Corrigé du devoir d'entraînement de physique n° 4

(Banque PT 2014)

II.1. Des sources synchrones émettent des ondes de même fréquence. Des sources cohérentes émettent des ondes ayant un déphasage constant entre elles : elles peuvent donc donner des interférences (pour cela, elles doivent provenir d'une même source primaire).

II.2.a. $\boxed{d_1 = S_1M = \sqrt{D^2+(y-b/2)^2+z^2}}$ et $\boxed{d_2 = S_2M = \sqrt{D^2+(y+b/2)^2+z^2}}$.

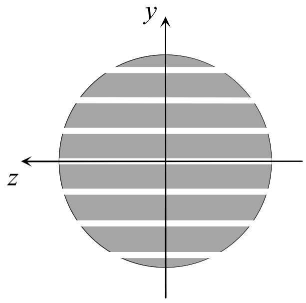
II.2.b. $\Delta = d_2 - d_1 = \sqrt{D^2+(y+b/2)^2+z^2} - \sqrt{D^2+(y-b/2)^2+z^2} = D\sqrt{1+\dfrac{(y+b/2)^2}{D^2}+\dfrac{z^2}{D^2}} - D\sqrt{1+\dfrac{(y-b/2)^2}{D^2}+\dfrac{z^2}{D^2}}$. Pour $D >> y, z, b$:

$\Delta \approx D\left(1+\dfrac{(y+b/2)^2}{2D^2}+\dfrac{z^2}{2D^2}-1-\dfrac{(y-b/2)^2}{2D^2}-\dfrac{z^2}{2D^2}\right)$ soit après simplification, $\boxed{\Delta = \dfrac{b\,y}{D}}$.

II.2.c. Les deux trajets étant parcourus entièrement dans l'air : $\boxed{\delta_{2/1} = N_\text{a}\Delta}$.

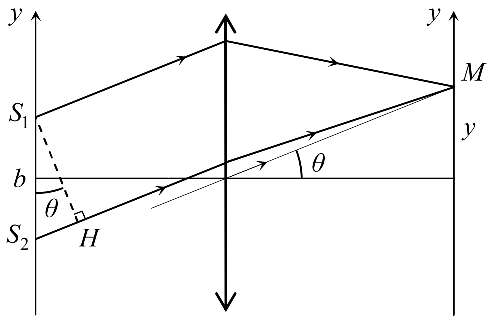
II.3. Le signal lumineux en M est, en notation complexe : $\underline{s}(M,t) = \underline{s}_1(M,t) + \underline{s}_2(M,t) = a\exp(j(\omega t - \varphi_1(M))) + a\exp(j(\omega t - \varphi_2(M)))$ $= a\exp(j\omega t)[\exp(-j\varphi_1)+\exp(-j\varphi_2)]$. L'intensité est donc $I(M) = K\underline{s}(M,t)\underline{s}^*(M,t) = Ka^2[2+\exp(j(\varphi_2-\varphi_1))+\exp(j(\varphi_1-\varphi_2))]$ soit $I(M) = 2Ka^2[1+\cos(\varphi_2-\varphi_1)]$. On a donc obtenu une expression de la forme demandée, avec $\boxed{B = \varphi_2 - \varphi_1 = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}\delta_{2/1}}$.

II.4. Une frange d'intensité maximale est définie par $\cos(\varphi_2-\varphi_1) = 1$ soit $\varphi_2 - \varphi_1 = m \times 2\pi$ (avec m entier). Cela équivaut à : $\dfrac{2\pi}{\lambda_0}N_\text{a}\dfrac{b\,y}{D} = m\times 2\pi$ d'où $\boxed{y = m\dfrac{\lambda_0 D}{bN_\text{a}}}$: cette équation définit des franges rectilignes, parallèles à l'axe (Oz). En particulier, on a une frange brillante sur l'axe (correspondant à l'ordre $m = 0$).



II.5. L'interfrange étant $i = \dfrac{\lambda_0 D}{bN_\text{a}}$, le nombre de franges brillantes visibles sur une hauteur $2R$ est donné par $\boxed{N = \dfrac{2R}{i}+1 = \dfrac{2RbN_\text{a}}{\lambda_0 D}+1}$. AN $\boxed{N = 41}$.

III. On commence par construire les deux rayons qui interfèrent en M : celui-ci étant dans le plan focal image, les deux rayons sont parallèles entre eux avant la lentille, et font un angle θ avec l'axe optique (petit dans les conditions de Gauss).
Pour déterminer la différence de marche $\delta_{2/1} = (S_2M) - (S_1M)$, on ne peut pas procéder par simple lecture géométrique, car on ne sait pas quelle est l'épaisseur de lentille traversée par chaque rayon. Imaginons donc que M soit une source ponctuelle. D'après la loi de retour inverse de la lumière, le trajet des rayons serait le même dans l'autre sens. Et d'après le théorème de Malus, les surfaces d'onde à gauche de la lentille seraient orthogonales aux rayons (formant un faisceau parallèle), donc planes : ainsi, par définition d'une surface d'onde, les chemins optiques (MS_1) et (MH) seraient égaux.



Si on revient maintenant au sens réel des rayons, $(S_1M) = (HM)$, donc $\delta_{2/1} = (S_2M)-(S_1M) = (S_2H)+(HM)-(S_1M) = (S_2H)$ soit $\delta_{2/1} = N_\text{a}\times S_2H = N_\text{a}b\sin\theta \approx N_\text{a}b\theta$. De plus $\theta \approx \tan\theta = \dfrac{y}{f'}$, d'où $\boxed{\delta_{2/1} = N_\text{a}\dfrac{b\,y}{f'}}$.

IV.1. $\delta_{2/1} = (SS_2M)-(SS_1M) = (SS_2)+(S_2M)-(SS_1)-(S_1M) = (SS_2)-(SS_1)+N_\text{a}\dfrac{b\,y}{f'}$. Or entre S et S_1 ou S_2, les trajets parcourus sont symétriques, mais la longueur L est parcourue selon le cas à travers l'indice N_1 ou N_a : ainsi $\boxed{\delta_{2/1} = (N_\text{a}-N_1)L + N_\text{a}\dfrac{b\,y}{f'}}$.

IV.2. Comme précédemment, l'ordonnée y augmente de i' lorsque $\delta_{2/1}$ augmente de λ_0 :

$\delta_{2/1}+\lambda_0 = (N_\text{a}-N_1)L + N_\text{a}\dfrac{b(y+i')}{f'}$, d'où par soustraction, $\lambda_0 = N_\text{a}\dfrac{bi'}{f'}$ ce qui donne $\boxed{i' = \dfrac{\lambda_0 f'}{N_\text{a}b}}$.

IV.3.a. Initialement, les chemins optiques (SS_1O) et (SS_2O) sont parfaitement symétriques : $\boxed{p_O = 0}$.

IV.3.b. Maintenant, $\delta_{2/1}(O) = (N_\text{a}-N_1)L$ donc $\boxed{p'_O = \dfrac{(N_\text{a}-N_1)L}{\lambda_0} < 0}$. La frange d'ordre 0, qui était initialement en $y_0 = 0$, se trouve maintenant en $y'_0 = -(N_\text{a}-N_1)L\dfrac{f'}{N_\text{a}b} > 0$: le système de franges s'est translaté vers le haut.

IV.3.c. Le capteur mesure $k = |p'_O|$ (arrondi à une valeur entière), donc $\boxed{N_1 = N_\text{a} + \dfrac{\lambda_0 k}{L}}$.

IV.3.d. Si on calcule $1{,}000\,292\,6 + \dfrac{500\cdot 10^{-9}\cdot 100}{1{,}00} = 1{,}000\,292\,6 + 0{,}000\,050\,0$ on trouve bien $1{,}000\,342\,6$ avec les huit chiffres significatifs, puisque les trois données dans la fraction ont trois chiffres significatifs (incertitude de 1 sur le troisième chiffre).