

## PO4 : Introduction à la physique du laser

### 1 Présentation du laser

Le mot L.A.S.E.R. est l'acronyme de *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*.

★ 1916 : Proposition du principe d'*Émission stimulée* (Einstein).

★ 1950 : Procédé de pompage optique (Kastler, Nobel 1966).

★ 1953 : Conception du premier MASER (laser dans les micro-ondes, Nobel 1964), puis premier laser en 1960.

#### 1.1 Quelques lasers



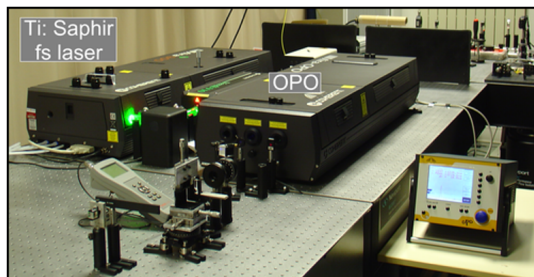
##### diode laser

- Rayonnement continu
- Temps de cohérence 1 ns
- Puissance 1 mW
- Taille 1 mm
- Prix ~ 1 €



##### Laser hélium-néon

- Rayonnement continu
- Temps de cohérence 1 ns
- Puissance 1 mW
- Taille > 10 cm



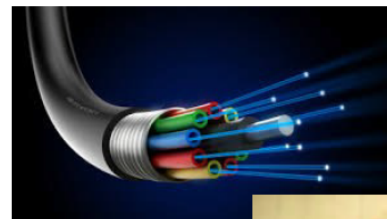
##### laser femtoseconde

- Impulsions de lumière < 100 fs
- Puissance 1 W
- Taille 1 m
- Prix > 10 k€

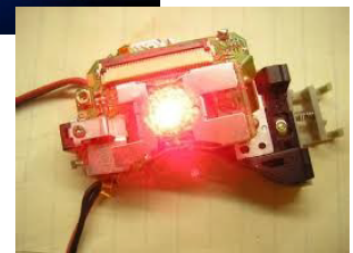
#### 1.2 Nombreuses applications

##### • Effet LASER :

- Transmission d'information
  - Lecture et enregistrement sur disque
  - Télécommunications par fibre optique

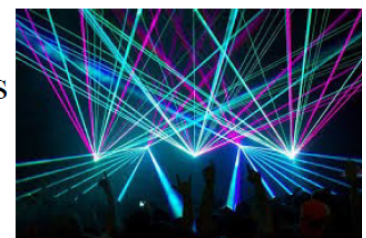


- Manipulation de matériaux :
  - Découpe
  - Soudure



- Instrument de mesure :
  - Mesure de distances
  - Système de détection

- Applications médicales
  - ... militaires
  - ... artistiques



### 1.3 Propriétés de la lumière d'un laser

★ **Faisceau plutôt directif** (donc limite l'atténuation par étalement spatial).

ODG : L'angle de diffraction en sortie d'un laser peut être de l'ordre du 1 mrad  $\simeq 0,06^\circ$ .

★ **Quasi monochromatique** (donc grande durée de cohérence).

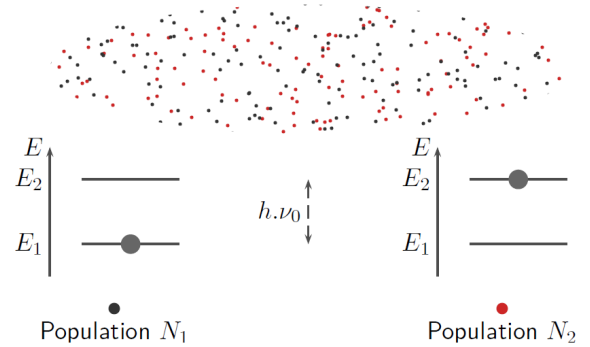
ODG : Le spectre d'un laser HeNe de longueur d'onde d'environ 633 nm peut être large de quelques pm.

## 2 Interaction photon-atome

### 2.1 Modèle du système à deux niveaux

On considère un ensemble de  $N$  atomes identiques indépendants. Pour simplifier, on ne s'intéressera qu'à une transition électronique entre deux états d'énergie de l'atome. On parle alors de « **système à deux niveaux** ». On supposera que les états d'énergie sont **non dégénérés**, c'est-à-dire que chaque état d'énergie ne correspond qu'à un état de d'atome.

On note  $E_1$  l'énergie du niveau fondamental, et  $E_2 > E_1$  l'énergie du niveau excité. On note  $N_1$  le nombre d'atomes dans l'état 1, et  $N_2$  le nombre d'atomes dans l'état 2. Les densités volumiques d'atomes sont notées  $n_1 = dN_1/dV$  et  $n_2 = dN_2/dV$ .



prop : Par conservation du nombre d'atomes :  $N_1 + N_2 = N = \text{cte}$ . Cela implique que les variations élémentaires de  $N_1$  et  $N_2$  sont opposées :  $dN_1 = -dN_2$ .

prop : Cette transition électronique ne peut interagir qu'avec des photons dont la fréquence  $\nu_0$  (et  $\omega_0, \lambda_0, k_0$ ) est donnée par :

$$E_2 - E_1 = h\nu_0 = \hbar\omega_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = \hbar ck_0 \tag{1}$$

où  $h \simeq 6,626 \cdot 10^{-34}$  J.s est la constante de Planck, et  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  est la constante de Planck réduite.

prop : À l'équilibre thermique à température  $T$ , le rapport entre populations d'atomes excités et à l'état fondamental est décrit par un facteur de Boltzmann. À l'équilibre, le niveau excité est toujours moins peuplé que le niveau fondamental.

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}\right) = \exp\left(-\frac{h\nu_0}{k_B T}\right) < 1 \tag{2}$$

où  $k_B \simeq 1,38 \cdot 10^{-23}$  J.K<sup>-1</sup> est la constante de Boltzmann.

démo : Pour un système à l'équilibre thermique à température  $T$ , la probabilité pour un système d'atteindre l'énergie  $E_i$  est proportionnelle au facteur de Boltzmann  $P_i = C \cdot \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)$ . En déduire  $N_2/N_1$ .

### 2.2 Densité spectrale d'une onde lumineuse

rappel : La densité volumique moyenne d'énergie du champ électromagnétique a été notée  $u$  (cf  $E_4$  et  $PO1$ ), unité en J.m<sup>-3</sup>.

def : Une onde réelle est une superposition continue d'ondes monochromatiques de fréquences  $\nu$  différentes. On définit alors une **densité spectrale d'énergie volumique** notée  $u_\nu(\nu)$  ou  $w(\nu)$ . On note  $du(\nu_0)$  l'énergie volumique portée par les composantes de fréquences  $\in [\nu_0, \nu_0 + d\nu]$ . Alors :  $du(\nu_0) = u_\nu(\nu_0) \cdot d\nu$ .

Ainsi,  $u_\nu$  est en J.m<sup>-3</sup>.Hz<sup>-1</sup>. Et l'énergie volumique totale est donnée par :  $u = \int_0^{+\infty} u_\nu(\nu) \cdot d\nu$ .

graphe : Le graphe de  $u_\nu(\nu)$  représente le spectre en fréquence de l'onde.

ex : Exemple de la densité spectrale d'un corps noir à température  $T$  :  $u_\nu(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1}$ .

### 2.3 Largeur spectrale d'une transition

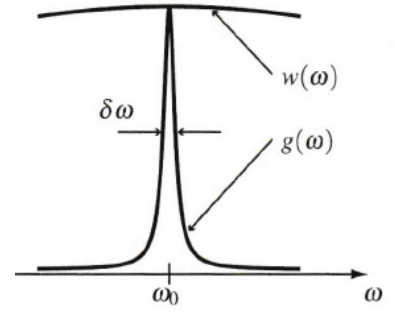
Une transition électronique n'est jamais exactement monochromatique. Le profil<sup>1</sup> de la raie  $g(\omega)$  a une largeur spectrale  $\delta\omega = 2\pi\delta\nu$ . Il existe plusieurs causes à cet élargissement.

\* par émission spontanée : Une inégalité de type « Heisenberg » relie la durée de vie  $\tau$  d'un état excité à sa largeur  $\delta E$  en énergie :  $\tau \cdot \delta E \simeq h$ . Ce qui donne avec  $\delta E = h\delta\nu$  la relation<sup>2</sup>  $\tau \cdot \Delta\nu \simeq 1$ . Cette cause d'élargissement est toujours présente.

\* par effet Doppler : Du fait de l'agitation thermique, les atomes du gaz n'ont pas tous la même vitesse relative à l'onde. Une transition électronique d'un ensemble d'atomes va donc interagir<sup>3</sup> avec des photons de différentes fréquences. Cet effet est d'autant plus faible que la température est faible.

\* par collisions : Les collisions entre atomes réduisent la durée des trains d'onde émis et donc élargissent le spectre. Cet effet est d'autant plus faible que le gaz est dilué.

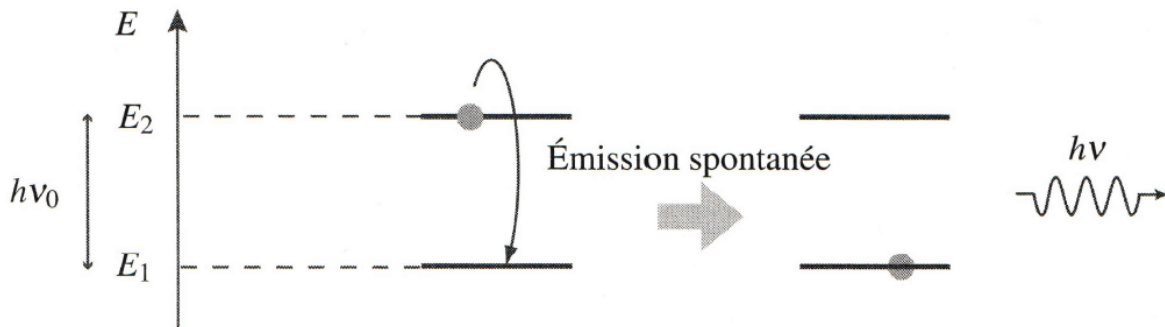
ODG : La largeur spectrale<sup>4</sup> en longueur d'onde peut valoir de l'ordre de  $10^{-3}$  nm.



→ modèle de spectre large : L'étude suivante des coefficients d'Einstein est effectuée dans le cadre d'un spectre  $w(\omega) = u_\nu(\omega)$  très large devant le profil de raie  $g(\omega)$  (cf graphe ci-contre). Ce modèle n'est plus valable dans le cas d'une émission laser (car le spectre lumineux est alors très étroit, parfois plus que le profil de raie), mais le principe de l'étude est similaire à un facteur près.

### 2.4 Trois types d'interaction entre un atome et un photon

#### 2.4.1 Émission spontanée



**def :** **Émission spontanée** : un atome excité passe à un état d'énergie inférieur en émettant un photon :

\* de fréquence  $\nu_0 = (E_2 - E_1)/h$ ,

\* de **phase, polarisation, et direction aléatoires**.

**rq :** Le phénomène est indépendant de la présence d'onde (phénomène spontané).

**prop :** Pendant une durée  $dt$ , l'effet de l'**émission spontanée** sur la variation  $dN_{2sp}$  d'atomes excités est :

$$\text{émission spontanée : } dN_{2sp} = - \underbrace{A_{21}}_{W_{sp}} \cdot N_2 \cdot dt \quad (3)$$

avec le **taux d'émission spontanée**  $W_{sp} = A_{21}$  qui est la probabilité par unité de temps pour un atome excité d'effectuer une émission spontanée (unité  $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$ ).

**justification de la formule :**

\* On a  $dN_{2sp} < 0$  car le nombre d'atomes excités diminue lors de l'émission.

\* Le nombre  $dN_{2sp}$  d'atomes qui se dés excitent est proportionnel au nombre d'atomes excités  $N_2$ .

\* Pendant une durée  $dt$ , la probabilité de dés excitation d'un atome est proportionnelle à  $dt$ . Le facteur  $A_{21} > 0$  est appelé **coefficient d'Einstein** pour l'émission spontanée.

1. Un profil dit normalisé vérifie  $\int_0^{+\infty} g(\omega)d\omega = 1$ .

2. Remarquer la ressemblance avec la durée  $\tau$  d'un train d'onde.

3. Ce phénomène est à l'origine de la méthode de refroidissement d'atomes par laser.

4. Rappel :  $\Delta\nu = c\Delta\lambda/\lambda_m^2$ .

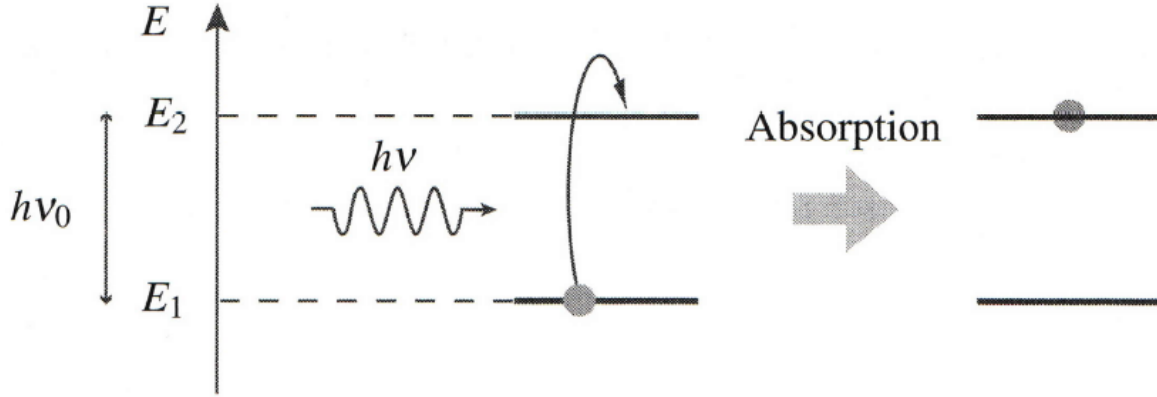
interprétation de  $A_{21}$  : Si les atomes ne sont pas soumis à une intensité lumineuse suffisante, le phénomène d'émission spontanée domine les autres. Dans ce cas :

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2 \Rightarrow N_2(t) = N_2(0) \cdot \exp(-A_{21}t) \quad (4)$$

prop : Le coefficient <sup>5</sup> d'Einstein d'émission spontanée est lié à la durée de vie  $\tau$  typique d'un état excité :

$$A_{21} = 1/\tau.$$

### 2.4.2 Absorption



**def : Absorption** : un photon de fréquence  $\nu_0 = (E_2 - E_1)/h$  est absorbé par un atome au repos qui passe à un état excité.

**rq** : Le phénomène est d'autant plus probable que l'onde incidente est intense à la fréquence  $\nu_0$ .

prop : Pendant une durée  $dt$ , l'effet de l'absorption sur la variation  $dN_2$  d'atomes excités est :

$$\text{absorption : } dN_{2ab} = + \underbrace{B_{12} \cdot u_\nu(\nu_0)}_{W_{ab}} \cdot N_1 \cdot dt \quad (5)$$

avec le **taux d'absorption**  $W_{ab} = B_{12} \cdot u_\nu(\nu_0)$  qui est la probabilité par unité de temps pour un atome dans l'état fondamental d'absorber un photon (unité  $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$ ).

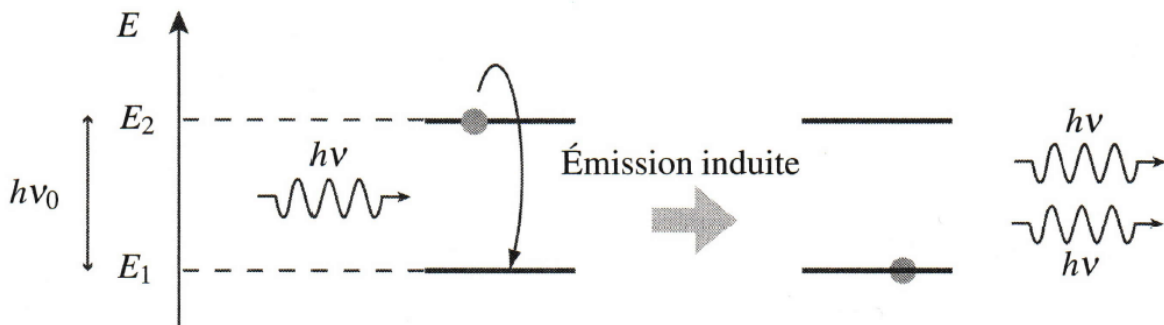
**justification de la formule** : \* On a  $dN_{2ab} > 0$  car le nombre d'atomes excités augmente.

\* Le nombre  $dN_{2ab}$  d'atomes qui absorbent est proportionnel au nombre d'atomes au repos  $N_1$ .

\* Pendant une durée  $dt$ , la probabilité d'excitation d'un atome est proportionnelle à  $dt$ . Le facteur  $B_{12} > 0$  est appelé **coefficient d'Einstein** pour l'absorption.

\* Plus l'onde incidente est intense à la fréquence  $\nu_0$  (donc  $u_\nu(\nu_0)$  grand), plus le processus est efficace.

### 2.4.3 Émission stimulée



**def : Émission stimulée** (ou émission induite) : un photon de fréquence  $\nu_0$  interagit avec un atome excité. Celui-ci passe à un état d'énergie inférieur en émettant un photon de mêmes propriétés que le photon incident :

\* **les photons incidents et émis sont indiscernables : mêmes phases, polarisations, et directions.**

**rq** : Le phénomène est d'autant plus probable que l'onde incidente est intense à la fréquence  $\nu_0$ .

5. CE : Associer l'émission spontanée à la durée de vie d'un niveau excité.

prop : Remarquer la différence de propriétés<sup>6</sup> avec un photon émis spontanément.

prop : Pendant une durée  $dt$ , l'effet de l'**émission stimulée** sur la variation  $dN_2$  d'atomes excités est :

$$\boxed{\text{émission stimulée : } dN_{2st} = - \underbrace{B_{21} \cdot u_\nu(\nu_0)}_{W_{st}} \cdot N_2 \cdot dt} \quad (6)$$

avec le **taux d'émission stimulée**  $W_{st} = B_{21} \cdot u_\nu(\nu_0)$  qui est la probabilité par unité de temps pour un atome excité d'émettre via émission stimulée (unité  $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$ ).

justification de la formule : \* On a  $dN_{2st} < 0$  car le nombre d'atomes excités diminue lors d'une émission.

\* Le nombre  $dN_{2st}$  d'atomes qui se désexcitent est proportionnel au nombre d'atomes excités  $N_2$ .

\* Pendant une durée  $dt$ , la probabilité de désexcitation d'un atome est proportionnelle à  $dt$ . Le facteur  $B_{21} > 0$  est appelé **coefficient d'Einstein** pour l'émission stimulée.

\* Plus l'onde incidente est intense à fréquence  $\nu_0$  (donc  $u_\nu(\nu_0)$  grand), plus le processus est efficace.

## 2.5 Exo : liens entre coefficients d'Einstein

exo<sup>7</sup> : On peut montrer que :

$$B_{12} = B_{21}, \quad \text{et} \quad \frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu_0^3}{c^3} \quad (7)$$

Dans le cadre où l'ensemble d'atomes est à l'équilibre thermique, on utilise le rapport à connaître  $N_2/N_1 = \exp\left(-\frac{h\nu_0}{k_B T}\right)$  (cf partie 2.1) et l'expression fournie de  $u_\nu(\nu_0, T) = \frac{8\pi h\nu_0^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu_0}{k_B T}\right) - 1}$  pour le corps noir (cf partie 2.2).

1. Écrire l'équation différentielle sur  $N_2$  faisant intervenir tous les termes. Montrer qu'en régime stationnaire, elle donne une relation à l'équilibre :  $A_{21}N_2 + B_{21}u_\nu(\nu_0)N_2 - B_{12}u_\nu(\nu_0)N_1 = 0$ .
2. En déduire le rapport  $N_2/N_1$  en régime stationnaire, le relier au facteur de Boltzmann.
3. Comment évolue  $u_\nu(\nu_0)$  avec la température  $T$  ? En déduire la limite haute température de  $N_2/N_1$ , puis que  $B_{12} = B_{21}$  noté  $B$ .
4. Reprendre la formule trouvée à la première question et en déduire que  $u_\nu(\nu_0) = \frac{A_{21}/B}{\exp\left(\frac{h\nu_0}{k_B T}\right) - 1}$ . En déduire  $A_{21}/B$  par identification à la relation de Planck.

## 3 Le laser comme oscillateur optique

Même principe général que l'oscillateur électronique étudié en TP : combiner amplification et filtrage sélectif.

### 3.1 Le milieu amplificateur

#### 3.1.1 Nécessité d'une inversion de population

On reprend le cadre d'un ensemble d'atomes modélisés comme des systèmes à deux niveaux. Une onde se propageant dans le milieu est amplifiée si l'émission stimulée domine l'absorption.

prop : Une onde est amplifiée si  $N_2 > N_1$ . On parle d'**inversion de population**.

rq : C'est une situation clairement hors-équilibre car  $N_2/N_1 = \exp\left(-\frac{h\nu_0}{k_B T}\right) < 1$  à l'équilibre.

justification<sup>8</sup> : Pour amplifier une onde et produire des photons de même propriétés que les photons incidents, il faut que l'émission stimulée domine l'absorption<sup>9</sup>. Soit  $|dN_{2st}| > dN_{2ab}$ , qui donne  $N_2 > N_1$ .

6. CE : Distinguer les propriétés d'un photon émis par émission spontanée ou stimulée.

7. CE : Utiliser les coefficients d'Einstein dans le cas d'un système à plusieurs niveaux non dégénérés.

8. CE : Justifier qualitativement la nécessité d'une inversion de population pour parvenir à amplifier une onde électromagnétique dans un laser.

9. Et aussi en plus l'émission spontanée.

exo : L'objectif est de montrer que l'onde est amplifiée par le milieu si  $N_2 > N_1$ .

★ On considère une onde se propageant selon  $+\vec{e}_z$ , monochromatique de fréquence  $\nu_0$ .

★ Le vecteur de Poynting d'une onde plane  $\vec{\Pi}$  à fréquence  $\nu_0$  est proportionnel à la densité spectrale d'énergie à cette fréquence :  $\vec{\Pi} = \Pi \vec{e}_z = \alpha u_\nu(\nu_0) \vec{e}_z$  avec  $\alpha > 0$ .

★ On note  $n_1 = dN_1/dV$  la densité volumique d'atomes dans l'état inférieur 1, et  $n_2 = dN_2/dV$  la densité volumique d'atomes dans l'état 2.

1. Pendant une durée  $dt$ , exprimer la variation d'énergie  $d\mathcal{E}_{ab}$  de l'onde lumineuse due à l'absorption par le milieu en fonction de l'énergie  $h\nu_0$  de la transition, le coefficient d'Einstein  $B_{12}$ ,  $N_1$  et  $u_\nu(\nu_0)$ . Faire la même démarche pour  $d\mathcal{E}_{st}$ . Justifier que la contribution de l'émission spontanée à l'onde est négligeable.
2. On admet  $B_{12} = B_{21} = B$ . En déduire alors la puissance volumique  $\mathcal{P}_V$  algébrique qui représente l'échange depuis l'onde vers le milieu :  $\mathcal{P}_V = h\nu_0 B u_\nu(\nu_0) \cdot (n_2 - n_1)$ . Commenter son signe en justifiant que l'onde est amplifiée s'il y a inversion de population.
3. On peut expliciter la manière dont l'onde est amplifiée. Écrire la relation de conservation de l'énergie électromagnétique, en ajoutant le terme de puissance volumique cédée échangée par l'onde. Puis, en se plaçant en régime stationnaire, démontrer que :  $\frac{d\Pi}{dz} = \frac{h\nu_0 B}{\alpha} (n_2 - n_1) \Pi(z)$ .
4. Finalement, justifier comment l'onde est amplifiée s'il y a inversion de population.

### 3.1.2 Pompage

def : Le **pompage** consiste à rendre le milieu actif par inversion de population grâce à une source d'énergie extérieure (électrique ou optique).

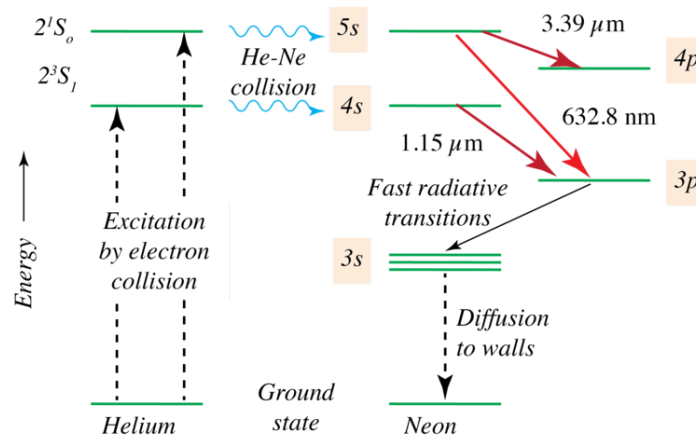
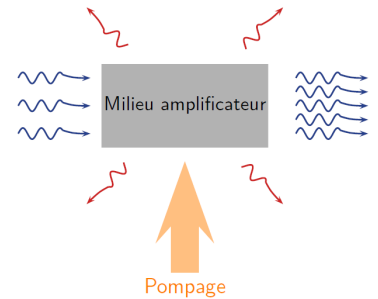
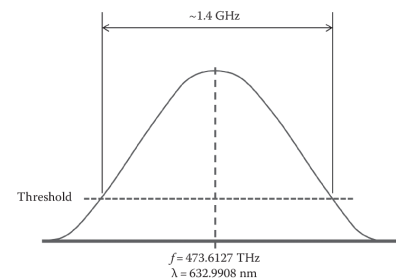


FIGURE 1 – Pompage électrique d'un laser HeNe. Des atomes d'He sont électriquement excités, puis transfèrent leur énergie par collisions aux atomes de Ne qui se retrouvent dans les états 4s et 5s. Il y a alors inversion de population sur les transitions vers les états intermédiaires vides 3p et 4p.

### 3.1.3 Gain du milieu amplificateur

prop : La lumière ne peut être amplifiée par un matériau qu'à des fréquences très proches de celle de la transition électronique dont la population est inversée. On trace alors une courbe de gain du milieu amplificateur en fonction de la fréquence, c'est en général une courbe en cloche de maximum en  $\nu = \nu_0$ . Des non-linéarités peuvent limiter la valeur de ce gain.

ODG : Pour un laser à gaz émettant dans le visible ( $\nu_0 \simeq 10^{15}$  Hz), la largeur spectrale du gain est de l'ordre de  $\Delta\nu = 1$  GHz, très petit devant  $\nu_0$ , cf figure.



### 3.2 Rôle de la cavité

#### 3.2.1 Modes propres

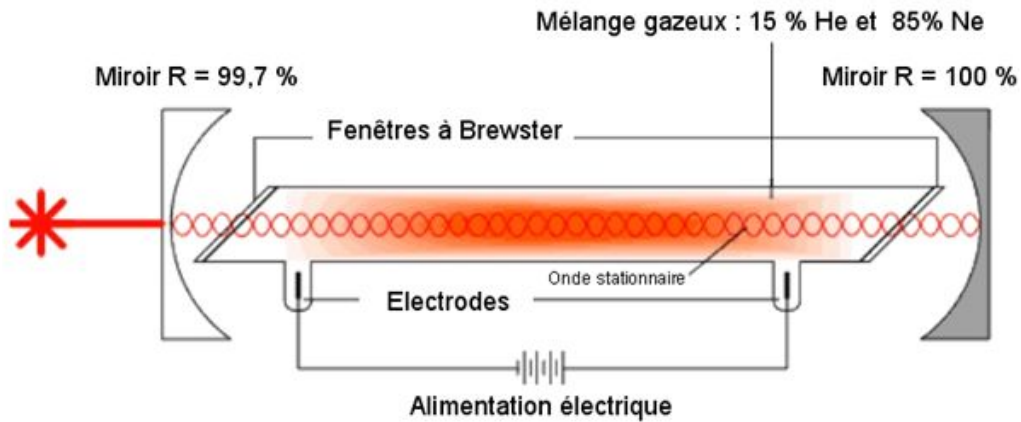


FIGURE 2 – Schéma d'un laser HeNe. Le milieu amplificateur est contenu dans un récipient à fenêtre de Brewster pour limiter les réflexions sur ses faces. La longueur de la cavité détermine les ondes stationnaires qui peuvent s'établir dans la cavité. Un des miroirs est partiellement réfléchissant pour laisser s'échapper de la lumière.

prop : Dans une cavité de longueur  $L$ , les **modes propres** sont de longueurs d'onde  $\lambda_n$  telles que :

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad \nu_n = n \frac{c}{2L} \tag{8}$$

interprétation : **La cavité agit ainsi comme un filtre sélectif qui ne permet qu'à certaines longueur d'onde de s'établir.** Il y a dans ce cas une infinité discrète de modes propres.

#### 3.2.2 Différence entre modes propres

prop : L'intervalle en fréquence entre deux modes successifs (appelé « Intervalle Spectral Libre » ) est donné par  $\Delta\nu_{ISL} = \nu_{n+1} - \nu_n = \frac{c}{2L}$ .

| ODG : Pour un laser à gaz HeNe de longueur  $\ell = 30$  cm, montrer que l'intervalle  $\Delta\nu_{ISL}$  est de l'ordre de 500 MHz.

### 3.3 Spectre résultant du gain et du filtrage par la cavité

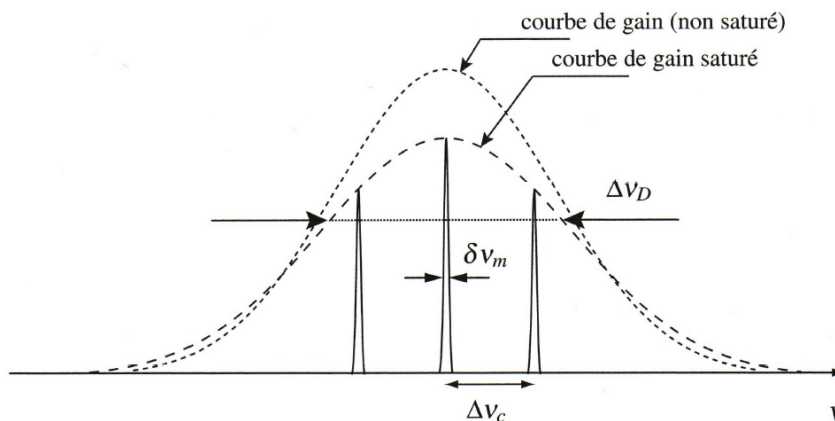
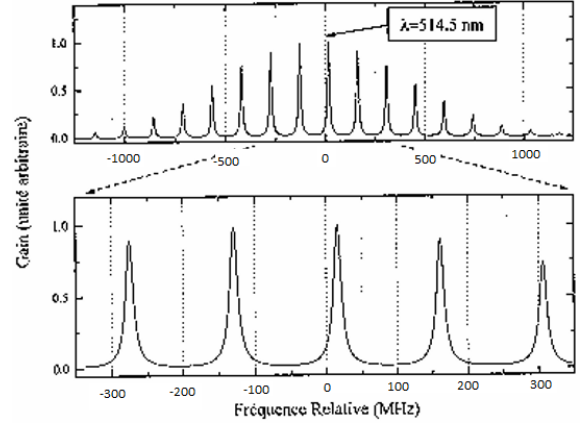


FIGURE 3 – Combinaison de la courbe de gain du milieu amplificateur de largeur en fréquence  $\Delta\nu_D$ . Tous les modes inclus dans cet intervalle pourront alors être amplifiés.

### 3.4 Exo : Laser à Argon

Un laser à argon est constitué d'une cellule de longueur  $d = 75$  cm, placée dans une cavité de longueur  $L$ . La cellule contient un gaz d'argon soumis à une décharge électrique. La cellule est également conçue pour que le faisceau laser arrive sur ses faces d'entrées avec un angle correspondant à l'angle d'incidence de Brewster. La cavité est formée de deux miroirs : l'un courbe, de rayon  $r = 1$  m, totalement réfléchissant, l'autre plan de coefficient de réflexion  $R = 0,985$ . La longueur d'onde d'émission laser est  $\lambda = 514,5$  nm. La figure donne le spectre d'émission du laser.

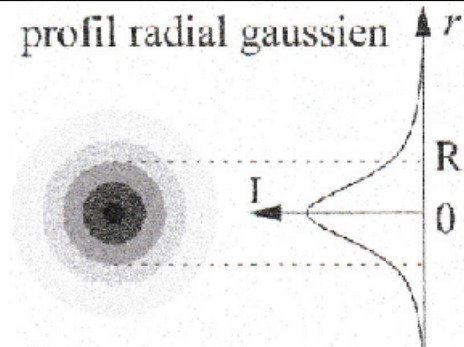
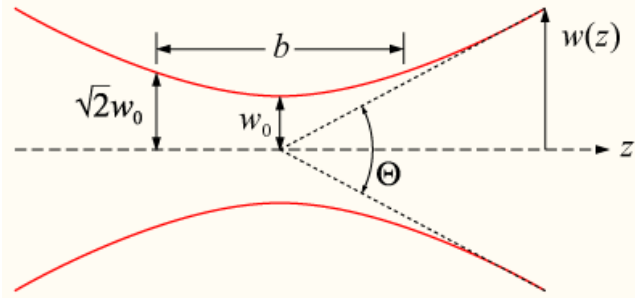


1. Rappeler ce que signifie l'incidence de Brewster. Pourquoi la cellule est-elle conçue pour que le faisceau laser arrive sous incidence de Brewster ?
2. Quel est le lien entre la longueur de la cavité et l'établissement d'une onde lumineuse stationnaire ? En déduire à l'aide du document la longueur  $L$  de la cavité laser.
3. Déduire du document la largeur spectrale du gain du milieu amplificateur.
4. En supposant que les surfaces d'onde épousent les formes des miroirs, déduire où se situe le col du faisceau laser.

## 4 Structure spatiale du faisceau laser

### 4.1 Description du mode fondamental gaussien

Aucune formule de cette partie n'est exigible. Mais il faut connaître les définition du waist  $w_0$ , de l'ouverture angulaire  $\theta$  et de la longueur de Rayleigh  $L_R$ .



prop non exigible, à savoir exploiter : Un exemple de profil spatial de l'intensité lumineuse d'un faisceau laser est le **mode fondamental gaussien** :

$$I(r, z) = I_0 \cdot \left( \frac{w_0}{w(z)} \right)^2 \cdot \exp \left( -\frac{2r^2}{w^2(z)} \right), \quad \text{avec} \quad w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left( \frac{z}{z_0} \right)^2} \quad \text{et} \quad z_0 = \pi w_0^2 / \lambda \quad (9)$$

★ symétrie : Le faisceau présente une symétrie de révolution autour de l'axe  $z$  de propagation. Ainsi,  $I$  ne dépend que de  $z$  et  $r$ .

★ profil radial gaussien : Comme un faisceau laser est d'extension radiale limitée, **il n'est pas bien décrit**<sup>10</sup> **pas une onde plane!** En une position  $z$  donnée, l'intensité du faisceau diminue en s'éloignant de l'axe ( $r$  croissant) en suivant une loi gaussienne.

★ largeur du profil radial : En plaçant l'origine de  $z$  au centre du faisceau, la distance typique d'atténuation  $w(z)$  de la gaussienne présente un minimum non nul puis diverge.

def : Le **waist**<sup>11</sup>  $w_0$  du faisceau est sa demi-largeur minimale (donc largeur minimale totale de  $2w_0$ ).

ex : C'est le  $w_0$  de l'exemple du schéma.

10. CE : Justifier qualitativement l'inadéquation du modèle de l'onde plane pour décrire un faisceau laser.

11. Ou « col » en français.



**def :** L'**ouverture angulaire** d'un faisceau est l'angle total  $\Theta$  ou le demi-angle  $\theta$  qui délimite le faisceau loin du waist.

**ex :** Il vaut  $\tan(\theta) = \frac{\lambda}{\pi w_0}$  dans l'exemple du mode fondamental gaussien.

**exo**<sup>12</sup> : Démontrer la formule de  $\theta$  à partir de  $w(z)$ .

**def :** La **longueur de Rayleigh**  $L_R$  est la demi-longueur sur laquelle le faisceau reste plutôt focalisé (la largeur du faisceau est proche du waist).

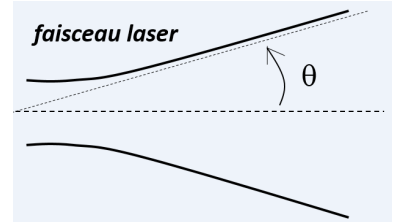
**ex :** Pour l'exemple précédent, on a  $L_R = z_0 = \frac{b}{2} = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ .

### 4.2 Modèle cylindre-cône

→ Le modèle précédent nous donne  $\theta \simeq \lambda/w_0$ . Comment l'interpréter<sup>13</sup> ?

**prop rappel :** **La diffraction détermine l'ouverture angulaire d'un faisceau laser.** Pour un faisceau de longueur d'onde  $\lambda$  et de diamètre minimal  $a$ , le demi-angle

d'ouverture est :  $\theta \simeq \frac{\lambda}{a}$ .



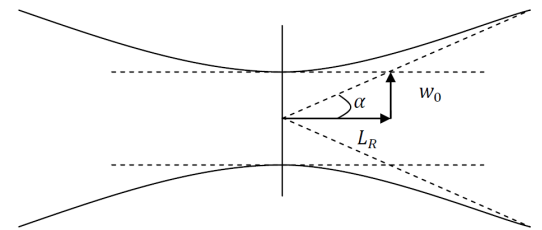
**prop :** Le profil d'un faisceau laser est simplement décrit par un modèle de cylindre et de cône :

- \* un cylindre de rayon  $w_0$ ,
- \* un cône d'ouverture donné par la diffraction du waist :  $\theta \simeq \lambda/w_0$ .

→ Pour produire un faisceau le plus parallèle possible, il faut un faisceau large pour limiter la diffraction.

→ Pour produire un petit waist, il faut un faisceau fortement convergent.

→ Si un waist est étroit, la longueur de Rayleigh est courte aussi.



**prop :** En général, le waist d'un laser est proche de la sortie de sa source.

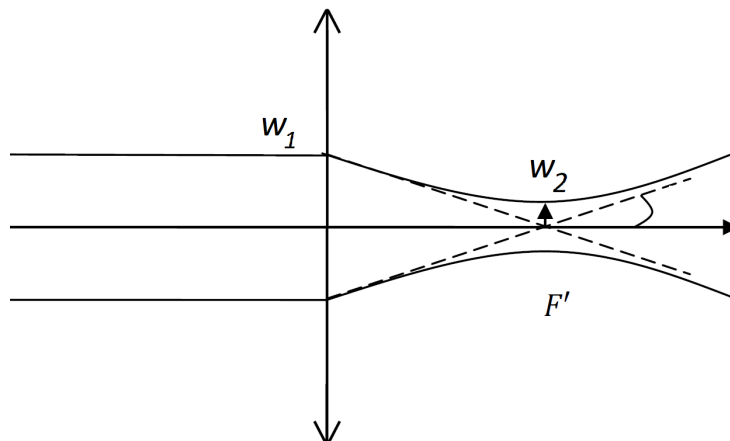
**prop :** En pratique, le waist minimum d'un faisceau peut difficilement être inférieur à  $\lambda$ .

**ODG :** Considérons une laser HeNe de  $\lambda = 633$  nm. On donne l'expression de la longueur de Rayleigh  $L_R = \pi w_0^2/\lambda$ .

1. Que vaut l'ODG du rayon du faisceau en sortie du laser ? En déduire la longueur de Rayleigh  $L_R$  qui donne une estimation de la longueur de la partie cylindrique du faisceau.
2. Calculer l'ODG de l'ouverture angulaire.
3. On pointe ce faisceau vers la Lune, située à distance  $d = 384400$  km. Estimer le diamètre  $w_L$  de ce faisceau laser au niveau de la surface de la Lune.
4. En déduire l'intensité lumineuse au niveau de la Lune.

### 4.3 Action d'une lentille sur un faisceau laser cylindrique

Considérons un faisceau laser d'ouverture angulaire négligeable (donc quasi-cylindrique) en incidence sur une lentille convergente. Comment est-il focalisé ?



12. CE : Utiliser l'expression fournie du profil radial d'intensité.

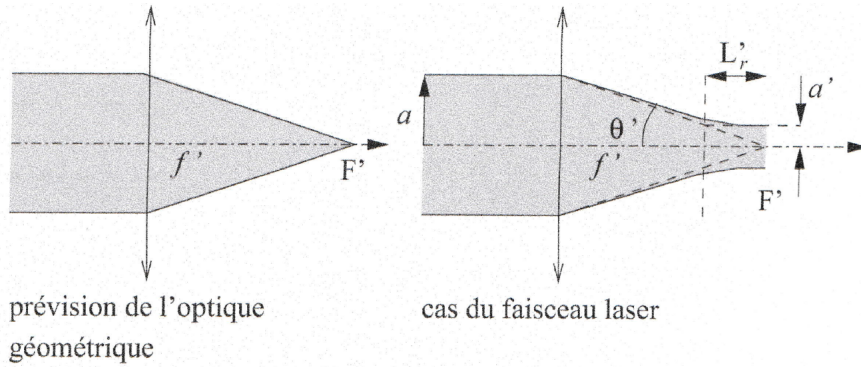
13. CE : Construire l'allure d'un faisceau de profil gaussien à partir de l'enveloppe d'un faisceau cylindrique et d'un faisceau conique. Exploiter qualitativement le phénomène de diffraction pour relier le waist et l'ouverture angulaire du faisceau à grande distance.

prop : Soit un faisceau cylindrique de longueur d'onde  $\lambda$ , de rayon  $w_1$  en incidence normale sur une lentille de distance focale image  $f'$ . Alors, le rayon minimal<sup>14</sup> du faisceau transmis est situé dans le plan focal image, et son rayon  $w_2$  est donné par :

$$w_2 = \frac{\lambda f'}{w_1} \tag{10}$$

démo : Utiliser deux interprétations de l'angle  $\theta_2$  du faisceau transmis :

- \* lien géométrique avec  $f'$  et  $w_1$ ,
- \* lien par diffraction avec  $\lambda$  et  $w_2$ .



prop : En pratique, peu faisable d'avoir  $f' < w_1$ , donc le waist minimum est de l'ordre de  $w_{2min} \simeq \lambda$ .

#### 4.4 Action d'une lentille sur un faisceau laser conique

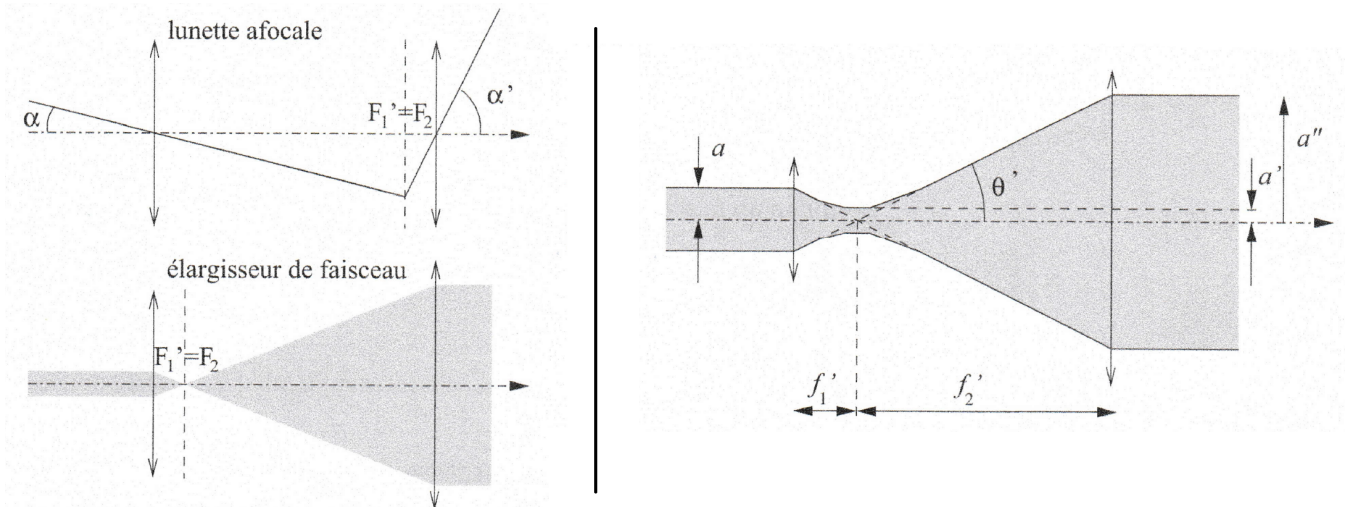
exo : On considère un faisceau de waist étroit  $w_1$  placé au foyer objet d'une lentille convergente de focale  $f'$ . En utilisant le résultat précédente et le principe de retour inverse de la lumière, montrer que l'ouverture angulaire du faisceau transmis est :

$$\theta_2 = \frac{w_1}{f'} \tag{11}$$

prop : Pour réduire l'ouverture angulaire d'un faisceau laser, il faut élargir le faisceau à l'aide d'une lentille de grande distance focale.

#### 4.5 Élargisseur de faisceau

Si on souhaite élargir un faisceau quasi-cylindrique, on utilise alors un système afocal :



14. CE : Déterminer la dimension et la position de la section minimale du faisceau émergent d'une lentille éclairée par un faisceau cylindrique.