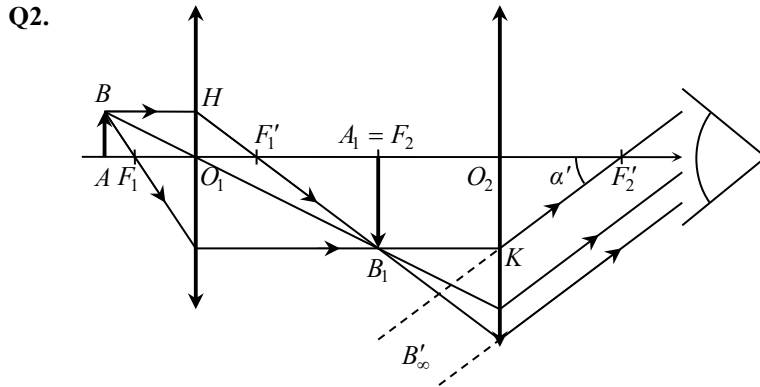


**Corrigé du devoir test de physique n° 4**

▣ **Problème 1** (CCINP TPC 2023)

**Q1.** L'image finale doit être située à l'infini (ce qui permet de la voir sans accommoder), donc l'image intermédiaire doit se trouver dans le plan focal objet de l'oculaire  $L_2$ .



Le rayon le plus facile à tracer est en fait celui passant par  $F_1$  : il sert de rayon auxiliaire pour les deux autres.

**Q3.** Théorème de Thalès dans les triangles  $F_1'A_1B_1$  et  $F_1'O_1H$  (ou formule de grandissement de Newton) :

$$\frac{A_1B_1}{O_1H} = \frac{F_1'F_2}{F_1'O_1} \text{ avec } O_1H = AB, \text{ soit } \boxed{\gamma_1 = \frac{\Delta}{-f_1'}}$$

**Q4.**  $\tan \alpha' = \frac{O_2K}{f_2'} = \frac{A_1B_1}{f_2'}$  (angle non orienté). Or  $\alpha' \ll 1$

(conditions de Gauss) donc  $\tan \alpha' \approx \alpha'$ , et

$$A_1B_1 = |\gamma_1| AB = \frac{\Delta}{f_1'} h. \text{ Donc } \boxed{\alpha' = \frac{h\Delta}{f_1'f_2'}}$$

**Q5.** Le point à la distance  $d_m$  est le punctum proximum, celui à  $d_M$  est le punctum remotum. Valeurs conventionnelles pour un œil emmétrope :  $\boxed{d_m = 25 \text{ cm}}$  et  $\boxed{d_M = \infty}$ .

**Q6.**  $\tan \alpha = \frac{AB}{d_m}$ , avec toujours  $\alpha \ll 1$  donc  $\tan \alpha \approx \alpha$ , soit  $\boxed{\alpha = \frac{h}{d_m}}$ .

**Q7.**  $G_c = \frac{\alpha'}{\alpha}$  équivaut à  $\boxed{G_c = \frac{d_m \Delta}{f_1' f_2'}}$ . AN  $\boxed{G_c = 170}$ .

**Q8.** Deux points sont distingués si  $\alpha' > \varepsilon$ , donc si  $\boxed{\alpha > \frac{\varepsilon}{G_c} = \alpha_m}$ . AN  $\boxed{\alpha_m = 0,4'' = 2 \cdot 10^{-6} \text{ rad}}$ .

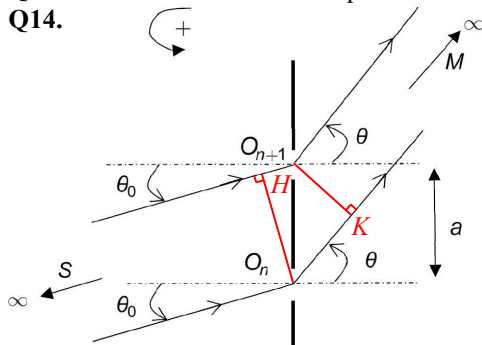
**Q9.** On distingue quelques crochets au bout des barbules, distants d'environ  $\underline{1 \mu\text{m}}$ .

**Q10.** À l'œil nu, à la distance minimale, l'angle entre ces crochets serait  $\alpha = \frac{h}{d_m} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ rad} = 0,8''$  :  $\alpha < \varepsilon$  donc ils ne peuvent pas être distingués à l'œil nu, mais  $\alpha > \alpha_m$  donc ils peuvent être distingués avec le microscope précédent.

**Q11.** L'extrémité violette du spectre de la lumière blanche a une pulsation environ 2 fois plus grande que l'extrémité rouge (car la longueur d'onde est 2 fois plus faible), elle est donc 16 fois plus diffusée : la lumière diffusée par le plumage est donc constituée principalement de violet et de bleu, mais comme notre œil est moins sensible au violet, on perçoit une coloration bleue. Les radiations non diffusées traversent la plume et sont absorbées par le corps de l'oiseau.

**Q12.** L'onde diffusée est constituée principalement des hautes fréquences (violet et bleu), l'onde transmise est donc constituée principalement des basses fréquences (rouge et orangé) : cela constitue bien un filtrage passe-bas en transmission.

**Q13.** Les microlamelles se comportant comme de petits miroirs, elles constituent un réseau par réflexion.



L'onde incidente, constituée de rayons parallèles entre eux, est une onde plane d'après le théorème de Malus : on trace la surface d'onde passant par  $O_n$ , alors par définition de celle-ci,  $(SO_n) = (SH)$ . Après les trous les ondes sont sphériques ; mais si on imagine que c'est le point final  $M$  qui est un point source à l'infini, d'après la loi de retour inverse de la lumière, les rayons suivraient les mêmes trajets dans l'autre sens et constitueraient donc aussi une onde plane, ce qui donnerait de même  $(MO_{n+1}) = (MK)$  ; dans le sens réel, on a donc  $(O_{n+1}M) = (KM)$ .

$$\delta(M) = (SO_{n+1}M) - (SO_nM) = (SH) + (HO_{n+1}) + (O_{n+1}M) - (SO_n) - (O_nK) - (KM)$$

$$= (HO_{n+1}) - (O_nK) = n_{\text{air}} [HO_{n+1} - O_nK]$$

soit  $\boxed{\delta(M) = a(\sin \theta_0 - \sin \theta)}$  en prenant  $n_{\text{air}} = 1$  (ce que semble suggérer la suite).

**Q15.** Les ondes interfèrent de façon constructive pour un ordre d'interférences entier, soit  $\boxed{\delta(M) = k \lambda_0}$  avec  $k$  entier.

**Q16.** On raisonne de même, mais sur la figure 6b l'angle  $\theta$  est maintenant négatif : alors  $O_nK = a|\sin \theta| = -a \sin \theta$ , donc

$$\delta(M) = a(\sin \theta_0 + \sin \theta). \text{ La condition } \delta(M) = k \lambda_0 \text{ avec } k \text{ entier donne donc } \boxed{\sin \theta_k + \sin \theta_0 = k \frac{\lambda_0}{a}}$$

**Q17.** Ici  $\theta_0 = 0$  (incidence normale), donc  $\sin \theta_k = k \frac{\lambda_0}{a}$  : lorsqu'on observe sous un angle  $\theta_k$ , la longueur d'onde principalement perçue est  $\lambda_0 = \frac{a \sin \theta_k}{k}$ . Pour  $\theta_k = 45^\circ$ , la valeur  $k = 1$  donne  $\lambda_0 = 0,40 \mu\text{m}$ , ce qui correspond à du violet, tandis que les valeurs de

$k$  supérieures à 1 donnent des longueurs d'onde invisibles (ultraviolet) : le cou du canard apparaît donc violet pour l'observateur B. Pour  $\theta_k = 90^\circ$ , on obtient  $\lambda_0 = 0,56 \mu\text{m}$  : le cou du canard apparaît vert pour l'observateur A. On retrouve bien les deux couleurs visibles sur la photo 4, pour laquelle on peut supposer que la lumière vient de la gauche : on est alors à  $90^\circ$  du soleil, comme l'observateur A, pour le canard central (vert), et vers  $45^\circ$ , comme l'observateur B, pour le canard de droite (violet).

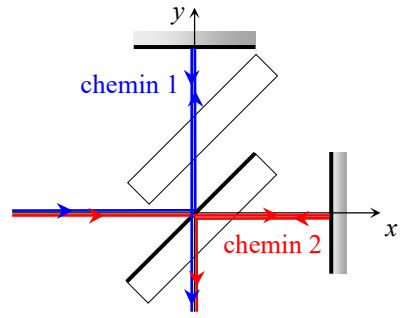
□ **Problème 2** (Centrale-Supélec TSI 2008)

**I.A.1)** La compensatrice est une lame de verre à faces parallèles, identique à la séparatrice (même épaisseur, même indice) sauf qu'elle n'a pas de traitement réfléchissant.

Elle est placée parallèlement à la séparatrice. Son rôle est d'ajouter sur le chemin 1 (passant par le miroir  $M_1$ ) une double traversée de verre, pour compenser le fait que ce chemin traverse une seule fois l'épaisseur de la séparatrice, tandis que le chemin 2 la traverse trois fois.

Cette compensation est parfaite (si le parallélisme des deux lames est bien réglé) uniquement en lame d'air à faces parallèles (qui est la configuration considérée ici), car dans ce cas tous les angles d'incidence sont les mêmes.

La lentille  $L$  fait l'image sur un écran des franges d'égale inclinaison, qui se trouvent à l'infini – mais ici il y aura juste le point central, puisque le faisceau laser est parallèle ; le détecteur doit donc être placé au foyer image principal de la lentille.



**I.A.2.a)**  $\delta_0 = (S_\infty OI_2 OM)_0 - (S_\infty OI_1 OM)_0 = 2(OI_2)_0 - 2(OI_1)_0 = 2 \times 1 \times (L_2 - L_1)$  soit  $\delta_0 = 2e$  (faisceau parallèle d'incidence nulle).

**I.A.2.b)** Signal (complexe) sur le détecteur :  $\underline{s} = \underline{s}_1 + \underline{s}_2 = a \exp(j(\omega t - \varphi_1)) + a \exp(j(\omega t - \varphi_2)) = a \exp(j(\omega t - \varphi_1)) [1 + \exp(-j(\varphi_2 - \varphi_1))]$   
 $= \underline{s}_1 \left[ 1 + \exp\left(-j \frac{4\pi e}{\lambda}\right) \right]$ . L'éclairement est donc :  $E_0 = K \underline{s} \underline{s}^* = K \underline{s}_1 \underline{s}_1^* \left[ 2 + 2 \cos\left(\frac{4\pi e}{\lambda}\right) \right]$  soit  $E_0 = \frac{E_{\text{inc}}}{2} \left[ 1 + \cos\left(\frac{4\pi e}{\lambda}\right) \right]$ .

**I.A.2.c)** Sur un écran à grande distance on observerait un éclairement uniforme sur la section du laser : il n'y a pas d'anneaux d'interférences ici, car le seul angle d'incidence est 0.

**I.B.1.a)**  $(OI_1) = n_x L_1$  soit  $(OI_1) = \left(1 - \frac{h_0}{2}\right) L_1$ . **I.B.1.b)**  $(OI_2) = n_y L_2$  soit  $(OI_2) = \left(1 + \frac{h_0}{2}\right) L_2$ .

**I.B.1.c)** Alors  $\delta = 2(OI_2) - 2(OI_1) = (2 + h_0)L_2 - (2 - h_0)L_1$  soit  $\delta = 2e + h_0(L_1 + L_2)$ .

**I.B.2)** Maintenant  $E = \frac{E_{\text{inc}}}{2} [1 + \cos(\varphi_0 + \varphi_s)]$  avec  $\varphi_0 = \frac{2\pi\delta_0}{\lambda} = \frac{4\pi e}{\lambda}$  et  $\varphi_s = \frac{2\pi}{\lambda} h_0(L_1 + L_2)$ , soit  $E = \frac{E_{\text{inc}}}{2} [1 + \cos \varphi_0 \cos \varphi_s - \sin \varphi_0 \sin \varphi_s]$ .

Avec  $\varphi_s \ll \varphi_0$  :  $\cos \varphi_s \approx 1$  et  $\sin \varphi_s \approx \varphi_s = \frac{2\pi}{\lambda} h_0(L_1 + L_2) = 2kh_0L$ , d'où  $E = \frac{E_{\text{inc}}}{2} [1 + \cos \varphi_0 - 2kh_0L \sin \varphi_0]$ .

**I.B.3.a)**  $P_{\text{inc}} = E_{\text{inc}} S$  et  $P_{\text{mes}} = ES$  donc  $P_{\text{mes}} = \frac{P_{\text{inc}}}{2} [1 + \cos \varphi_0 - 2kh_0L \sin \varphi_0]$ .

**I.B.3.b)**  $\Delta P_{\text{mes}} = P_{\text{mes}} - P_{\text{mes},0} = -kh_0L \sin \varphi_0 P_{\text{inc}}$ . Pour que  $|\Delta P_{\text{mes}}|$  soit maximale il faut que  $\sin \varphi_0 = \pm 1$  soit  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} + m\pi$ . Alors

$|\Delta P_{\text{mes}}| = kh_0L P_{\text{inc}} = \frac{2\pi}{\lambda} h_0L P_{\text{inc}}$ . AN  $|\Delta P_{\text{mes}}| = 4 \cdot 10^{-10} \text{ W}$ . Cette variation est extrêmement difficile à détecter.

**I.B.4.a)**  $K \frac{|\Delta P_{\text{mes}}|}{\sqrt{P_0}} = K \frac{kh_0L P_{\text{inc}} |\sin \varphi_0|}{\sqrt{P_{\text{inc}}} \sqrt{(1 + \cos \varphi_0)/2}} = Kkh_0L \sqrt{P_{\text{inc}}} \frac{2 \sin(\varphi_0/2) \cos(\varphi_0/2)}{\cos(\varphi_0/2)} = 2Kkh_0L \sqrt{P_{\text{inc}}} |\sin(\varphi_0/2)|$ . Pour le maximiser il

faut donc choisir finalement  $\sin \frac{\varphi_0}{2} = \pm 1$ , soit  $\frac{\varphi_0}{2} = \frac{\pi}{2} + m\pi$  d'où  $\varphi_0 = \pi + 2m\pi$ . Cela correspond à une frange sombre.

**I.B.4.b)**  $\varphi_0 = \frac{4\pi e}{\lambda}$  donc on souhaite avoir  $\frac{4e}{\lambda} = 2m + 1$  (entier impair). Or ici  $\frac{4e}{\lambda} = 3187595$  qui semble effectivement être un entier impair... à condition de supposer que la précision sur  $\lambda$  est aussi de sept chiffres, et même huit !

**I.B.5)** AN  $h_{\text{min}} = 2,7 \cdot 10^{-19}$ .

**I.B.6.a)** On a trouvé  $h_{\text{min}} \gg h_0$  donc les OG de la Vierge ne peuvent pas être détectées.

**I.B.6.b)** L'amplitude perçue est de la forme  $h_m = \frac{A}{D}$  où  $A$  est une constante et  $D$  la distance, donc  $h_0 = \frac{A}{D_{\text{Vierge}}}$  et  $h_{\text{min}} = \frac{A}{D_{\text{max}}}$ , d'où

$D_{\text{max}} = D_{\text{Vierge}} \frac{h_0}{h_{\text{min}}}$ . AN  $D_{\text{max}} = 4 \cdot 10^4 \text{ al}$ .

□ **Problème 3** (Banque PT 2021)

**Q45.** En notant  $\underline{Z}$  l'impédance de l'association  $RLC$  parallèle, et  $\underline{Y} = jC\omega + \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega}$  son admittance, on applique la relation du pont

diviseur de tension en supposant la sortie ouverte (rien de branché entre les bornes de sortie) :  $\underline{H}_F = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + R_0} = \frac{1}{1 + R_0 \underline{Y}}$  soit

$\underline{H}_F = \frac{1}{1 + R_0 \left( jC\omega + \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} \right)} = \frac{1}{1 + \frac{R_0}{R} + jR_0 \left( C\omega - \frac{1}{L\omega} \right)} = \frac{R}{R + R_0} \frac{1}{1 + j \frac{RR_0}{R + R_0} \left( C\omega - \frac{1}{L\omega} \right)}$ . On peut identifier à  $\underline{H}_F = \frac{H_0}{1 + jQ_F \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$

en posant  $H_0 = \frac{R}{R + R_0}$ ,  $\frac{Q_F}{\omega_0} = \frac{RR_0 C}{R + R_0}$  et  $Q_F \omega_0 = \frac{RR_0}{(R + R_0)L}$ , d'où  $Q_F = \frac{RR_0}{R + R_0} \sqrt{\frac{C}{L}}$  et  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , soit  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ .

**Q46.** On reconnaît la fonction de transfert d'un passe-bande d'ordre 2 : alors  $\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{1}{Q_F}$ .

**Q47.**  $G_{dB} = 20 \log |H| = 20 \log |H_0| - 10 \log \left[ 1 + Q_F^2 \left( x - \frac{1}{x} \right)^2 \right]$ .

Pour  $x \ll 1$  :  $G_{dB} \approx 20 \log H_0 - 20 \log Q_F + 20 \log x = -24 + 20 \log x$

(pente + 20 dB/décade, ordonnée à l'origine -24 dB).

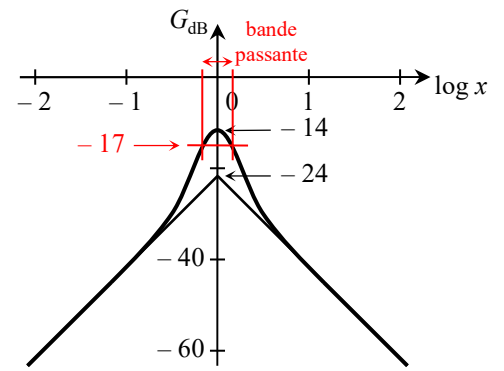
Pour  $x \gg 1$  :  $G_{dB} \approx 20 \log H_0 - 20 \log Q_F - 20 \log x = -24 - 20 \log x$

(pente - 20 dB/décade, ordonnée à l'origine -24 dB).

Pour  $x = 1$  :  $G_{dB} = 20 \log H_0 = -14 \text{ dB}$ .

La bande passante à -3 dB est l'intervalle de fréquences pour lequel

$G_{dB} > G_{dB,max} - 3 \text{ dB} = -17 \text{ dB}$ . Elle est ici assez étroite.



**Q48.** Pour ces ALI idéaux, les courants dans les deux entrées sont nuls : d'après la loi des nœuds, l'intensité est donc la même dans  $R_1$  et dans  $R_2$  : c'est  $i_e$  dans le montage 1, et on la note  $i$  (vers la gauche) dans le montage 2. De plus, les deux montages présentent une boucle de rétroaction sur l'entrée inverseuse (-), donc les ALI fonctionnent en régime linéaire, soit  $v_- = v_+$ .

Montage 1 :  $v_- = v_+ = 0$  (masse) donc on retrouve  $v_e$  aux bornes de  $R_1$  (vers la gauche) et  $v_s$  aux bornes de  $R_2$  (vers la droite).

Alors  $v_e = +R_1 i_e$  (convention récepteur) et  $v_s = -R_2 i_e$  (convention générateur), d'où  $A_1 = \frac{v_s}{v_e} = -\frac{R_2}{R_1}$  (réelle).

Montage 2 :  $v_- = v_+ = v_e$  donc on retrouve  $v_e$  aux bornes de  $R_1$  (vers la droite) et  $v_s - v_e$  aux bornes de  $R_2$  (vers la droite). Alors

$v_e = R_1 i$  (convention récepteur) et  $v_s - v_e = R_2 i$  (idem), d'où  $v_s = (R_1 + R_2) i$  et finalement  $A_2 = \frac{v_s}{v_e} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$  (réelle aussi).

**Q49.** Par définition,  $Z_{e1} = \frac{v_e}{i_e}$ . Montage 1 :  $Z_{e1} = R_1$ . Montage 2 :  $i_e = 0$  (entrée de l'ALI) donc  $Z_{e2} = \infty$ .

Le montage 2 est dit idéal : si on le branche derrière un autre quadripôle, il n'y a aucun courant entre les deux donc le premier quadripôle peut toujours être considéré en sortie ouverte, comme on l'a fait dans l'étude du filtre.

**Q50.** Si on met l'amplificateur (montage 2) derrière le filtre,  $v_2 = v_e$  donc la fonction de transfert globale est :

$$\underline{H}_{FA} = \frac{v_s}{v_1} = \frac{v_s}{v_e} \times \frac{v_2}{v_1} = A_2 \times \underline{H}_F = \frac{A_2 H_0}{1 + jQ_F \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} = \frac{H_1}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

avec  $Q = Q_F = \frac{RR_0}{R + R_0} \sqrt{\frac{C}{L}}$  et  $H_1 = A_2 H_0 = \frac{(R_1 + R_2)R}{R_1(R + R_0)}$ .

**Q51.** Quand l'interrupteur est fermé,  $v_3 = v_1$ , avec  $v_3 = A_2 v_2$ . Pour la relation entre  $v_1$  et  $v_2$  donnée par le filtre, il faut retrouver une

équation différentielle à partir de la fonction de transfert :  $\frac{v_2}{v_1} = \frac{H_0}{1 + jQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)} = \frac{H_0 j\omega/Q\omega_0}{1 + j\omega/Q\omega_0 - \omega^2/\omega_0^2}$

$\Leftrightarrow \left( 1 + \frac{j\omega}{Q\omega_0} + \frac{(j\omega)^2}{\omega_0^2} \right) v_2(t) = H_0 \frac{j\omega}{Q\omega_0} v_1(t) \Leftrightarrow v_2(t) + \frac{1}{Q\omega_0} \frac{dv_2}{dt} + \frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 v_2}{dt^2} = H_0 \frac{1}{Q\omega_0} \frac{dv_1}{dt}$ . Finalement on multiplie tout par

$\omega_0^2 A_2$ , et on remplace  $A_2 v_2$  par  $v_3$ ,  $A_2 v_1$  par  $v_3$ ,  $A_2 H_0$  par  $H_1$ , d'où l'équation :  $\frac{d^2 v_3}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} (1 - H_1) \frac{dv_3}{dt} + \omega_0^2 v_3(t) = 0$ .

**Q52.** Pour que l'on obtienne des oscillations pseudo-périodiques, il faut que le discriminant de l'équation caractéristique

$r^2 + \frac{\omega_0}{Q} (1 - H_1) r + \omega_0^2 = 0$  soit négatif, soit  $\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} (1 - H_1)^2 - 4\omega_0^2 < 0$ . Les racines sont alors  $r = -\frac{\omega_0}{2Q} (1 - H_1) \pm i \frac{\sqrt{-\Delta}}{2} = \frac{1}{\tau} \pm i\omega$  et

la solution générale de l'équation différentielle est  $v_3(t) = A \exp(t/\tau) \cos(\omega t + \varphi)$ . Pour que ces oscillations soient d'amplitude

croissante, il faut que  $\tau$  soit positif, donc  $H_1 > 1$ . Alors la condition  $\Delta < 0$  devient  $H_1 - 1 < 2Q$ . Il faut donc avoir  $1 < H_1 < 1 + 2Q$ .

**Q53, 54.** La fréquence d'oscillation est  $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\sqrt{-\Delta}}{4\pi}$  soit  $f = \frac{\omega_0}{2\pi} \sqrt{1 - \frac{(H_1 - 1)^2}{4Q^2}}$ .  $f \approx f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$  pour  $H_1 \approx 1$  ou pour  $Q \gg 1$ .

**Q55.** Si  $H_1$  est grand (proche de  $1 + 2Q$ ), le temps caractéristique  $\tau$  est petit donc la croissance des oscillations aboutit rapidement à la saturation de l'ALI ; et la fréquence diffère nettement de  $f_0$ . On est alors loin d'obtenir des oscillations quasi sinusoïdales à  $f_0$ .

**Q63.** Comme on l'a vu à la question **Q51** :  $V_2 = \underline{H}_F V_1$ ,  $V_3 = \underline{A} V_2$  et  $V_1 = V_3$ . Donc  $V_2 = \underline{H}_F \underline{A} V_2$  soit  $\underline{H}_F \underline{A} = 1$ .

**Q64.** Comme  $\underline{A}$  est un réel positif,  $\underline{H}_F$  doit l'être aussi, donc  $\arg[\underline{H}_F] = 0$ .

**Q65.** La condition devient  $\underline{H}_F \underline{A}' = 1$ , soit  $\underline{H}_F = \frac{1}{A_0} e^{-j\delta\psi}$ , donc  $\arg[\underline{H}_F] = -\delta\psi$ .

**Q66.**  $\frac{\omega}{\omega_0} = 1 + \frac{\delta\omega}{\omega_0}$  et  $\frac{\omega_0}{\omega} \approx 1 - \frac{\delta\omega}{\omega_0}$  donc  $\underline{H}_F \approx \frac{H_0}{1 + j2Q\delta\omega/\omega_0}$ . Alors  $\arg[\underline{H}_F] = \arg[H_0] - \arg\left[ 1 + j2Q\frac{\delta\omega}{\omega_0} \right] = 0 - \arctan\left[ 2Q\frac{\delta\omega}{\omega_0} \right]$ .

Donc  $-\arctan\left[ 2Q\frac{\delta\omega}{\omega_0} \right] = -\delta\psi$ , d'où  $\delta\omega = \frac{\omega_0}{2Q} \tan(\delta\psi)$  et  $\delta f = \frac{f_0}{2Q} \tan(\delta\psi)$ . AN  $[\delta f = 3 \cdot 10^2 \text{ Hz}]$  (variation de 0,3 %).

**Q67.** Si  $\delta\psi$  fluctue légèrement, la fréquence de l'oscillateur fluctue aussi ; si le temps de réponse du détecteur est assez grand, on observera alors un élargissement spectral du signal (pic de largeur  $2\delta f_{max}$ ).

**Q68.** Pour réduire fortement cette fluctuation, il faut augmenter fortement le facteur de qualité  $Q$  (d'où son nom).