

Programme de colles mathématiques PC

Semaine 17 du 30/1 au 3/2

1 Séries entières

Rayon de convergence d'une série entière. Recherche de rayon de convergence à l'aide de la règle de d'Alembert. Rayon de convergence de la somme, combinaison linéaire et produit de séries entières.

Continuité de la somme d'une série entière, dérivation et primitivation, caractère \mathcal{C}^∞ sur l'intervalle ouvert $] -R, R[$ de convergence.

Fonction développable en série entière, série de Taylor de f en 0 pour f de classe \mathcal{C}^∞ au voisinage de 0. Révision de première année : formule de Taylor avec reste intégral et inégalité de Taylor.

- DSE de $x \mapsto \ln(1+x)$
- DSE de arctan
- Enoncé des DSE de $\exp, \sin, x \mapsto (1+x)^\alpha$
- Formule de Taylor avec reste intégral (énoncé seul) et inégalité de Taylor (Cor. 30, avec sa démonstration)

2 Dénombrement

Vocabulaire ensembliste, ensembles finis, dénombrement.

Familles sommables.

- Relation de Pascal : énoncé et preuve par un raisonnement ensembliste. (voir exo 3)

3 Probabilités

Tribu sur un univers, espace probablisable. Probabilité sur un espace probablisable. Probabilité conditionnelle, indépendance, formule des probabilités composées, formule(s) des probabilités totales, de Bayes. Indépendance mutuelle ou deux à deux d'évènements.

- Définition d'une tribu sur un univers, puis d'une probabilité sur un univers probablisable, énoncé et démonstration de ce que pour toute famille (A_1, \dots, A_n) d'évènements deux à deux incompatibles : $\mathbb{P}(A_1 \cup \dots \cup A_n) = \dots$
- Définition d'un système complet d'évènements et formule(s) des probabilités totales (énoncé et démonstration)