

Programme de colles mathématiques PC

Semaine 23 du 25/3 au 29/3

1 Fonctions de plusieurs variables

Dérivées partielles, fonctions de classe \mathcal{C}^1 , développement limité d'ordre 1, différentielle. Règle de la chaîne.

Ouverts convexes : caractérisation des fonctions \mathcal{C}^1 constantes sur un ouvert convexe.

Changement de base ou de coordonnées, gradient et interprétation géométrique. Surfaces d'équation $z = f(x, y)$ et équation du plan tangent à une telle surface en $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$.

Fonctions de classe \mathcal{C}^2 , théorème de Schwarz. Développement limité d'ordre 2.

Recherche d'extremums : notion de point et de valeur critique.

Etude de points critiques à l'aide de la matrice hessienne et de sa réduction.

- Théorème 14 (caractérisation des fonctions constantes sur un ouvert convexe) : énoncé et bien sûr démonstration.
- Théorème 29 (pour $f: U \subset \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$ de classe \mathcal{C}^1 , un point extremal est un point critique) : énoncé et démonstration
- Lemme 31 (encadrement de $x^T H x$ si $H \in \mathcal{S}_p(\mathbb{R})$ est symétrique réelle par $\lambda_1 x^T x$ et $\lambda_p x^T x$ où λ_1 et λ_p sont respectivement la plus petite et la plus grande valeur propre de H .) (bien sûr encore, énoncé et démonstration)
- Théorème 32 : discussion de la nature de $a \in U$ un point critique de f de classe \mathcal{C}^2 .

2 Révisions :

Suites et séries de fonctions. Modes de convergence, régularité, lien avec l'intégration (interversion limite-intégrale, somme-intégrale mais aussi convergence dominée et théorème d'intégration terme à terme).