Programme de colles mathématiques PC

Semaine 11 du 4/12 au 8/12

1 Espaces vectoriel normés

Définition d'une norme, d'une distance, d'une boule ouverte et fermée.

Normes équivalentes. Parties convexes. Suites convergentes dans un espace vectoriel normé.

Limite et continuité. Caractérisation séquentielle de la limite, composition des limites. Si $f : E \to \mathbb{R}$ est continue, l'image réciproque de $\mathbb{R}^{+*}$ et $\mathbb{R}^{-*}$ sont des ouverts, celles de $\mathbb{R}^{+}$, $\mathbb{R}^{-}$ et $\{0\}$ des fermés.

Théorème des bornes atteintes (admis).

Parties ouvertes et fermées.

- Composition des limites (P.47 : idem !)

2 Suites définies par une relation de récurrence

Rappels sur les suites arithmétiques, géométriques, voire arithmético-géométriques.

Suites définies par une relation de récurrence linéaire d'ordre 2.

Etude de suites définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$.

3 Suites et séries de fonctions

Notions de convergence simple, uniforme d'une suite ou série de fonctions, convergence normale d'une série de fonctions. Continuité de la limite d'une suite de fonctions (resp. d'une somme d'une série de fonctions).

Théorème de la double limite (admis)

Interversion limite (ou somme) et intégrale, caractère $\mathcal{C}^1$ de la limite ou la somme d'une série de fonctions.

Les théorèmes de convergence dominée et de sommation terme à terme n'ont pas encore été abordés.

- Enoncé des définitions de ce qu'une suite de fonctions (f_n) converge simplement vers f sur I, uniformément vers f sur I, qu'une série de fonctions $\sum f_n$ converge normalement sur I.

- Théorème 8 : énoncé et démonstration (continuité de la limite d'une suite de fonctions…)

- Théorème 11 : interversion limite-intégrale (seulement pour les suites de fonctions)