

## 1 Réduction

Valeurs et vecteurs propres d'un endomorphisme, d'une matrice carrée, polynôme caractéristique d'une matrice, d'un endomorphisme. Polynôme annulateur d'un endomorphisme, d'une matrice carrée.

Théorème de Cayley-Hamilton, caractérisation des endomorphismes diagonalisables par l'existence d'un polynôme annulateur scindé à racines simples.

Trigonalisation, caractérisation par le polynôme caractéristique, méthode pratique pour des matrices  $2 \times 2$  et  $3 \times 3$ .

Questions de cours :

- Exercice-type : (exo 4 du cours) si  $u$  et  $v$  sont deux endomorphismes diagonalisables et qui commutent de  $E$  de dimension finie, alors ils sont simultanément diagonalisables.

## 2 Intégration (début)

Notions de subdivision, définition des fonctions en escalier et continues par morceaux.

Intégrale des fonctions en escalier sur un segment. Rappel des résultats de première année et extension aux fonctions continues par morceaux. Positivité, changement de variable, intégration par parties.

Définition de la convergence de l'intégrale de  $f$  continue par morceaux sur  $[a, b[$ , sur  $]a, b]$ , sur  $]a, b[$ .

Positivité, changement de variable, intégration par partie pour une intégrale généralisée.

La notion de fonction intégrable n'a pas encore été abordée (donc l'étude générale de convergence d'intégrales généralisées n'est pas encore au programme)

- Exercice-type : On suppose  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{K}$  de classe  $\mathcal{C}^1$  où  $a < b$  sont deux réels. Justifier l'existence d'un réel  $M \geq 0$  tel que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \left| \int_a^b f(t) dt - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{b-a}{n} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \right| \leq \frac{(b-a)^2}{2n} M$$

- Exercice-type : On suppose  $I$  et  $J$  des intervalles,  $f : I \rightarrow \mathbb{K}$  continue,  $u : J \rightarrow I$  et  $v : J \rightarrow I$  des fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$ , alors montrer que  $x \in J \mapsto \int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  et en préciser la dérivée.
- Etude de la convergence et de la valeur éventuelle de  $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$  selon la valeur de  $\alpha \in \mathbb{R}$ .
- Etude de la convergence et de la valeur éventuelle de  $\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}$  et de  $\int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha}$  (oui, on détaille), et enfin de  $\int_0^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}$ .