On2. Propagation non dispersive : équation de D'Alembert tridimensionnelle

1. Onde électromagnétique dans le vide
a) Équation de D'Alembert
b) Solution en OPPH
c) Aspects énergétiques de l'OPPH
d) Polarisation

2. Onde acoustique dans un fluide
a) Approximation acoustique
b) Équation de D'Alembert
c) Solution en OPPH

Parties traitées en classe

d) Aspects énergétiques

On peut définir des grandeurs analogues à celles de l'onde électromagnétique, et établir alors un bilan énergétique. Leurs expressions seront ici admises.

● Densité volumique d'énergie acoustique

Elle comporte deux termes, l'un de nature cinétique et l'autre qui peut être interprété comme une densité volumique d'énergie potentielle élastique :

$$\boxed{u_\mathrm{a}(M,t) = u_\mathrm{cin}(M,t) + u_\mathrm{pot}(M,t) = \frac{1}{2}\rho_0 v(M,t)^2 + \frac{1}{2}\chi_S\, p(M,t)^2}.$$

● Vecteur de Poynting acoustique

– C'est le vecteur densité de flux d'énergie acoustique. L'analyse dimensionnelle permet de vérifier son expression :

$$\boxed{\vec{\Pi}(M,t) = p(M,t)\vec{v}(M,t)}.$$

Pour une OPPH : $\vec{\Pi}(M,t) = \dfrac{1}{Z_\mathrm{a}} p(M,t)^2 \vec{u} = \dfrac{1}{\rho_0 c} p(M,t)^2 \vec{u}$.

– La puissance acoustique reçue par une surface Σ est alors :

$$\mathcal{P}(t) = \iint_\Sigma \vec{\Pi}(M,t)\cdot \mathrm{d}\vec{s} \quad \text{soit} \quad \boxed{\mathcal{P}(t) = \iint_\Sigma p(M,t)\vec{v}(M,t)\cdot \mathrm{d}s\,\vec{n}}.$$

● Équation locale de conservation de l'énergie

On peut établir une équation analogue à celles des autres phénomènes conservatifs : $\mathrm{div}\,\vec{\Pi} + \dfrac{\partial u_\mathrm{a}}{\partial t} = 0$.

● Intensité sonore (ou acoustique)

– De façon analogue à l'intensité lumineuse, on peut définir l'*intensité sonore* reçue par une surface comme une puissance surfacique moyenne, soit : $\boxed{I = \langle \vec{\Pi}\cdot\vec{n}\rangle}$.

– On définit alors le *niveau d'intensité sonore* (ou acoustique), en décibels (dB), par la relation : $\boxed{L_\mathrm{dB} = 10\log\dfrac{I}{I_0}}$

avec $I_0 = 10^{-12}\ \mathrm{W\cdot m^{-2}}$ (valeur de référence correspondant au seuil de perception de l'oreille humaine).

Ⓔ Quelques ordres de grandeur à connaître : chuchotement 30 dB ; conversation normale 60 dB ; marteau-piqueur 100 dB ; seuil de douleur 120 dB.

e) Solution en onde sphérique harmonique

● Expression

Si la situation est à symétrie sphérique, par exemple si l'émetteur peut être considéré comme ponctuel, on peut chercher une solution sous la forme :

$$p(M,t) = f(r)\cos(\omega t - kr + \varphi) \text{ soit } p(M,t) = f(r)\cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{OM} + \varphi\right) \text{ avec } \vec{k} = k\,\vec{e_r} \text{ en coordonnées sphériques.}$$

Le calcul donne alors $f(r) = \dfrac{A}{r}$, d'où $\boxed{p(M,t) = \dfrac{A}{r}\cos(\omega t - kr + \varphi)}$.

● Puissance rayonnée

La vitesse étant aussi en $1/r$, le vecteur de Poynting acoustique est en $1/r^2$: ainsi la puissance moyenne rayonnée est la même à travers toutes les sphères de centre O (de surface $4\pi r^2$) :

$$\langle\mathcal{P}\rangle = \iint_\Sigma \vec{\Pi}(M,t)\cdot\mathrm{d}\vec{s} = \iint_\Sigma \frac{1}{Z_\mathrm{a}} p(r,t)^2\,\vec{e_r}\cdot\mathrm{d}s\,\vec{e_r} = \frac{1}{Z_\mathrm{a}}\iint_\Sigma \frac{A^2}{r^2}\langle\cos^2(\omega t - kr + \varphi)\rangle\cdot\mathrm{d}s = \frac{1}{Z_\mathrm{a}}\frac{A^2}{2r^2}4\pi r^2 \text{ soit } \langle\mathcal{P}\rangle = \frac{2\pi A^2}{Z_\mathrm{a}} = \text{cte}\ .$$

Cela traduit la conservation de l'énergie, en l'absence d'absorption par le milieu.