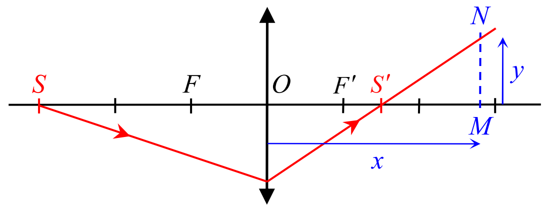
Op1 – Corrigé des exercices 2 à 5

¤ **Exercice 2** (fin)

c) $\boxed{(SM) = n_a(3f'+x)+(n-n_a)e_0}$ comme précédemment.



Pour pouvoir tracer le rayon allant de S à N, il faut d'abord trouver l'image de S, graphiquement ou bien en utilisant une formule de conjugaison : $\dfrac{1}{\overline{OS'}} - \dfrac{1}{\overline{OS}} = \dfrac{1}{f'}$ d'où $\overline{OS'} = \dfrac{\overline{OS}\times f'}{\overline{OS}+f'} = \dfrac{-3f'\times f'}{-3f'+f'} = \dfrac{3}{2}f'$. On trace alors, en partant de la fin, le rayon émergent passant par S, S' et N.

$(SN) = (SS') + (S'N)$ si N est plus à droite que S' $\left(x > \dfrac{3}{2}f'\right)$. On trouve géométriquement $(S'N) = n_a S'N = n_a\sqrt{\left(x-\dfrac{3}{2}f'\right)^2 + y^2}$.

Pour (SS') il est plus simple d'utiliser un autre rayon joignant ces deux points conjugués, celui qui est confondu avec l'axe : $(SS') = n_a\dfrac{9}{2}f' + (n-n_a)e_0$. Finalement : $\boxed{(SN) = n_a\left(\dfrac{9}{2}f' + \sqrt{\left(x-\dfrac{3}{2}f'\right)^2+y^2}\right) + (n-n_a)e_0}$.

Dans le cas où N est plus à gauche que S' $\left(\text{soit } x < \dfrac{3}{2}f'\right)$, la formule devient : $\boxed{(SN) = n_a\left(\dfrac{9}{2}f' - \sqrt{\left(\dfrac{3}{2}f'-x\right)^2+y^2}\right) + (n-n_a)e_0}$.

Dans les deux cas, si on prend $y = 0$ on retrouve bien le cas particulier (SM).

¤ **Exercice 3**

a) M et H étant sur la même surface d'onde : $(FM) = (FKM) = (FOH) \Leftrightarrow FK + (n-1)e(r) + KM = d + (n-1)e_0$ (indice 1 pour l'air) soit $\sqrt{r^2+f'^2} + (n-1)e(r) + d - f' = d + (n-1)e_0$. Dans les conditions de Gauss : $r \ll f'$ d'où $\sqrt{r^2+f'^2} = f'\sqrt{1+\dfrac{r^2}{f'^2}} \approx f'\left(1+\dfrac{r^2}{2f'^2}\right)$ donc $f' + \dfrac{r^2}{2f'} + (n-1)e(r) + d - f' = d + (n-1)e_0$ d'où $\boxed{e(r) = e_0 - \dfrac{r^2}{2(n-1)f'}}$.

b) On considère maintenant les points A et A', entre lesquels tous les rayons donnent le même chemin optique.

$(AKA') = (AOA') \Leftrightarrow AK + (n-1)e(r) + KA' = AA' + (n-1)e_0 \Leftrightarrow \sqrt{OA^2+r^2} + (n-1)e(r) + \sqrt{OA'^2+r^2} = OA + OA' + (n-1)e_0$.

Comme précédemment, $\sqrt{OA^2+r^2} = OA\sqrt{1+\dfrac{r^2}{OA^2}} \approx OA\left(1+\dfrac{r^2}{2OA^2}\right) = OA + \dfrac{r^2}{2OA}$ et de même $\sqrt{OA'^2+r^2} \approx OA' + \dfrac{r^2}{2OA'}$.

L'équation devient donc : $OA + \dfrac{r^2}{2OA} + (n-1)e(r) + OA' + \dfrac{r^2}{2OA'} = OA + OA' + (n-1)e_0$. On simplifie par OA et OA' et on utilise le résultat précédent pour $e(r)$: $\dfrac{r^2}{2OA} + \dfrac{r^2}{2OA'} = \dfrac{r^2}{2f'}$ soit $\dfrac{1}{OA} + \dfrac{1}{OA'} = \dfrac{1}{f'}$. Finalement on introduit les mesures algébriques : $\overline{OA'} = OA' > 0$ et $\overline{OA} = -OA < 0$, d'où la formule de Descartes $\boxed{\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}}$.

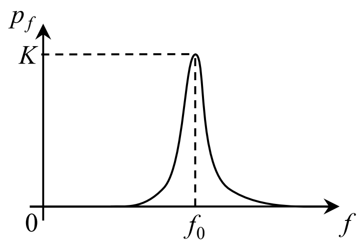
¤ **Exercice 4**

a) La longueur d'onde 486,1 nm est située vers la limite entre les domaines du bleu et du vert (on peut dire que c'est du bleu-vert).

b) $\ell_c = \dfrac{\lambda_{0m}^2}{\Delta\lambda_0}$. AN $\boxed{\ell_c = 3\text{ mm}}$. $\tau_c = \dfrac{\ell_c}{c}$. AN $\boxed{\tau_c = 1\cdot 10^{-11}\text{ s} = 10\text{ ps}}$. $N = \dfrac{\tau_c}{T} = \dfrac{c\tau_c}{\lambda_0} = \dfrac{\ell_c}{\lambda_0} = \dfrac{\lambda_0}{\Delta\lambda_0}$. AN $\boxed{N = 6000}$.

Il est inutile de donner plus d'un chiffre significatif pour toutes ces valeurs, qui sont essentiellement des ordres de grandeur.

¤ **Exercice 5**



a) L'allure de la fonction $p_f = \dfrac{d\mathcal{P}}{df} = K\exp\left[-\left(\dfrac{f-f_0}{\Delta f}\right)^2\right]$ est donnée ci-contre : ce type de courbe est appelé *gaussienne*. p_f est maximale en f_0, et tend vers 0 pour $|f-f_0| \gg \Delta f$.

La largeur du pic à mi-hauteur est donnée par : $\exp\left[-\left(\dfrac{f-f_0}{\Delta f}\right)^2\right] = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow f = f_0 \pm \Delta f\sqrt{\ln 2}$

donc elle vaut $2\sqrt{\ln 2}\,\Delta f = 1{,}7\,\Delta f$. La valeur Δf elle-même est la largeur du pic un peu plus haut (à une hauteur de 78 %).

La grandeur Δf donne donc l'ordre de grandeur de la largeur spectrale de la source.

b) AN $\boxed{\dfrac{\Delta f}{f_0} = 1\cdot 10^{-6}}$.

c) $\ell_c = c\tau_c \sim \dfrac{c}{\Delta f_{exp}}$ donc $\dfrac{\Delta f_{exp}}{f_0} \sim \dfrac{c}{\ell_c f_0}$. AN $\boxed{\dfrac{\Delta f_{exp}}{f_0} \sim 5\cdot 10^{-5}}$. La raie est donc nettement plus large que s'il n'y avait que l'effet Doppler : la cause principale de l'élargissement spectral est ici le raccourcissement des trains d'ondes par les collisions entre les atomes, dont la fréquence est liée notamment à la pression dans la vapeur.