

# Programme de colles mathématiques PC

Semaine 16 du 23/1 au 27/1

## 1 Séries entières

Rayon de convergence d'une série entière. Recherche de rayon de convergence à l'aide de la règle de d'Alembert. Rayon de convergence de la somme, combinaison linéaire et produit de séries entières.

Continuité de la somme d'une série entière, dérivation et primitivation, caractère  $\mathcal{C}^\infty$  sur l'intervalle ouvert  $] -R, R[$  de convergence.

Fonction développable en série entière, série de Taylor de  $f$  en 0 pour  $f$  de classe  $\mathcal{C}^\infty$  au voisinage de 0. Révision de première année : formule de Taylor avec reste intégral et inégalité de Taylor.

DSE d'une fonction rationnelle (de  $z \mapsto \frac{1}{1-z}$  en particulier), de  $x \mapsto \ln(1+x)$ ,  $x \mapsto \arctan x$  et de  $\exp$  (sur  $\mathbb{C}$ ).

- Lemme d'Abel (énoncé et démonstration bien sûr)
- Énoncé (sans démonstration) des règles de d'Alembert : celle pour les séries numériques (P43 du chapitre concerné) et celle pour les séries entières.
- Continuité de la somme d'une série entière sur l'intervalle ouvert de convergence (P15+C16)
- DSE de  $x \mapsto \ln(1+x)$
- DSE de  $\arctan$

## 2 Dénombrement

Vocabulaire ensembliste, ensembles finis, dénombrement.

- Relation de Pascal : énoncé et preuve par un raisonnement ensembliste. (voir exo 3)