Programme de colles mathématiques PC

Semaine 19 du 12/2 au 16/2

1 Probabilités

Tribu sur un univers, espace probabilisable. Probilité sur un espace probabilisable. Probabilité conditionnelle, indépendance, formule des probabilités composées, formule(s) des probabilités totales, de Bayes. Indépendance mutuelle ou deux à deux d'évènements.

- Définition d'une tribu sur un univers, puis d'une probabilité sur un univers probabilisable, énoncé et démonstration de ce que pour toute famille $(A_1, \cdots, A_n)$ d'évènements deux à deux incompatibles : $\mathbb{P}(A_1 \cup \cdots \cup A_n) = \cdots$

- Définition d'un système complet d'évènements et formule(s) des probabilités totales (énoncé et démonstration)

2 Intégrales à paramètre

- Enoncés du théorème de continuité de l'intégrale à paramètre (Th. 2) et du théorème de convergence dominée à paramètre continu.

- Caractère $\mathcal{C}^1$ de l'intégrale à paramètre (théorème 5, énoncé seul), puis $\mathcal{C}^k$ (th. 6)

3 Variables aléatoires

Variable aléatoire discrète sur un espace probabilisable, loi d'une variable aléatoire discrète sur un espace probabilisé, loi géométrique, loi de Poisson.

Couples de variables aléatoires, indépendance de variables aléatoires, suites de variables aléatoires indépendantes.

Espérance. Théorème de transfert, linéarité, positivité de l'espérance.

- Définition de ce qu'une variable aléatoire suit une loi géométrique et exemple d'une variable aléatoire suivant une telle loi.

- Définition de ce qu'une variable aléatoire suit une loi de Poisson. Donner un exemple de variable aléatoire pour laquelle la loi de Poisson est adaptée.

- Espérance de X suivant une loi géométrique de paramètre p, une loi de Poisson de paramètre λ (proposition 35) (valeur et démonstration)

Prévisions : suite et fin des variables aléatoires