Alors, d'après le deuxième principe,  $S_c = \Delta S - S_e = 60 \text{ J/K}$ , qui est bien positif comme attendu pour une transformation irréversible.

• Remarquer qu'aussi bien pour  $\Delta S$  que  $\Delta H$ , la transition de phase contribue plus que la diminution de  $T$  de presque  $40^\circ \text{ C}$ .

### 5.5 Bilan d'entropie de la transition liquide-vapeur (\*\*\*)

1. On a  $\Delta s_{l \rightarrow v}(T) = \Delta h_{l \rightarrow v}(T)/T$ .

Par exemple pour  $T = 100^\circ \text{ C}$ , on calcule d'une part  $\Delta s_{l \rightarrow v}(T) = s_v(T) - s_l(T) = 7,355 - 1,307 = 6,048 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ .

D'autre part,  $\Delta h_{l \rightarrow v}(T)/T = (2671,44 - 418,42)/(273,15 + 100) = 6,038 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ .

On trouve bien deux valeurs comparables.

2. (a) ★ Par définition de l'enthalpie massique  $h_M$  du mélange M :  $H_M = m.h_M$ .

★ Par extensivité de l'enthalpie, :  $H_M = H_v + H_l$  (somme de l'enthalpie de chaque sous-système).

★ Le titre  $x = m_v/m$  en vapeur et  $x_l = m_l/m$  en liquide vérifient  $x + x_l = 1$ . Donc :

$$h_M = \frac{H_M}{m} = \frac{H_v}{m} + \frac{H_l}{m}$$

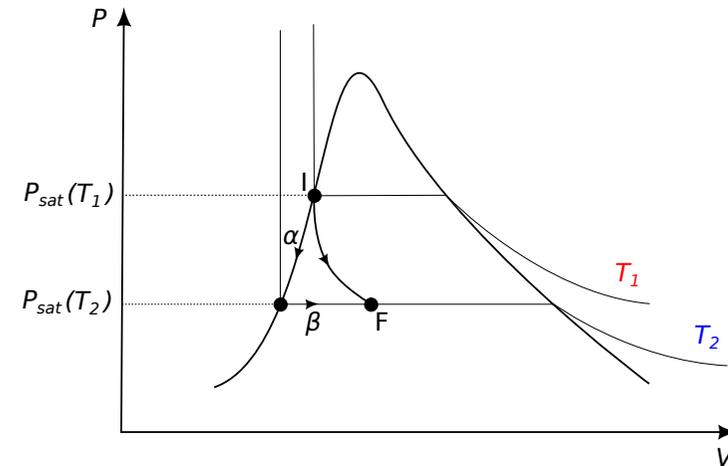
$$h_M = \frac{m_v.h_v}{m} + \frac{m_l.h_l}{m}$$

$$h_M = xh_v + (1 - x)h_l$$

(b) Pour un changement d'état à température fixée :

$$\begin{aligned} \Delta H_{A \rightarrow B} &= H_B - H_A = m.[h_B - h_A] \\ &= m.[x_B h_v + (1 - x_B)h_l - x_A h_v - (1 - x_A)h_l] \\ &= m.[x_B(h_v - h_l) + x_A(-h_v + h_l)] \\ &= m(x_B - x_A)(h_v - h_l) \\ &= \boxed{m(x_B - x_A)\Delta h_{l \rightarrow v}(T)} \end{aligned}$$

3. (a) Voir ci-contre.



(b) ★ D'une part,  $H_I = m.h_I = m.h_l(T_1)$  car liquide pur.

★ D'autre part,  $H_F = m.h_F = m.[x_2 h_v(T_2) + (1 - x_2)h_l(T_2)]$ .

★ Comme la transformation est isenthalpique :

$$H_F = H_I$$

$$h_l(T_1) = x_2(h_v(T_2) - h_l(T_2)) + h_l(T_2)$$

Donc 
$$x_2 = \frac{h_l(T_1) - h_l(T_2)}{h_v(T_2) - h_l(T_2)} = \frac{418,42 - 208,96}{2587,42 - 208,96} = 0,088 = 8,8\%$$

(c) ★ D'une part,  $s_I = s_l(T_1)$  car liquide pur.

★ D'autre part,  $s_F = x_2 s_v(T_2) + (1 - x_2)s_l(T_2)$ .

★ Donc la variation d'entropie massique est :

$$\begin{aligned} \Delta s_{I \rightarrow F} &= s_F - s_I \\ &= x_2 s_v(T_2) + (1 - x_2) s_l(T_2) - s_l(T_1) \\ &= 0,088 \times 8,076 + (1 - 0,088) \times 0,704 - 1,307 \\ &= \boxed{0,046 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1} > 0} \end{aligned}$$

Il était difficile d'estimer le signe de la variation d'entropie du fait de deux phénomènes antagonistes :

- D'une part, la température diminue, ce qui diminuerait l'entropie si c'était le seul effet ;
- et d'autre part, la transition de phase vers une phase plus désordonnée à température fixée augmente l'entropie.

(d) On peut décomposer la transformation en deux étapes : ( $\alpha$ ) Le liquide est refroidi de  $T_1$  à  $T_2$  ; puis ( $\beta$ ) la fraction  $x_2$  se vaporise à  $T_2$ . On commence par écrire les variations d'enthalpies qui donneront la valeur de  $x_2$ .

★ On a  $\Delta h_\alpha = c_l(T_2 - T_1)$  et  $\Delta h_\beta = x_2 \Delta h_{l \rightarrow v}(T_2)$ .

★ Transformation isenthalpique donc  $\Delta h_\alpha + \Delta h_\beta = 0$  ce qui donne :

$$x_2 = -\frac{c_l(T_2 - T_1)}{\Delta h_{l \rightarrow v}(T_2)} = -\frac{4,18 \times (-50)}{2587,42 - 208,96} = 0,088$$

★ Pour l'étape  $\alpha$  :

$$\Delta s_\alpha = c_l \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 4,18 \times \ln\left(\frac{373,15}{323,15}\right) = -0,601 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1} < 0$$

★ Pour l'étape  $\beta$  :

$$\Delta s_\beta = x_2 \frac{\Delta h_{l \rightarrow v}(T_2)}{T_2} = 0,088 \times \frac{2587,42 - 208,96}{323,15} = +0,648 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1} > 0$$

★ Bilan global :

$$\Delta s_{I \rightarrow F} = \Delta s_\alpha + \Delta s_\beta = +0,047 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1} > 0$$

Les valeurs de  $x_2$  et  $\Delta s_{I \rightarrow F}$  sont similaires pour les deux méthodes.

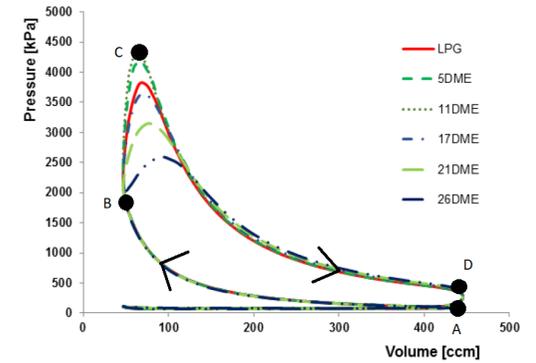
## 6 Machines thermiques sans écoulement

### 6.1 Modélisation (\*)

ex1

:

1. L'énergie apportée par la réaction chimique de combustion est modélisée par un échange avec une source chaude fictive. Le remplacement des gaz brûlés chauds par le mélange air-carburant froid est modélisé par un échange avec une source froide.



2. Pour un moteur ditherme,  $Q_c > 0$ ,  $Q_F < 0$ ,  $W < 0$  donc parcours du cycle dans le sens horaire.
3. (a) Le gaz reçoit principalement du travail sur AB (compression), modélisé par une adiabatique (car rapide) (b) il donne principalement du travail sur CD (détente), modélisé par une adiabatique, (c) transfert thermique positif avec la source chaude sur BC (on augmente  $P$  à  $V$  quasi constant), modélisable par une isochore, (d) transfert thermique négatif avec la source froide sur DA (on augmente  $P$  à  $V$  quasi constant), modélisable par une isochore.

### 6.2 Démos de cours sur les machines cycliques dithermes (\*)

### 6.3 Résolution de pb : consommation d'un climatiseur de voiture (\*\*)

1. L'habitacle reçoit en permanence de l'extérieur la puissance thermique  $P_{th} = K(t_a - t_p) = 2,6 \text{ kW}$ . Le fluide du climatiseur doit donc compenser ce transfert d'énergie en prélevant  $2,6 \text{ kW}$  sur l'habitacle. Par définition  $e = P_{th}/P_{clim} = 3$  d'où  $P_{clim} = 850 \text{ W}$ .

2. ★ Une consommation de  $7 \text{ L}$  pour  $100 \text{ km}$  à  $100 \text{ km/h}$  signifie une consommation de  $7 \text{ L/h}$ .

★ Notons  $P_{carbu}$  la puissance dégagée par le carburant, dégageant  $35 \text{ MJ/L}$  à un rythme de  $7 \text{ L/h}$ . Donc :

$$P_{carbu} = (35.10^6 \text{ MJ/L}) \times (7 \text{ L/h}) = (35.10^6 \text{ MJ/L}) \times (7/3600 \text{ L/s}) = 6,8.10^4 \text{ W}$$

★ Notons  $P_{moteur}$  la puissance mécanique fournie par le moteur. Le rendement du moteur est alors défini par  $r = P_{moteur}/P_{carbu}$ .

$$\text{Donc } P_{moteur} = r.P_{carbu} = 6,8.10^3 \text{ W.}$$

★ Finalement, comparons la puissance fournie par le moteur et la puissance consommée par la clim :

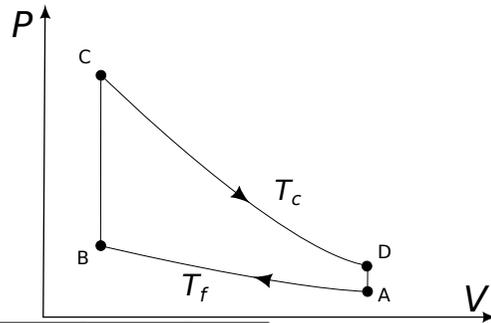
$$\frac{P_{\text{clim}}}{P_{\text{moteur}}} = \frac{850}{6800} = 0,125 = 12,5\%$$

La surconsommation due à l'usage de la clim n'est donc pas négligeable !

### 6.4 Problème : moteur de Stirling

#### 6.4.1 Modélisation du moteur

Les volumes et les températures s'obtiennent par lecture de l'énoncé, les pressions se calculent par la relation des gaz parfaits. [L'énoncé précise l'unité des grandeurs du tableau, il faut la respecter.]



état	A	B	C	D
V (L)	1,00	0,250	0,250	1,00
T (K)	330	330	930	930
p (bar)	1,10	4,40	12,4	3,10

[Les transformations AB et CD sont isothermes, donc  $P(V) \propto 1/V$  : branche d'hyperbole. Les transformations BC et DA sont isochores : segment vertical.]

Ce cycle est moteur ( $W < 0$ ) car parcouru en sens horaire. Justification :

★ Le travail est nul sur les isochores BC et DA.

★  $W_{CD} = -\int_C^D p dV$  correspond à l'opposé de l'aire sous la branche CD.  $W_{AB} = -\int_A^B p dV$  correspond à l'aire sous la branche AB. Comme l'aire sous AB est plus petite que sous CD, le travail total sur un cycle est alors du signe de  $W_{CD}$  donc négatif.

4. Par définition,  $H = U + pV = U + nRT$ . Pour un gaz parfait, ce sont des fonctions de seulement  $T$  (lois de Joule), donc :

$$H(T) = U(T) + nRT \tag{1}$$

$$\frac{dH}{dT} = \frac{dU}{dT} + nR \tag{2}$$

$$C_p = C_v + nR \tag{3}$$

5. [L'énoncé demandait « en déduire ». Donc ne pas utiliser cette formule à la question précédente.]

Par définition de l'énoncé,  $C_p = \gamma C_v$ . Alors la relation de Mayer devient  $\gamma C_v = C_v + nR$ , soit  $C_v = nR/(\gamma - 1)$ .

#### 6.4.2 Échanges d'énergie et d'entropie

6. ★ Expression du travail :

$$W_{AB} = -\int_A^B p \cdot dV = -\int_A^B \frac{nRT}{V} dV = -nRT_f \int_A^B \frac{dV}{V} \quad \text{car isotherme à } T = T_f$$

$$W_{AB} = -nRT_f \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

Comme  $V_B < V_A$ ,  $W_{AB} > 0$ , le gaz reçoit du travail quand on le comprime.

★ Expression du transfert thermique : [Rappel : il n'existe aucune expression qui permet de calculer directement  $Q$ , toujours passer par le premier principe.] Premier principe :  $\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB}$ . Or, la transformation est isotherme. Donc, comme l'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de  $T$ , alors  $\Delta U_{AB} = 0$ . Ainsi :

$$Q_{AB} = -W_{AB} = nRT_f \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) \tag{4}$$

[Non demandé : Comme  $V_B < V_A$ ,  $Q_{AB} < 0$ , le gaz fournit de la chaleur à la source froide.]

7. ★ Expression du travail :  $W_{BC} = 0$  car isochore.

★ Variation d'énergie interne : à volume constant,  $\Delta U_{BC} = C_v(T_C - T_B) = C_v(T_C - T_f)$ .

★ Expression du transfert thermique : premier principe  $\Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_{BC}$  donc :

$$Q_{BC} = C_v(T_C - T_f) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_C - T_f) \tag{5}$$

Comme  $T_c > T_f$ ,  $Q_{BC} > 0$ , le gaz reçoit de la chaleur de la source chaude.

8. [À volume constant, et connaissant les température, autant choisir les paramètres  $V$  et  $T$ .]

$$\Delta S_{BC} = C_v \ln \left( \frac{T_c}{T_f} \right) + 0 = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \left( \frac{T_c}{T_f} \right) \quad (6)$$

9. Pour un système en contact avec une température extérieure constante  $T_c$ , alors :

$$S_{e,BC} = \frac{Q_{BC}}{T_c} = \frac{nR}{\gamma - 1} \left( 1 - \frac{T_f}{T_c} \right) = 0,325 \text{ J/K} \quad (7)$$

10. D'après le deuxième principe,  $\Delta S_{BC} = S_{e,BC} + S_{c,BC}$ . Donc :

$$S_{c,BC} = \Delta S_{BC} - S_{e,BC} = 0,522 - 0,325 = 0,197 \text{ J/K} \quad (8)$$

Comme  $S_{c,BC} > 0$ , la transformation est irréversible.

11. De même que pour AB :

$$Q_{CD} = -W_{CD} = nRT_c \ln \left( \frac{V_D}{V_C} \right) \quad (9)$$

[Comme  $V_C < V_D$ ,  $Q_{CD} > 0$ , le gaz reçoit de la chaleur de la source chaude.]

12. De même que pour BC :  $W_{DA} = 0$  et :

$$Q_{DA} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_f - T_c) < 0 \quad (10)$$

### 6.4.3 Bilan de l'étude

13. [« Travail reçu sur un cycle » veut dire « somme de TOUS les travaux » quels que soient leurs signes.]

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} \quad (11)$$

$$= -nRT_f \ln \left( \frac{V_B}{V_A} \right) + 0 - nRT_c \ln \left( \frac{V_D}{V_C} \right) + 0 \quad (12)$$

$$= -nRT_f \ln \left( \frac{V_B}{V_A} \right) + 0 - nRT_c \ln \left( \frac{V_A}{V_B} \right) + 0 \quad (13)$$

$$W = nR(T_c - T_f) \ln \left( \frac{V_B}{V_A} \right) \quad (14)$$

Comme  $T_c > T_f$  et  $V_B < V_A$ ,  $W < 0$ , ce qui correspond bien à un moteur.

- 14.

$$\begin{aligned} P &= |\text{énergie motrice par seconde}| \\ &= |(\text{nb cycles par seconde}) \times (\text{travail par cycle})| = f \times (-W) \end{aligned}$$

Donc :

$$f = \frac{P}{-W} = \frac{2,00 \cdot 10^3}{40 \cdot 10^{-3} \times 8,31 \times (930 - 330) \times \ln(4)} = 7,23 \text{ s}^{-1} \quad (15)$$

15. [Dans le cycle de Beau de Rochas (exemple du cours), une seule étape se fait en contact avec la source chaude (deux sont adiabatiques, une est avec la source froide). Mais ici, deux étapes sont concernées par la source chaude dans le cycle de Stirling.]

Le transfert thermique depuis la source chaude est  $Q_c = Q_{BC} + Q_{CD}$ . Donc :

$$r = \frac{\text{intérêt}}{\text{coût}} = \frac{-W}{Q_c} = \frac{-W}{Q_{BC} + Q_{CD}} \quad (16)$$

$$= \frac{-nR(T_c - T_f) \ln \left( \frac{V_B}{V_A} \right)}{\frac{nR}{\gamma - 1} (T_c - T_f) + nRT_c \ln \left( \frac{V_A}{V_B} \right)} \quad (17)$$

$$r = \frac{(T_c - T_f) \ln(4)}{(T_c - T_f)/(\gamma - 1) + T_c \ln(4)} = 0,38 = 38\% \quad (18)$$

16. Sur un cycle : premier principe donne  $-W = Q_c + Q_f$ ; deuxième principe donne  $Q_c/T_c + Q_f/T_f \leq 0$ . Cette inégalité devient une égalité dans le cas d'un fonctionnement réversible qui correspond au rendement de Carnot. D'où :

$$r_{\text{Carnot}} = \frac{-W}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} \quad (19)$$

$$= 1 - \frac{T_f}{T_c} \quad (\text{deuxième ppe} + \text{réversible}) \quad (20)$$

$$r_{\text{Carnot}} = 64\% \quad (21)$$

Le rendement du moteur est, comme prévu, inférieur au rendement réversible fonctionnant avec les mêmes températures.