

## TDPO4 : Introduction à la physique du laser

### Savoirs

- Absorption, émission stimulée, émission spontanée. Coefficients d'Einstein.
- Amplification d'ondes lumineuses par émission stimulée. Inversion de population
- Description simplifiée d'un faisceau de profil gaussien : waist, longueur de Rayleigh, ouverture angulaire. Modèle cylindre-cône. Transformation à l'aide d'une lentille d'un faisceau cylindrique en faisceau conique et réciproquement. Élargisseur de faisceau.

### Savoir-faire

- Distinguer les propriétés d'un photon émis par émission spontanée ou stimulée. Associer l'émission spontanée à la durée de vie d'un niveau excité. → *Exo 1*.
- Utiliser les coefficients d'Einstein dans le seul cas d'un système à plusieurs niveaux non dégénérés. → *Exos 2 et 3*.
- Justifier la nécessité d'une inversion de population. → *Exo 3*.
- Structure spatiale du faisceau laser : Relier l'ouverture angulaire  $\lambda/w$  et le rayon minimal  $w$ . Utiliser l'expression fournie du profil radial d'intensité en fonction de la distance axiale. Construire l'allure d'un faisceau de profil gaussien à partir de l'enveloppe d'un faisceau cylindrique de rayon  $w$  et d'un faisceau conique centré sur l'orifice de sortie du laser, et de demi-ouverture angulaire  $\lambda/w$ .

Exploiter la convergence angulaire du faisceau issue de l'optique géométrique, la loi du retour inverse, et le lien entre l'ouverture angulaire et le rayon minimal pour obtenir la dimension et la position de la section minimale.

Utiliser un élargisseur de faisceau pour réduire l'ouverture angulaire. → *Exos de cours et 5*.

### Interro de cours

1. Pour un laser de TP, donner l'ODG du waist, l'ouverture angulaire, largeur spectrale en nm.
2. Soit un ensemble de systèmes à deux niveaux d'énergies  $E_1$  et  $E_2 > E_1$  avec  $E_2 - E_1 = h\nu_0$ . À l'équilibre thermique à température  $T$ , que vaut  $N_2/N_1$ ? Donner les limites de température nulle ou infinie.
3. Soit un ensemble de systèmes à deux niveaux d'énergies  $E_1$  et  $E_2 > E_1$  avec  $E_2 - E_1 = h\nu_0$ . Donner les expressions des variations de population  $dN_2$  dans les cas de l'émission spontanée, de l'absorption, de l'émission stimulée.
4. Dessiner l'allure d'un faisceau laser dans le modèle cône/cylindre. Préciser sur le schéma le rayon minimal  $w_0$  et la demi-ouverture angulaire  $\theta$ . Donner la relation entre  $w_0$  et  $\theta$  (en ordre de grandeur, sans préfacteur numérique).
5. Toujours dans le cadre du modèle cône/cylindre, on définit la longueur de Rayleigh  $L_R$  par la demi-longueur de la partie cylindrique. Démontrer son expression en fonction de  $w_0$  et  $\lambda$  (en ordre de grandeur, sans préfacteur numérique).

## 1 Émission spontanée et durée de vie

On considère deux niveaux d'énergie  $E_1$  et  $E_2$  ( $E_2 > E_1$ ) dont la population (ou nombre d'atomes par unité de volume) est notée respectivement  $N_1$  et  $N_2$ . On note  $A_{21}$  le coefficient d'Einstein pour l'émission spontanée. A  $t = 0$ , le nombre d'atomes dans le niveau 2 est  $N_2^0$ .

1. Définir l'émission spontanée. On suppose que c'est l'unique processus qui change les populations. Déterminer  $N_2$  en fonction du temps.
2. La constante de temps caractéristique de l'évolution est appelée durée de vie moyenne d'un niveau. Exprimer le temps de demi-vie et la durée de vie moyenne d'un niveau en fonction du coefficient d'Einstein  $A_{21}$ .
3. On donne une relation de Heisenberg reliant la durée de vie typique  $\tau$  d'un niveau d'énergie et sa largeur spectrale  $\Delta\nu$  :  $\tau\Delta\nu \simeq 1$ . En déduire le temps de cohérence, la largeur spectrale et la longueur de cohérence de la lampe à vapeur de sodium sachant que  $A_{21} = 5,181 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$ .

## 2 Compétition émission spontanée/émission stimulée

Considérons un milieu amplificateur composé d'atomes à deux niveaux  $E_1$  et  $E_2 > E_1$ . On note  $A_{21}$  et  $B_{21}$  les coefficients d'Einstein correspondant respectivement à l'émission spontanée de 2 vers 1 et à l'émission stimulée de 2 vers 1. On définit ici la densité spectrale  $u_\nu$  par :  $u = \int u_\nu \cdot d\nu$ . On admet que l'intensité d'une onde quasi-monochromatique de fréquence  $\nu$  est  $I = u_\nu \cdot \nu \cdot c$ .

On admet que :  $\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3}$  avec  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  uSI la constante de Planck et  $\nu$  la fréquence de la transition 1-2.

1. Montrer que cette relation est bien homogène.
2. Évaluer le rapport entre les taux de désexcitation par émission spontanée  $\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{spont}$  et par émission stimulée  $\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{stim}$  en fonction de  $h, c, \nu$  et  $I$ .
3. On considère un laser dont la puissance de sortie  $P$  est de 1 mW. Le faisceau a un waist de 1 mm à la sortie du dispositif. La largeur de la raie émise est  $\Delta\nu = 1$  MHz. Le miroir de sortie du laser fait passer 1% de l'intensité lumineuse. En déduire l'ordre de grandeur de  $I$  dans la cavité (donc dans le milieu amplificateur).
4. En déduire que l'émission spontanée est négligeable devant l'émission stimulée seulement si  $\nu$  est très faible devant une valeur que l'on calculera.
5. Conclure quant à la possibilité de réaliser actuellement des lasers dans les domaines UV/rayons X/rayons gamma. On comprend mieux pourquoi l'amplification a d'abord été réalisée dans le domaine micro-ondes (MASER : Microwave amplifier by stimulated emission of radiation) avant d'être réalisée dans l'optique.

## 3 Inversion de population dans un système à 2 ou 3 niveaux

On considère un milieu ne contenant que des atomes à deux niveaux composés d'un niveau fondamental noté  $f$  et d'un niveau excité noté  $e$ , séparés d'une énergie  $\hbar\omega$ .

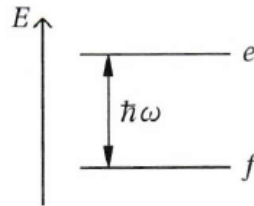


Figure 19.13. Système à deux niveaux.

Le milieu est éclairé par une lampe très puissante d'intensité  $I$ . On appelle  $W$  le taux d'émission stimulée de  $e$  vers  $f$  que l'on suppose égal au taux d'absorption de  $f$  vers  $e$ . On appelle  $\Gamma_e$  le taux d'émission spontanée de  $e$  vers  $f$ . Le taux  $W$  est relié à l'intensité de la lumière incidente et à la section efficace d'absorption  $\sigma$  par  $W = \sigma I / \hbar\omega$ .

1. Écrire, en fonction de  $W$  et  $\Gamma_e$  les équations d'évolution des populations dans ce système à deux niveaux en désignant par  $N_e$  et  $N_f$  les nombres d'atomes dans les états  $e$  et  $f$  et  $N$  le nombre total d'atomes.
2. Montrer qu'en régime stationnaire, l'inversion de population  $\Delta N = N_e - N_f$  dans ce système peut se mettre sous la forme :

$$\Delta N = -\frac{N}{1 + I/I_{\text{sat}}}$$

On donnera l'expression de  $I_{\text{sat}}$  en fonction des données du problème.

3. Montrer qu'il ne peut jamais y avoir inversion de population en éclairant un système à deux niveaux. Quelle interprétation pouvez-vous donner à  $I_{\text{sat}}$  ?
4. On envoie une onde laser selon un axe ( $Oz$ ) sur le milieu précédent, contenant  $N_e$  atomes dans l'état  $e$  et  $N_f$  atomes dans l'état  $f$ . En tenant compte uniquement de l'émission stimulée et de l'absorption exprimer le gain d'intensité du faisceau laser par unité de longueur  $g = \frac{1}{I} \frac{dI}{dz}$  en fonction de  $W, N_e - N_f, \hbar\omega$  et du volume  $V$  du milieu atomique. A quelle condition peut-on amplifier l'énergie du faisceau ?
5. Conclure quant à la possibilité de fabriquer un laser à l'aide d'un système à deux niveaux.

On s'intéresse à un atome à trois niveaux notés par énergie croissante  $f$ ,  $i$  et  $e$ . Un schéma du système est donné sur la figure 19.16.

Le milieu est éclairé par un laser de pompe d'intensité  $I_p$  résonnant avec la transition de  $f$  vers  $e$ . Le taux d'émission stimulée sur la transition de  $f$  vers  $e$  est supposé égal au taux d'absorption et s'écrit  $W_p = \sigma_{ef} I_p / \hbar \omega_{ef}$  où  $\sigma_{ef}$  est la section efficace d'interaction,  $\hbar \omega_{ef}$  la différence en énergie entre les états  $e$  et  $f$  et  $I_p$  l'intensité du faisceau de pompe. La transition laser correspond à la transition entre les niveaux  $f$  et  $i$ . En notant  $I$  l'intensité du faisceau intracavité, le taux d'absorption supposé égal au taux d'émission stimulée s'écrit  $W = \sigma_{if} I / \hbar \omega_{if}$  où  $\sigma_{if}$  est la section efficace d'interaction et  $\hbar \omega_{if}$  la différence en énergie entre les états  $i$  et  $f$ . On note  $\Gamma_e$  le taux d'émission spontanée de  $e$  vers  $i$  et  $\Gamma_i$  celui de  $i$  vers  $f$ . Les populations des états  $f$ ,  $i$  et  $e$  sont respectivement notées  $N_f$ ,  $N_i$  et  $N_e$ .

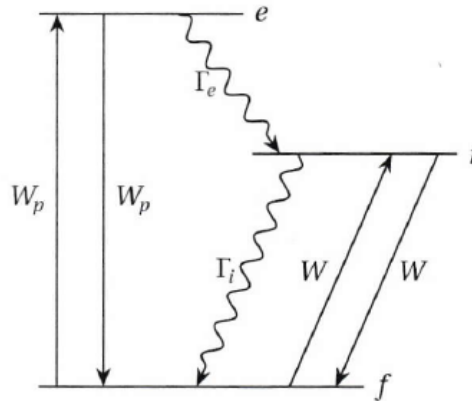


Figure 19.16. Système à trois niveaux.

1. Écrire les équations d'évolution vérifiées par les populations des différents niveaux.
2. En régime stationnaire et dans le cas où  $\Gamma_e \gg W_p$  et  $\Gamma_e \gg \Gamma_i$ , montrer que la population du niveau  $e$  peut être négligée.
3. Montrer que l'inversion de population entre  $i$  et  $f$  notée  $\Delta N = N_i - N_f$  s'écrit :

$$\Delta N = \frac{W_p - \Gamma_i}{W_p + \Gamma_i + 2W} N,$$

où  $N$  représente le nombre total d'atomes.

4. Indiquer alors à quelle condition sur le taux de pompage  $W_p$  il est possible d'obtenir l'inversion de population entre les niveaux  $i$  et  $f$ . Conclure quant à la possibilité de fabriquer un laser à l'aide d'un tel système.
5. Comment évolue le gain linéique  $g = \frac{1}{I} \frac{dI}{dz}$  du milieu lorsque l'intensité intracavité augmente ? On supposera que le taux de pompage est constant.
6. Expliquer pourquoi les systèmes à quatre niveaux sont cependant plus utilisés que ceux à trois niveaux.

## 4 Détermination de l'intervalle spectral libre d'un laser à diode

On considère une diode laser dont la cavité est linéaire, de longueur  $L$ . Le milieu amplificateur est un semi-conducteur, l'arséniure de gallium-aluminium (GaAlAs), qui remplit toute la cavité. La différence d'énergie entre le bas de sa bande de conduction et le haut de sa bande de valence (le *gap*) est  $E_g = 1,6$  eV. L'indice de réfraction du milieu dans le visible est  $n = 3,50$ .

1. Déterminer la longueur d'onde d'émission de ce laser dans le vide.
2. En utilisant la condition de bouclage d'un tel laser en régime stationnaire, montrer que les fréquences existant dans la cavité doivent vérifier :  $\nu_p = \frac{pc}{2nL}$  avec  $p$  un entier positif non nul.
3. En déduire l'expression de l'intervalle de fréquence entre deux modes longitudinaux voisins de la cavité :  $\Delta\nu = \nu_{p+1} - \nu_p$ . Cet intervalle est appelé intervalle spectral libre (ISL).
4. Pour mesurer expérimentalement cet ISL on éclaire un interféromètre de Michelson en configuration lame d'air à l'aide du laser élargi (grâce à un élargisseur de faisceau). On supposera pour simplifier que deux modes

seulement de la cavité existent :  $\nu_1$  et  $\nu_2 = \nu_1 + \Delta\nu$ . Ces deux modes sont supposés incohérents. On place une photodiode en sortie du dispositif au centre de la figure d'interférences. On chariote le miroir mobile et on se rend compte que le contraste de la figure d'interférences disparaît régulièrement, à chaque fois que le miroir est déplacé de  $\Delta x = 1,15$  mm. En déduire l'ISL de ce laser.

- Déduire du calcul précédent la longueur de la cavité laser.

## 5 Mesure de la distance Terre-Lune

L'expérience « laser-lune » de l'Observatoire de la Côte d'Azur (OCA) a pour but la détermination précise de la distance Terre-Lune et de ses variations. Le principe est la mesure de la durée d'aller-retour d'une impulsion laser émise du sol vers un réflecteur lunaire.



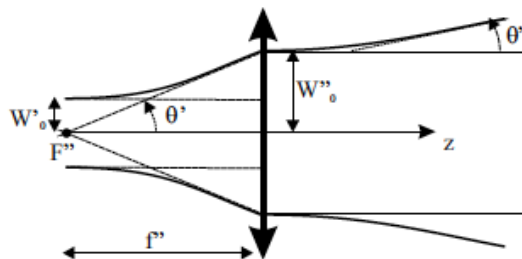
- L'intervalle de temps entre l'émission de l'impulsion et son retour est de 2,56 s. En déduire la distance moyenne Terre-Lune.
- La distance actuelle est déterminée au centimètre près. En déduire la précision nécessaire sur la mesure de la durée de l'aller-retour.

Le laser employé est un laser YAG-Nd à 532 nm. Le waist du faisceau à la sortie du laser est de  $W_0 = 6$  mm.

- À l'aide d'un modèle cône/cylindre du faisceau, exprimer en ordre de grandeur le lien entre  $W_0$ ,  $\lambda$  et la longueur de Rayleigh (demi-longueur de la partie cylindrique). AN.

On place une première lentille  $L_1$  convergente à une distance du laser inférieure à la longueur de Rayleigh. Afin de minimiser les aberrations, on choisit sa distance focale image de l'ordre de  $W_0$ .

- Quelle est le rayon de la tache lumineuse de ce laser dans le plan focal image de la lentille convergente ?
- On place une deuxième lentille mince convergente  $L_2$  de focale  $f''$  de telle sorte que son foyer objet  $F''$  coïncide avec le point de focalisation  $F'$  du laser par la lentille  $L_1$ .



On veut placer la lentille  $L_2$  dans une région de l'espace où le faisceau laser incident a un caractère conique. Quelle est la valeur minimale de  $f''$  que l'on puisse prendre ? On prendra dans la suite  $f'' = 30$  cm.

- Que vaut le waist  $W''_0$  du laser sortant de la deuxième lentille ? En déduire  $\theta''$  à la sortie de la deuxième lentille ?
- Quel est le rayon du faisceau laser lorsque celui-ci atteint la Lune ?
- Si l'on note  $I_S$  l'intensité sortant du laser, et  $I_L$  l'intensité arrivant sur la Lune, que vaut le rapport  $I_L/I_S$  ?
- Le laser émet des impulsions d'énergie  $E = 0,3$  J sur une durée de  $0,3$   $\mu$ s. Combien de photons sont émis pendant une impulsion ?
- La fraction effective des photons détectés après aller-retour est de l'ordre de  $10^{-20}$ . Combien d'impulsions faut-il envoyer pour espérer détecter un photon ?