Th1 – Corrigé des exercices 3 et 4

¤ Exercice 3

a) Premier principe industriel pour la masse δm de gaz qui traverse le serpentin pendant une durée $\mathrm{d}t$: $\mathrm{d}H = \delta Q_{\text{calorimètre}\to\text{gaz}} + \delta W'$ soit $\delta m\, c_P (T_2 - T_1) = \delta Q_{\text{calorimètre}\to\text{gaz}} + 0$ (pas de travail utile car le serpentin est rigide). Premier principe pour le calorimètre, en transformation monobare, sur la même durée : $\mathrm{d}H_{\text{calorimètre}} = \delta Q_{\text{gaz}\to\text{calorimètre}} + \delta Q_{\text{fuites}} + \delta W_{\text{autre}}$ soit $0 = -\delta Q_{\text{calorimètre}\to\text{gaz}} - k(T_2 - T_0)\,\mathrm{d}t + 0$ (car la température est constante en régime permanent, et il n'y a aucun travail autre que celui des forces de pression). On additionne membre à membre les deux équations : $\delta m\, c_P (T_2 - T_1) = -k(T_2 - T_0)\,\mathrm{d}t$ d'où en introduisant le débit $D = \dfrac{\delta m}{\mathrm{d}t}$: $\boxed{c_P = \dfrac{k}{D}\dfrac{T_2 - T_0}{T_1 - T_2}}$.

(On aurait pu également choisir comme système la réunion des deux systèmes précédents.)

b) Premier principe pour le calorimètre, en transformation monobare, entre t et $t + \mathrm{d}t$:
$\mathrm{d}H_{\text{calorimètre}} = \delta Q_{\text{fuites}} \Leftrightarrow C\,\mathrm{d}T = -k(T - T_0)\,\mathrm{d}t$ (en négligeant la capacité thermique de la petite quantité de gaz éventuellement dans le serpentin), d'où l'équation différentielle $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \dfrac{k}{C}T = \dfrac{k}{C}T_0$. Solution avec $T(0) = T_2$: $\boxed{T(t) = T_0 + (T_2 - T_0)\exp\left(-\dfrac{k}{C}t\right)}$.

c) $k = \dfrac{C}{t}\ln\left(\dfrac{T_2 - T_0}{T_2 - \Delta T - T_0}\right)$. AN $\boxed{k = 1{,}4\ \mathrm{W\cdot K^{-1}}}$, d'où $\boxed{c_P = 800\ \mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}}$.

¤ Exercice 4

a) Premier principe industriel : $h_4 - h_3 = q_{3\to4} + w'_{3\to4}$. Or la vanne ne permet ni les échanges de chaleur, ni les échanges de travail utile (puisqu'elle est indéformable et sans pièce mobile) : $q_{3\to4} = w'_{3\to4} = 0$ donc $\boxed{h_3 = h_4}$ (isenthalpique).

b) *Voir diagrammes page suivante, courbes en bleu.*

Valeurs lues sur le diagramme (t, s) :

	P (bar)	t (°C)	h (kJ·kg^{-1})	s (kJ·K^{-1}·kg^{-1})
(1)	2,2	– 10	182	0,70
(2)	15	+ 68	216	0,70
(3)	15	+ 60	96	0,34
(4)	2,2	– 10	96	0,37

c) À une température donnée T_0 [où $T_0(\mathrm{K}) = t_0(°\mathrm{C}) + 273$] : $\boxed{\ell = h_\mathrm{v} - h_\ell}$ et $\boxed{\ell = T_0(s_\mathrm{v} - s_\ell)}$ (avec les indices v pour la vapeur saturée et ℓ pour le liquide saturé).

AN pour $P_0 = 3$ bar : $\boxed{t_0 = 0\ °\mathrm{C}}$ et $\boxed{\ell = 186 - 37 = 149\ \mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}}$ ou bien $\boxed{\ell = 273(0{,}69 - 0{,}14) = 150\ \mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}}$.

d) Entropie du mélange : $S = S_\mathrm{v} + S_\ell = m_\mathrm{v}\,s_\mathrm{v} + m_\ell\,s_\ell = m_\mathrm{v}\,s_\mathrm{v} + (m - m_\mathrm{v})\,s_\ell$ (par extensivité). On divise par la masse totale m : $s = x\,s_\mathrm{v} + (1 - x)\,s_\ell$ d'où on tire $\boxed{x = \dfrac{s - s_\ell}{s_\mathrm{v} - s_\ell}}$. Puisque s est l'abscisse sur le diagramme (t, s), cela se traduit par le rapport de longueurs $\dfrac{LM}{LV}$ si M est le point considéré, L et V les extrémités gauche et droite du palier.

De même $\boxed{x = \dfrac{h - h_\ell}{h_\mathrm{v} - h_\ell}}$, qui se traduit également par $\dfrac{LM}{LV}$ sur le diagramme (P, h).

e) En (4) : $x = \dfrac{5{,}2}{11{,}9}$ [avec les longueurs en centimètres sur le diagramme (t, s)] ou $x = \dfrac{4{,}3}{9{,}8}$ [sur le diagramme (P, h)], soit $\boxed{x = 0{,}44}$. Cette valeur est confirmée par les courbes isotitres : le point (4) est entre les isotitres 0,4 et 0,5, un peu plus près de 0,4.

f) $q_c = h_3 - h_2$ et $q_f = h_1 - h_4$. AN $\boxed{q_c = -120\ \mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}}$ et $\boxed{q_f = +86\ \mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}}$.

g) De même $w'_{1\to2} = h_2 - h_1$. AN $\boxed{w'_{1\to2} = +34\ \mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}}$.

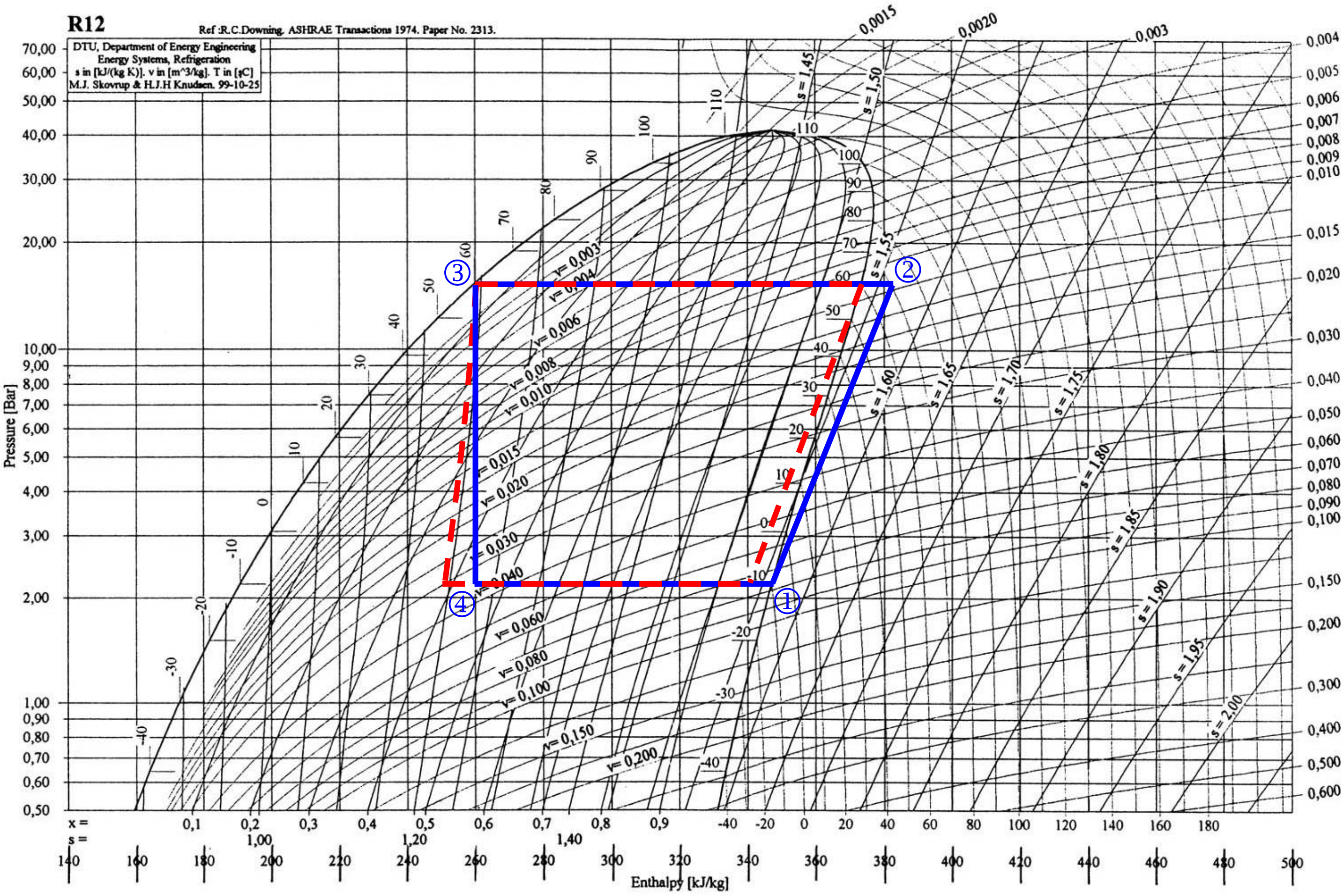
L'efficacité est le rapport (en valeur absolue) entre le transfert recherché (ici q_f, refroidissement de la source froide) et le transfert dépensé pour l'obtenir (ici le travail total sur le cycle $w'_{\text{total}} = w'_{1\to2}$). AN $\boxed{\varepsilon = 2{,}5}$.

h) La température t_3 = 60 °C a été déterminée à la question b. Sur le diagramme (P, h), on suit (tant bien que mal !) l'allure des courbes isentropiques. Sur le diagramme (t, s) c'est plus simple, le cycle est rectangulaire.

Voir diagrammes page suivante, courbes en pointillés rouges.

i) L'efficacité peut se calculer comme précédemment : $q_c = h_3 - h_{2'} = -114\ \mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$, $q_f = h_{1'} - h_{4'} = +90\ \mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$, et cette fois $w'_{\text{total}} = w'_{1'\to2'} + w'_{3'\to4'} = h_{2'} - h_{1'} + h_{4'} - h_3 = -q_c - q_f = +24\ \mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$, d'où $\boxed{\varepsilon_{\text{Carnot}} = 3{,}8}$.

Elle peut aussi se calculer, de façon plus théorique, en appliquant les deux principes au fluide sur un cycle : $w'_{\text{total}} + q_f + q_c = 0$ et $\dfrac{q_f}{T_1} + \dfrac{q_c}{T_3} = 0$ (réversibilité) d'où $\varepsilon_{\text{Carnot}} = \dfrac{q_f}{-q_c - q_f} = \dfrac{T_1}{T_3 - T_1}$. AN $\boxed{\varepsilon_{\text{Carnot}} = 3{,}8}$.


R12
Ref :R.C.Downing. ASHRAE Transactions 1974. Paper No. 2313.
DTU, Department of Energy Engineering
Energy Systems, Refrigeration
s in [kJ/(kg K)]. v in [m^3/kg]. T in [°C]
M.J. Skovrup & H.J.H Knudsen. 99-10-25
Pressure [Bar]
Enthalpy [kJ/kg]
①
②
③
④

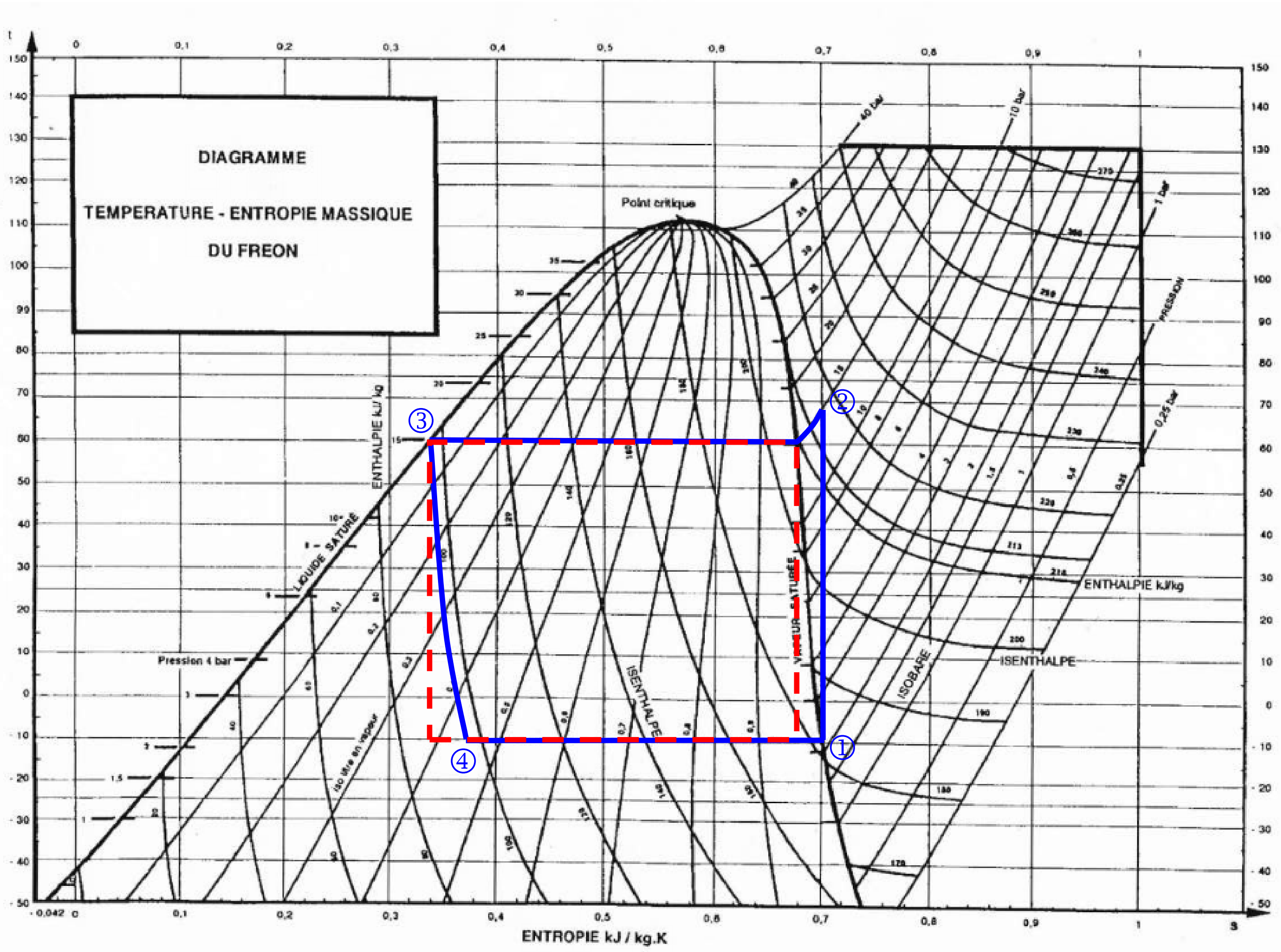


DIAGRAMME
TEMPERATURE - ENTROPIE MASSIQUE
DU FREON
Point critique
LIQUIDE SATURE
VAPEUR SATURÉE
ENTHALPIE kJ/kg
ISENTHALPE
ISOBARE
PRESSION
Pression 4 bar
ENTROPIE kJ / kg.K
①
②
③
④