Programme de colles mathématiques PC

Semaine 2 du 18/9 au 22/9

1 Révision d'analyse :

Développements limités : tout le programme de première année : relations de comparaison, développement limité de f en x_0 à l'ordre n, unicité, intégration, formule de Taylor-Young, développements limités usuels.

Questions de cours :

- DL de $x \mapsto \frac{1}{1-x}$, $x \mapsto \ln(1+x)$, arctan (formule et détail des calculs conduisant à celle-ci)
- DL de $\exp, x \mapsto (1+x)^\alpha, \arcsin$ (même chose que ci-dessus, mais on s'arrêtera à l'ordre 5 pour arcsin)

Suites de réels. Convergence, limite. Séries de termes positifs. Comparaison série-intégrale.

Séries absolument convergentes, critère de Riemann. Règle de d'Alembert. (Les séries alternées n'ont pas encore été abordées)

- Séries géométriques (proposition 33) condition nécessaire et suffisante de convergence et somme éventuelle.
- Lemme 37 (encadrement de $\sum_{k=0}^{n} f(k)$ par des intégrales)

2 Révisions d'algèbre

Espaces vectoriels. Sous-espace vectoriel. Espace vectoriel engendré par une partie, par une famille. Famille libre, famille génératrice. Espaces de dimension finie et bases. Sommes de sous-espaces. Espaces en somme directe (2 et plus), espaces supplémentaires et caractérisations.

Applications linéaires. Image directe et réciproque d'un espace vectoriel, image et noyau et lien avec l'injectivité et la surjectivité. Hyperplans.

Questions de cours :

- Enoncé (sans preuve) de la définition et des différentes caractérisations de ce que deux espaces F et G sont supplémentaires dans E. (au moins 3 : la définition, existence et unicité de la décomposition, avec des bases, et on peut en rajouter avec des arguments de dimension : exemple : si $E = F + G$ et que de plus $\dim E = \dim F + \dim G$, alors...)
- Si $f : E \to F$ est linéaire et H' est un sous-espace vectoriel de F, alors $f^{-1}(H')$ est un sous-espace vectoriel de E. (proposition 38, en partie seulement)
- Exercice-type : si F et G sont des sous-espaces vectoriels de E, alors $F \cup G$ est un sous-espace vectoriel de E si et seulement si $F \subset G$ ou $G \subset F$. (exercice 1 du cours)