

TDMF4 : Bilans macroscopiques

Savoirs

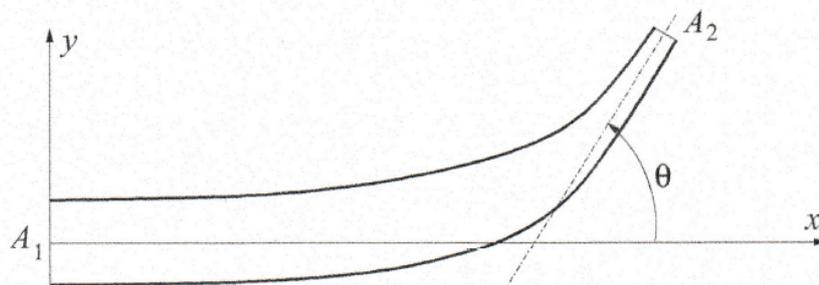
- Bilans de masse.
- Bilans de quantité de mouvement ou d'énergie cinétique pour un écoulement stationnaire unidimensionnel à une entrée et une sortie.

Savoir-faire

- Associer un système fermé à un système ouvert pour faire un bilan.
→ *Tous les exos.*
- Établir et utiliser un bilan de masse. *C'est le départ de nombreux exos de méca des fluides : lien entre vitesses et sections de l'écoulement.*
→ *Démo : cf cours. Utilisation : tous les exos.*
- Utiliser avec précaution la relation de Bernoulli. *Permet de relier vitesses et pressions. ATTENTION : cette relation n'est pas valable pour une ligne de courant interrompue par un élément de machine : hélice, pompe, etc.*
→ *Presque tous les exos mais avec précaution dans exo de cours ventilateur, et exo 4.*
- **Utiliser la loi de la quantité de mouvement pour exploiter un bilan.**
→ *Exos de cours : embout, tuyau coudé, et exos 1, 2, 3, 4, 6.*
- **Utiliser la loi de l'énergie cinétique pour exploiter un bilan.**
→ *Exos de cours : ventilateur, exos 4, 5.*
- Démontrer et utiliser les principes de la thermodynamique pour une machine thermique avec écoulement stationnaire.
→ à utiliser si les actions sur l'écoulement ne sont pas purement mécaniques (échanges thermiques, transitions de phase, etc).
→ *Cf chapitre T1.*

1 Force sur une canalisation

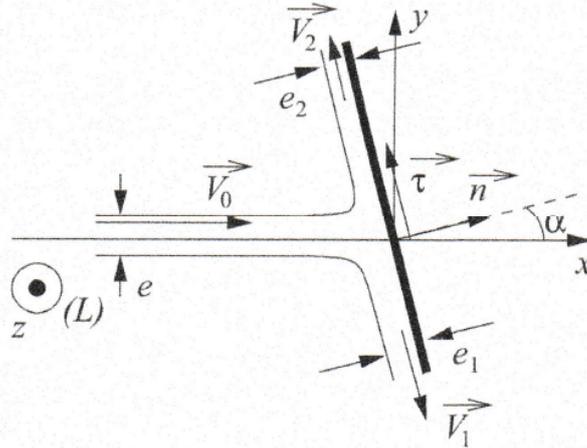
Dans le dispositif suivant, vu dans le plan horizontal, la pression en A_1 est P_1 , la section S_1 et la vitesse V_1 , la pression en A_2 est P_2 et la section S_2 et la vitesse V_2 . On étudie l'écoulement stationnaire d'un fluide homogène, parfait et incompressible de masse volumique μ .



- Déterminer la relation entre les deux pressions et les deux vitesses.
- Déterminer la relation entre les deux sections et les deux vitesses.
- Déterminer la force exercée par le fluide sur le tuyau. On pourra d'abord déterminer la somme des forces extérieures sur le fluide puis la décomposer.

2 Action d'un jet sur une plaque fixe

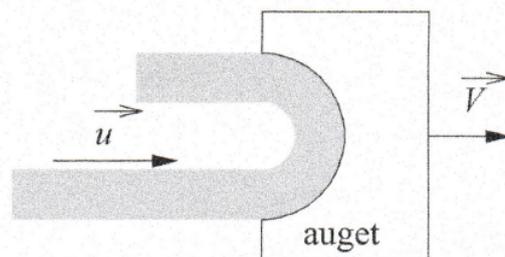
Un jet d'eau (fluide parfait et incompressible) a la forme d'une lame d'épaisseur e selon y , de largeur L selon z , et se déplace à la vitesse incidente uniforme $\vec{V}_0 = V_0 \vec{u}_x$. Il s'écrase sur une plaque dont la normale est inclinée d'un angle α par rapport à \vec{u}_x . Il se divise en deux jets d'épaisseurs respectives e_1 et e_2 , de même largeur L , de vitesses \vec{V}_1 et \vec{V}_2 . La figure suivante est donnée dans le plan horizontal, on néglige les effets de la pesanteur. Le système baigne dans l'air à la pression uniforme P_0 .



- Déterminer les épaisseurs e_1 et e_2 .
- Déterminer la force \vec{F} qu'il faut exercer sur la plaque pour la maintenir immobile.

3 Auget mobile

Dans ce modèle, un auget est mis en mouvement de translation à la vitesse $\vec{V} = V \vec{e}_x$ (dans le référentiel terrestre) grâce à un jet d'eau à la vitesse $\vec{u} = u \vec{e}_x$ qui rebondit en gardant une section égale s . La masse volumique de l'eau est μ .

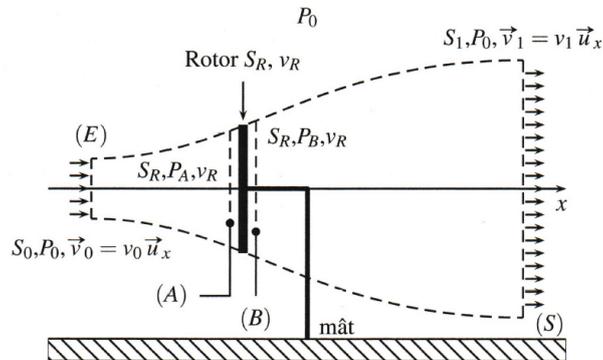


- Par un bilan de masse dans un référentiel convenablement choisi, déterminer la vitesse du jet de retour dans le référentiel terrestre.
- Déterminer la force exercée par le jet d'eau sur l'auget. On négligera le poids et les forces de pression de l'air devant cette force.
- En déduire la puissance de cette force.
- Le rendement énergétique de ce dispositif est le rapport entre cette puissance et la puissance cinétique incidente $\frac{dE_c}{dt}$ du jet d'eau. Quelle relation doit-on vérifier entre u et V pour rendre ce rendement maximal ? Calculer ce rendement maximal.

4 Éolienne

On cherche à déterminer la puissance prélevée au vent par le rotor d'une éolienne. En amont, loin de l'éolienne, le vent est uniforme et permanent de vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$ et pression P_0 . Les effets de pesanteur sont négligés. L'éolienne est constituée d'un mât fixe dont l'influence sera négligée, et portant un rotor assimilé à un disque de diamètre D et section S_0 .

L'écoulement de l'air, de masse volumique μ , est unidimensionnel, stationnaire, incompressible et parfait, sauf au voisinage immédiat du rotor. La figure suivante illustre le tube de courant s'appuyant sur les bords du rotor.



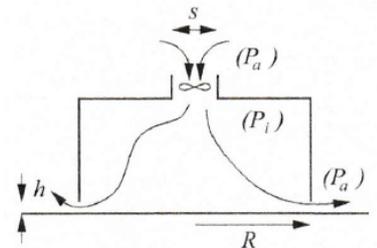
Les surfaces (A) et (B) sont situées de part et d'autre du rotor à proximité immédiate et on prend donc : $S_A = S_B = S_R$ et $\vec{v}_A = \vec{v}_B = \vec{v}_R = v_R \vec{u}_x$. On désigne par $\vec{F} = F \vec{u}_x$ la force totale exercée par l'hélice sur le fluide.

1. Étant donné l'allure du tube de courant, que peut-on dire de v_1 et de v_0 ?
2. En faisant un bilan de quantité de mouvement sur un système que l'on précisera, établir une relation liant v_0 , v_1 , S_0 , μ et F .
3. En faisant un bilan de quantité de mouvement, établir une relation liant P_A , P_B , S_R et F . En déduire l'expression de la vitesse de l'air au niveau du rotor v_R en fonction de v_0 et v_1 .
4. Déterminer, à partir d'un bilan énergétique, l'expression de la puissance \mathcal{P} des actions mécaniques que le vent exerce sur le rotor en fonction de μ , S_R , v_0 et du rapport $\alpha = v_1/v_0$. Pour quelle valeur de α cette puissance est-elle maximale ? Exprimer \mathcal{P}_{\max} en fonction de μ , S_R et v_0 .
5. On étudie deux éoliennes très différentes :
 - > éolienne de faible puissance utilisée sur un voilier : diamètre $D = 1140$ mm, $v_0 = 44,4$ km.h⁻¹ (soit 24 nœuds) et $\mathcal{P}_{\text{nominale}} = 400$ W ;
 - > une éolienne de forte puissance (réseau de distribution électrique régional) : diamètre $D = 47$ m, $v_0 = 15$ km.h⁻¹ et $\mathcal{P}_{\text{nominale}} = 660$ kW.

Commenter en liaison avec les résultats précédents sachant que la puissance nominale est la puissance pour laquelle l'éolienne a été conçue préférentiellement ; v_0 représente également la vitesse nominale. On prendra $\mu = 1,225$ kg.m⁻³.

5 Hydroglisseur

Un hydroglisseur est assimilé à un cylindre de rayon $R = 5,0$ m de masse $M = 8,0$ tonnes dont l'extrémité inférieure se maintient à une hauteur $h = 3,0$ cm au dessus de l'eau parfaitement plate d'un lac. Il glisse sur un coussin d'air assuré par l'aspiration (partie supérieure) d'air atmosphérique à pression $P_a = 1,0 \cdot 10^5$ Pa grâce à un ventilateur de section $s = 1,0$ m². Cet air se répartit à pression P_i dans la cavité cylindrique de section $S = \pi R^2 = 78,5$ m² où on néglige sa vitesse. Puis l'air est expulsé sur le pourtour circulaire de périmètre $L = 2\pi R = 31,4$ m. L'écoulement est parfait, incompressible et de masse volumique uniforme $\mu = 1,2$ kg.m⁻³.



1. En identifiant les forces appliquées à l'hydroglisseur, montrer que $P_i = P_a + MG/S$ en précisant l'approximation effectuée.
2. Déterminer les expressions et valeurs des vitesse d'entrée V_e (juste après l'hélice) et de sortie V_s de l'écoulement.
3. On effectue un bilan d'énergie cinétique sur l'écoulement dans le tube d'entrée de part et d'autre de l'hélice. La section est donc s et la vitesse V_e de chaque côté. On néglige la pesanteur. Déterminer la puissance reçue par l'écoulement.

6 Propulsion d'une fusée

Une fusée en mouvement suivant la verticale ascendante dans le référentiel terrestre supposé galiléen est soumise au champ de pesanteur supposé uniforme. Elle éjecte des gaz avec un débit massique D_m constant et une vitesse relative \vec{u} constante et dirigée vers le bas. La fusée et son contenu constitue un système ouvert S . On considère le système S^* fermé constitué à l'instant t de S . En revanche, à l'instant $t + dt$, S^* est constitué de la fusée et de son contenu ainsi que des gaz éjectés en dt . On note $m(t)$ la masse de la fusée et de son contenu à l'instant t . On note \vec{v} le vecteur vitesse de la fusée et on suppose que le carburant y est à l'état solide.

1. Exprimer $m(t)$ en fonction de $m(t=0) = m_0$, D_m et t .
2. On suppose le champ de pression uniforme autour de la fusée. Montrer que le mouvement de la fusée est piloté par l'équation :

$$m(t) \frac{d\vec{v}}{dt} + D_m \vec{u} = m(t) \vec{g}$$

3. Quelle est la condition sur D_m pour que le décollage soit possible ? Déterminer l'expression de $v(t)$.
4. Quelle est la puissance apportée par le réacteur ?

7 Jet-pack ballistique

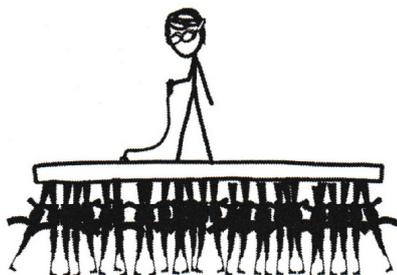


FIGURE 1 – Modélisation de l'expérience.



FIGURE 2 – Variante : est-il possible que le conducteur soit arrêté pour excès de vitesse ?

Doc : Images¹ de Randall Munroe, auteur du blog *xkcd* et de sa variante « What if? Serious Scientific Answers to Absurd Hypothetical Questions » et en livre francophone « Et si... ? » chez Flammarion.

Question : Est-il possible de créer l'équivalent d'un jetpack en utilisant des mitrailleuses qui tirent vers le bas ?

1. Source : <https://what-if.xkcd.com/21/>