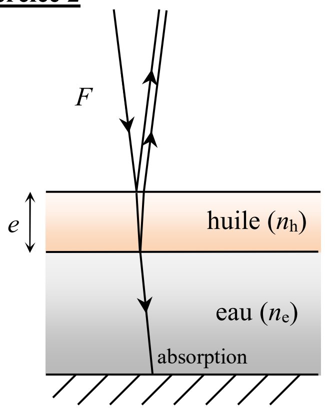
Op2 – Corrigé des exercices 2, 3 et 4

¤ Exercice 2

a)



On a représenté les rayons avec une légère incidence pour la lisibilité, mais on supposera cet angle d'incidence nul dans la suite. Les deux rayons qui interfèrent sont le rayon réfléchi à l'interface air/huile et le rayon réfléchi à l'interface huile/eau.

b) Le rayon passant dans l'huile et se réfléchissant à l'interface huile/eau a parcouru en plus de l'autre un aller-retour sur l'épaisseur *e* dans l'huile d'indice n_h, d'où une différence de marche $\delta = 2n_h e$.

De plus, la réflexion à l'interface air/huile s'accompagne d'un déphasage de π (car $n_h > n_a$), mais ce n'est pas le cas pour la réflexion à l'interface huile/eau (car $n_e < n_h$).

Le déphasage entre les deux rayons est donc $\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}\delta + \pi = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}2n_h e + \pi$.

Les interférences sont destructives si $\varphi = (2m+1)\pi$ soit $\boxed{2n_h e = m\lambda_0}$ avec *m* entier.

c) En un point donné de la flaque, d'épaisseur *e* donnée inférieure au micromètre, une seule longueur d'onde visible vérifie la relation ci-dessus, avec $m = 1$: elle est donc éliminée dans la lumière perçue par l'œil, et les longueurs d'onde voisines sont fortement atténuées, ainsi la couleur manquante dans le spectre entraîne une perception de couleur complémentaire. Si l'épaisseur était nettement plus grande, il y aurait plusieurs longueurs d'onde visibles éliminées (pour *m* = 1, 2, 3…), couvrant tout le spectre, donc la lumière apparaîtrait toujours blanchâtre.

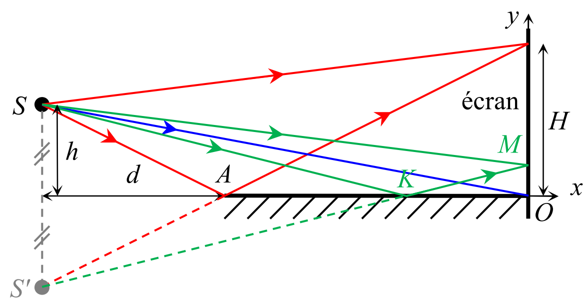
On observe des couleurs différentes selon les endroits parce que l'épaisseur de la flaque n'est pas uniforme.

d) Si on suppose la flaque assez mince pour avoir $m = 1$, alors $\boxed{e = \dfrac{\lambda_0}{2n_h}}$. AN $\boxed{e \sim 0{,}2\ \mu\text{m}}$.

¤ Exercice 3

a) En certains points de l'écran peuvent arriver deux rayons : l'un provenant directement du point source, et l'autre s'étant réfléchi sur le miroir (rayons tracés en vert par exemple). Ces rayons sont cohérents et ont suivi des chemins optiques différents, donc ils vont produire des interférences.

Le champ d'interférences est délimité par les deux rayons (bleu et rouge) tombant sur les extrémités du miroir. On obtient avec le théorème de Thalès : $\boxed{H = h\dfrac{AO}{d}}$. AN $\boxed{H = 0{,}5\ \text{mm}}$.



b) En *O*, les deux rayons qui interfèrent sont pratiquement confondus, donc leurs chemins optiques (géométriques) sont les mêmes. Cependant la réflexion sur le métal introduit un déphasage supplémentaire de π : ainsi les deux rayons interférant en *O* sont en opposition de phase, ils donnent donc une frange sombre.

c) Différence de marche en un point *M* de l'écran, de coordonnées $(0, y, z)$: $\delta = (SKM) - (SM)_{\text{direct}} = SK + KM - SM = S'M - SM$ avec S' l'image (symétrique) de *S* par le miroir, de coordonnées $(-d - AO, -h, 0)$.

Donc $\delta = \sqrt{(d+AO)^2 + (y+h)^2 + z^2} - \sqrt{(d+AO)^2 + (y-h)^2 + z^2}$. Les distances selon (*Oy*) et (*Oz*) étant faibles devant celles selon (*Ox*), on peut faire des développements limités au premier ordre :

$$\delta = (d+AO)\sqrt{1 + \left(\frac{y+h}{d+AO}\right)^2 + \left(\frac{z}{d+AO}\right)^2} - (d+AO)\sqrt{1 + \left(\frac{y-h}{d+AO}\right)^2 + \left(\frac{z}{d+AO}\right)^2}$$

$$\approx (d+AO)\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{y+h}{d+AO}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{z}{d+AO}\right)^2\right] - (d+AO)\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{y-h}{d+AO}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{z}{d+AO}\right)^2\right] = \frac{(y+h)^2}{2(d+AO)} - \frac{(y-h)^2}{2(d+AO)}$$

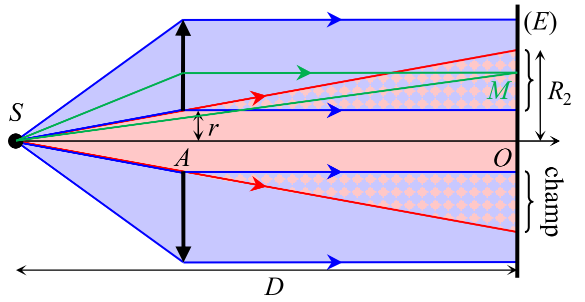
et finalement $\boxed{\delta = \dfrac{2hy}{d+AO}}$. Le déphasage est alors $\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\delta + \pi = \dfrac{4\pi h y}{\lambda(d+AO)} + \pi$, et l'ordre d'interférences $p = \dfrac{\varphi}{2\pi} = \dfrac{2hy}{\lambda(d+AO)} + \dfrac{1}{2}$.

Les franges brillantes sont des ensembles de points d'équation $p = \text{cte} = m$ entier, soit $\dfrac{2hy}{\lambda(d+AO)} = m - \dfrac{1}{2}$ et finalement

$\boxed{y_m = (2m-1)\dfrac{\lambda(d+AO)}{4h}}$: ce sont des segments de droites parallèles à l'axe (*Oz*).

d) Entre une frange brillante et la suivante, l'ordre *m* augmente de 1 : l'interfrange est donc $i = y_{m+1} - y_m$, c'est-à-dire $i = (2m+2+1)\dfrac{\lambda(d+AO)}{4h} - (2m+1)\dfrac{\lambda(d+AO)}{4h}$ soit $\boxed{i = \dfrac{\lambda(d+AO)}{2h}}$. AN $\boxed{i = 82\ \mu\text{m}}$.

¤ Exercice 4



a) Sur une partie de l'écran <u>se superposent deux faisceaux</u> : l'un (en rose sur le schéma) provenant directement du point source et passé par le trou (c'est une onde sphérique), et l'autre (en bleu ciel) ayant traversé le verre de la lentille (c'est une onde plane puisque la source était au foyer objet). Les rayons qui interfèrent ont suivi des chemins différents dès leur émission par la source : c'est une <u>division du front d'onde</u>.

Le champ d'interférences est la zone où se superposent les deux faisceaux. Par rotation de la figure autour de l'axe optique, on voit qu'il s'agit d'un <u>anneau</u>, zone comprise entre les deux cercles de centre O et de rayons $\boxed{R_1 = r = 5{,}0\ \text{mm}}$ et $R_2 = r\dfrac{SO}{SA}$ soit $\boxed{R_2 = r\dfrac{D}{f'} = 20\ \text{mm}}$.

b) $\delta = (SM)_{\text{lentille}} - (SM)_{\text{direct}} = (SM)_{\text{lentille}} - \sqrt{D^2+\rho^2}$. *Attention,* pour $(SM)_{\text{lentille}}$ on ne peut pas faire une simple lecture géométrique du schéma, car on ne voit pas l'épaisseur de lentille traversée, ni l'inclinaison du rayon dans le verre. Il faut utiliser le fait que l'onde réfractée est plane, donc que le chemin optique $(SM)_{\text{lentille}}$ est le même pour tous les points M de l'écran. On fait alors le calcul dans le cas le plus simple, qui est celui d'un rayon qui passerait par le centre optique (même si ici ce rayon a été éliminé par le trou !) : ce rayon serait rectiligne, avec une distance e parcourue dans le verre et une distance $(D-e)$ parcourue dans l'air, soit $(SM)_{\text{lentille}} = n\times e + 1\times(D-e) = D+(n-1)e$. Finalement : $\boxed{\delta = D+(n-1)e-\sqrt{D^2+\rho^2}}$.

Intensité lumineuse en M : $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\dfrac{2\pi\delta}{\lambda_0}$ (les deux rayons ont des intensités légèrement différentes, car un seul des deux a traversé le verre), soit $\boxed{I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left[\dfrac{2\pi}{\lambda_0}\left(D+(n-1)e-\sqrt{D^2+\rho^2}\right)\right]}$.

Cette intensité ne dépend que de ρ, les franges d'interférences sont donc des ensembles de points ayant la même valeur de ρ : ce sont des <u>cercles de centre O</u>.

c) Comme $\rho < R_2 = 2{,}0\ \text{cm}$ et $D = 40\ \text{cm}$, on peut considérer que $\rho \ll D$. Alors on peut faire un développement limité :

$\sqrt{D^2+\rho^2} = D\sqrt{1+\dfrac{\rho^2}{D^2}} \approx D\left[1+\dfrac{\rho^2}{2D^2}\right] = D + \dfrac{\rho^2}{2D}$ d'où $\boxed{\delta = (n-1)e - \dfrac{\rho^2}{2D}}$.

d) Une frange brillante correspond à $I(M) = I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ soit $\delta = m\lambda_0$ avec m entier. Alors $(n-1)e - \dfrac{\rho_m^2}{2D} = m\lambda_0$ d'où $\boxed{\rho_m = \sqrt{2D[(n-1)e - m\lambda_0]}}$.

Frange d'ordre 0 : $\boxed{\rho_0 = \sqrt{2D(n-1)e}}$. AN $\boxed{\rho_0 = 35\ \text{mm}}$. Interfrange au voisinage de cet anneau :

$$i_0 = \rho_0 - \rho_1 = \sqrt{2D(n-1)e} - \sqrt{2D[(n-1)e-\lambda_0]} = \sqrt{2D(n-1)e}\left(1-\sqrt{1-\frac{\lambda_0}{(n-1)e}}\right) \approx \sqrt{2D(n-1)e}\left(1-1+\frac{\lambda_0}{2(n-1)e}\right)$$

soit $\boxed{i_0 = \dfrac{\lambda_0\sqrt{D}}{\sqrt{2(n-1)e}} = \dfrac{D\lambda_0}{\rho_0}}$. AN $\boxed{i_0 = 5{,}8\ \mu\text{m}}$.