

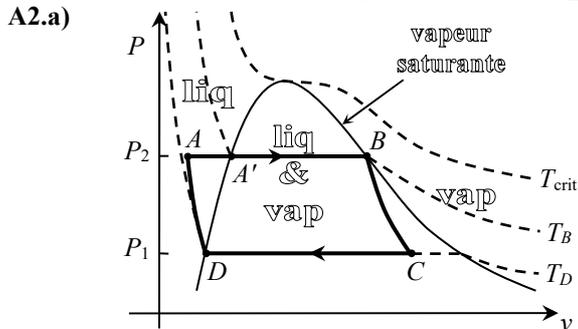
Corrigé du devoir test de physique n° 1

▣ Problème A

A1.a) On applique le premier principe à une masse de fluide parcourant un cycle : $\Delta H = 0 = W + Q_{ch} + Q_{fr}$. De même le second principe donne : $\Delta S = 0 = 0 + \frac{Q_{ch}}{T_{ch}} + \frac{Q_{fr}}{T_{fr}}$. Le rendement est : $r_C = \frac{-W}{Q_{ch}} = \frac{Q_{ch} + Q_{fr}}{Q_{ch}} = 1 + \frac{Q_{fr}}{Q_{ch}}$ soit finalement $r_C = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}$.

A1.b) AN $r_C = 0,44$ (ou 44 %).

A1.c) $r_{réel} = \frac{P_e}{P_t}$ car $P_e = P_{méca} \cdot AN$ $r_{réel} = 0,32$ (ou 32 %). Ce rendement réel est nettement inférieur à celui d'un cycle de Carnot : en effet, dans un cycle réel il y a toujours des causes d'irréversibilité.



A2.b)

	A'	B	D
θ (°C)	270	270	30
h (kJ · kg ⁻¹)	1190,10	2788,46	125,22
s (kJ · K ⁻¹ · kg ⁻¹)	2,9853	5,9226	0,4348

A2.c) (Voir diagramme.) On place D et A' sur la courbe d'ébullition (partie gauche de la courbe de saturation), à 30 °C et 270 °C, et B sur la courbe de rosée (partie droite) à 270 °C. De B à C on suit l'allure d'une courbe isentropique jusqu'au palier à 30 °C.

A2.d) $h_{sortie} - h_{entrée} = w_u + q$.

A2.e) $q_{BC} = 0$ (adiabatique) donc $w_{BC} = h_C - h_B$. AN On peut estimer $h_C = 1795$ kJ · kg⁻¹, d'où $w_{BC} = -993$ kJ · kg⁻¹.

A2.f) $w_{AA'} = 0$ (pas de pièces mobiles) donc $q_{AA'} = h_{A'} - h_A = c(T_{A'} - T_A)$ (phase liquide). AN $q_{AA'} = +1000$ kJ · kg⁻¹.

A2.g) De même $q_{A'B} = h_B - h_{A'}$. AN $q_{A'B} = +1598,36$ kJ · kg⁻¹ (avec les valeurs du tableau).

A2.h) $r_R = \frac{-w_{u,total}}{q_{ch}}$ soit $r_R = \frac{-w_{BC}}{q_{AA'} + q_{A'B}}$ (car w_{DA} est négligeable). AN $r_R = 0,38$ (ou 38 %). On trouve $r_R < r_C$, car ce cycle comporte des étapes irréversibles (échauffement du liquide...). Mais $r_R > r_{réel}$, donc le cycle de Rankine est encore une modélisation trop idéale du cycle réel (les transformations dans la turbine et la pompe ne sont pas rigoureusement adiabatiques ni réversibles...).

A2.i) À la fin de la détente, au point C, l'eau est sous forme diphasee : on détermine $x_C = 0,69$ d'après les isotitres, ou en calculant $x_C = \frac{DC}{DV} = \frac{13,9}{20,15} = 0,69$ (longueurs mesurées en cm sur le palier). La présence d'eau liquide dans la turbine augmente fortement

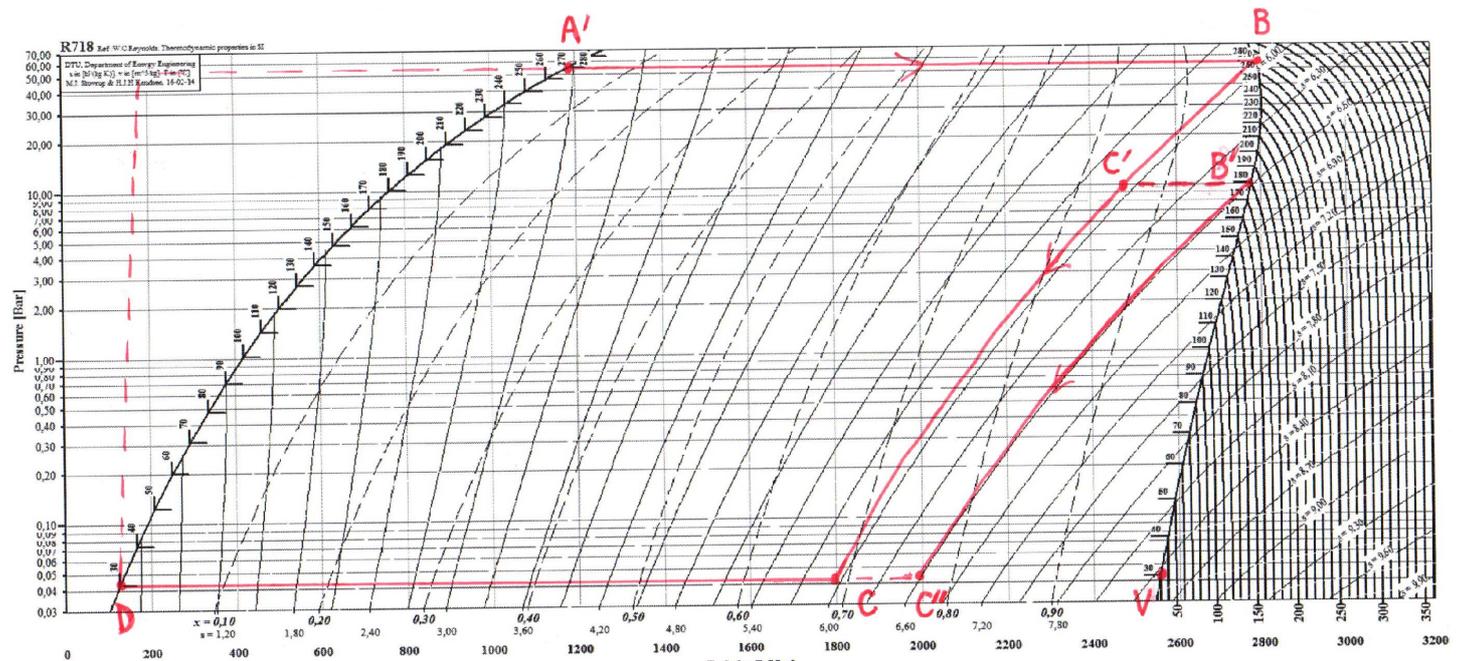
l'usure mécanique et la corrosion des pales.

A3.a) (Voir diagramme.)

A3.b) On lit $x_{C'} = 0,85$ et $x_{C''} = 0,77$. Dans chacune des deux turbines, la quantité maximale d'eau liquide est nettement plus faible (15 % et 23 %) que dans le premier cycle sans surchauffe (31 %) : on a donc limité les problèmes d'usure évoqués ci-dessus.

A3.c) Maintenant $r = \frac{-w_{BC'} - w_{B'C''}}{q_{AA'} + q_{A'B} + q_{C'B'}}$ soit $r = \frac{-h_{C'} + h_B - h_{C''} + h_{B'}}{q_{AA'} + q_{A'B} + h_{B'} - h_{C'}}$. AN $r = \frac{-2470 + 2788,46 - 1995 + 2777,84}{1000 + 1598,36 + 2777,84 - 2470}$ soit $r = 0,38$.

Le rendement n'est pas amélioré par la surchauffe, qui sert uniquement à réduire les problèmes d'usure de la turbine.



□ **Problème B**

Q1. Volume total : $V_{\text{total}} = V_{\text{solide}} + V_{\text{pores}}$. Masse totale : $m_{\text{totale}} = m_{\text{solide}}$ (si on assimile les pores à du vide), soit $\rho_{\text{app}} V_{\text{total}} = \rho_s V_{\text{solide}}$,

d'où $\rho_s = \rho_{\text{app}} \frac{V_{\text{total}}}{V_{\text{solide}}} > \rho_{\text{app}}$. $\varepsilon = \frac{V_{\text{pores}}}{V_{\text{total}}} = 1 - \frac{V_{\text{solide}}}{V_{\text{total}}}$ soit $\varepsilon = 1 - \frac{\rho_{\text{app}}}{\rho_s} = 0,50$. Pour un solide sans aucun pore : $\varepsilon_{\text{min}} = 0$. Pour un solide

extrêmement poreux : $\varepsilon_{\text{max}} = 1$.

Q2. Les dimensions selon (Oy) et (Oz) sont très grandes devant l'épaisseur selon (Ox) , ainsi on peut négliger les « effets de bords » et considérer que le système est invariant par translation dans ces deux directions. Alors la concentration est indépendante de y et de z , elle est fonction de x et de t seulement, et le front de réaction se déplace donc dans la direction (Ox) . De plus, le système étant symétrique par rapport au plan médian $x=e$, on peut limiter l'intervalle étudié à $[0 ; e]$.

Q3. La loi de Fick indique que la diffusion s'effectue des zones les plus concentrées vers les zones les moins concentrées, et qu'elle est d'autant plus intense que l'hétérogénéité de concentration est plus grande. $\vec{j}_N(x,t)$ est le vecteur densité de flux de particules (en $\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$), $n(x,t)$ est la concentration particulière (ou nombre de particules par unité de volume) des particules (en m^{-3}) et D est leur coefficient de diffusion (ou diffusivité) dans le milieu (en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$).

Q4. Les flux se produisent à travers les pores, représentés ici par la partie supérieure du rectangle, de section εS .



(De plus les particules B sont aussi stockées uniquement dans les pores.)

Q5. Bilan de population de particules dans ce volume élémentaire, entre t et $t+dt$: $dN(t+dt) - dN(t) = +\delta N_{\text{entrant},x} - \delta N_{\text{sortant},x+dx}$

$$\Leftrightarrow [n(x,t+dt) - n(x,t)] \varepsilon S dx = \left(+ \iint_{\text{base } x} j_{Nx}(x,t) \vec{e}_x \cdot \vec{e}_x dS - \iint_{\text{base } x+dx} j_{Nx}(x+dx,t) \vec{e}_x \cdot \vec{e}_x dS \right) = +j_N(x,t) \varepsilon S dt - j_N(x+dx,t) \varepsilon S dt$$

d'où en divisant par $S dx dt$: $\varepsilon \frac{\partial n}{\partial t} = -\varepsilon \frac{\partial j_N}{\partial x}$. Avec $j_N = -D \frac{\partial n}{\partial x}$ on obtient : $\varepsilon \frac{\partial n}{\partial t} = D_e \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$ en posant $D_e = \varepsilon D$.

Q6. Dans chacune des deux équations, le membre de gauche est le produit de D , de dimension $L^2 \cdot T^{-1}$ (unité SI $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) par la dérivée de la concentration, de dimension $N \cdot L^{-4}$, (unité $\text{mol} \cdot \text{m}^{-4}$) ; et le membre de droite est le produit de k_D ou k_C , de dimension $L \cdot T^{-1}$ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) par la concentration, de dimension $N \cdot L^{-3}$ ($\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$). On obtient donc la même dimension $N \cdot L^{-2} \cdot T^{-1}$ ($\text{mol} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) des deux côtés.

Q7. L'équation devient : $\frac{d^2 C}{dx^2} = 0$, soit $\frac{dC}{dx} = \text{cte}$. Flux molaire : $F_A = \frac{\Phi_A}{\mathcal{U}_A} = \frac{1}{\mathcal{U}_A} j_N \varepsilon S = -\frac{1}{\mathcal{U}_A} \varepsilon D \frac{dn}{dx} S$ soit $F_A = -D_e \frac{dC}{dx} S$

(avec des d droits en régime stationnaire). Donc F_A garde la même valeur dans toute la couche de produit poreux.

Q8. La formule peut se réécrire : $\frac{dC}{dx} = -\frac{F_A}{D_e S}$. On intègre entre 0 et x : $C_x - C_s = -\frac{F_A}{D_e S} x$ d'où $F_A = \frac{D_e S}{x} (C_s - C_x)$.

Q9. C'est la concentration molaire C qui est l'analogue du potentiel U .

Pour la couche limite externe : $F_A = \frac{C_e - C_s}{R_{te}}$ avec $R_{te} = \frac{1}{k_D S}$. Dans le milieu poreux : $F_A = \frac{C_s - C_x}{R_{ti}}$ avec $R_{ti} = \frac{x}{D_e S}$. Au niveau

du front de réaction : $F_A = \frac{C_x - 0}{R_{rc}}$ avec $R_{rc} = \frac{1}{k_{(C)} S}$. L'équation (6) devient alors : $F_A = \frac{C_e - C_s}{R_{te}} = \frac{C_s - C_x}{R_{ti}} = \frac{C_x}{R_{rc}}$. On additionne :

$$C_e - C_s + C_s - C_x + C_x = (R_{te} + R_{ti} + R_{rc}) F_A \text{ d'où } F_A = \frac{C_e}{R_{\text{eq}}}$$

$$R_{\text{eq}} = R_{te} + R_{ti} + R_{rc} = \frac{1}{k_D S} + \frac{x}{D_e S} + \frac{1}{k_{(C)} S} \text{ (résistances en série).}$$

Q10. Bilan de quantité de matière de B dans tout le solide, entre t et $t+dt$: $N_B(t+dt) - N_B(t) = -\delta N_{B,\text{consommé}}$ avec $\delta N_{B,\text{consommé}} = \nu \times \delta N_{A,\text{consommé}}$ d'après l'équation de réaction, et $\delta N_{A,\text{consommé}} = \delta N_{A,\text{apporté en } x_f} = F_A dt$. Donc

$N_B(t+dt) - N_B(t) = -\nu F_A dt$ d'où $F_A = -\frac{1}{\nu} \frac{dN_B}{dt}$. Or $F_A = \text{cte} > 0$ donc N_B décroit de façon affine au cours du temps.

Q11. $N_B(x) = \frac{m_B(x)}{M_B} = \frac{\rho_B S(e-x)}{M_B}$ dans le volume $S(e-x)$. Donc $F_A = -\frac{1}{\nu} \frac{\rho_B S}{M_B} \left(-\frac{dx}{dt} \right)$ soit $F_A = Q \frac{dx}{dt}$ avec $Q = \frac{\rho_B S}{\nu M_B}$.

Q12. On intègre à gauche entre 0 et t_f , à droite entre 0 et x_f : $t_f - 0 = K \left(\frac{1}{k_D} + \frac{1}{k_{(C)}} \right) (x_f - 0) + \frac{K}{D_e} \left(\frac{x_f^2}{2} - 0 \right)$, d'où le résultat.

Q13. $X_B = \frac{N_{B,\text{consommé}}}{N_{B0}}$ soit $X_B = \frac{N_{B0} - N_B}{N_{B0}} = 1 - \frac{N_B}{N_{B0}}$.

Q14. Quand le front de réaction arrive en x_f , la proportion $\frac{x_f}{e}$ a été consommée : $X_B = \frac{x_f}{e}$. Donc $t_f = t_{0e} X_B + t_{0i} X_B^2 + t_{0c} X_B$.

Q15. On arrive au temps total lorsque $X_B = 1$: alors $t_0 = t_{0e} + t_{0i} + t_{0c}$.

Q16. $t_0 = 480$ s. Si e devient $2e$, t_{0e} devient $t'_{0e} = 2t_{0e} = 120$ s, t_{0i} devient $t'_{0i} = 4t_{0i} = 1200$ s, et t_{0c} devient $t'_{0c} = 2t_{0c} = 240$ s. Alors $t'_0 = 1560$ s, soit une multiplication par 3,25. (Il n'y a pas de rapport simple avec l'évolution de l'épaisseur en général.)

Q17. $t_{0i} \gg t_{0e}$ si $k_D \gg \frac{2D_e}{e}$ et $t_{0i} \gg t_{0c}$ si $k_{(C)} \gg \frac{2D_e}{e}$.