

Corrigé de l'épreuve de physique du concours blanc

▣ Problème A

A.1. En toute rigueur, la masse du petit morceau GD, de longueur ds , est $dm = \mu'(x)ds$ où $\mu'(x)$ est la masse linéique locale lorsque la corde est déformée. Mais pour des déformations faibles, $ds \approx dx$ et $\mu'(x) \approx \mu$ donc $\boxed{dm = \mu dx}$.

L'onde de déformation est transverse : le mouvement de GD peut être considéré comme rectiligne selon (Oy).

A.2. PFD (ou TRC) pour GD dans \mathcal{R} terrestre galiléen : $\mu dx \vec{a} = -\vec{T}(x,t) + \vec{T}(x+dx,t)$. Projection sur \vec{e}_x : $0 = -\|\vec{T}(x,t)\| \cos \alpha(x,t) + \|\vec{T}(x+dx,t)\| \cos \alpha(x+dx,t)$. Or $\alpha \ll 1$ donc $\cos \alpha \approx 1$, d'où $\boxed{\|\vec{T}(x,t)\| = \|\vec{T}(x+dx,t)\|}$, qui vaut donc T_0 d'après les conditions aux limites (tension T_0 aux extrémités).

Sur \vec{e}_y : $\mu dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -T_0 \sin \alpha(x,t) + T_0 \sin \alpha(x+dx,t) \approx T_0 [-\alpha(x,t) + \alpha(x+dx,t)]$, d'où en divisant par dx : $\boxed{\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T_0 \frac{\partial \alpha}{\partial x}}$.

A.3. La pente locale de la corde est $\tan \alpha = \frac{\partial y}{\partial x} \approx \alpha$. En injectant cette relation dans la précédente on obtient : $\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ soit

$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{T_0}{\mu} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$. Cette équation est bien de la forme $\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0}$ avec $\boxed{v = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}}$. Cette grandeur est la vitesse de propagation (ou célérité) de l'onde. Dimensions : $[\mu] = [m \cdot \ell^{-1}]$ et $[T_0] = [m \cdot \ell \cdot t^{-2}]$ donc $\boxed{[v] = [\ell \cdot t^{-1}]}$, ce qui est correct.

A.4. Notons T_1 la tension des portions verticales de corde. L'application du PFD (ou TRC) à une masse M au repos donne $T_1 \vec{e}_z - Mg \vec{e}_z = \vec{0}$ d'où $T_1 = Mg$. Ensuite le TMC appliqué à une poulie, au repos, par rapport à son axe, s'écrit : $RT_1 - RT_0 = 0$ (le moment de son poids étant nul, et celui des frottements négligé), d'où $T_0 = T_1$ soit $\boxed{T_0 = Mg}$.

A.5. Notons T_2 la tension de la corde à gauche de la poulie 2, T_{1-2} la tension de la corde entre les deux poulies, et T_1 la tension de la corde à droite de la poulie 1. Comme précédemment, le TMC appliqué à chaque poulie donne $T_1 = T_{1-2} = T_2$ (notée T_0).

Appliquons maintenant le TRC au système {poulie 2, tige 2, masse K } : $2T_0 \vec{e}_z - Kg \vec{e}_z = \vec{0}$ d'où $Kg = 2T_0$. Enfin pour la masse M , on obtient toujours $T_0 = Mg$. La comparaison des deux formules donne $\boxed{K = 2M}$.

La masse M accrochée au bout du fil peut équilibrer une masse deux fois plus grande accrochée à la première poulie : on peut définir le facteur de démultiplication comme le rapport entre ces deux masses, il vaut donc 2. (L'idée semble être alors de remplacer la masse K et sa tige par la caténaire avec une autre poulie : la tension de la caténaire serait $Kg = 2Mg$.)

A.6. Comme dans le cas précédent, la tension est la même tout le long du fil. S'il y a toujours une masse M au bout du fil et une masse K au bout de la tige du bas, on trouve toujours $T_0 = Mg$, et maintenant $Kg = 6T_0$ en considérant le système {trois poulies du bas, tige du bas, masse K }, d'où $K = 6M$: le facteur de démultiplication vaut 6 (c'est-à-dire le nombre de poulies).

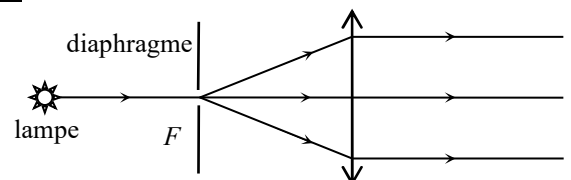
A.7. Masse linéique : $\boxed{\mu = \rho S}$ où $\rho = d \times \rho_{\text{eau}} = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ est la masse volumique et S la section. AN $\boxed{\mu = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}}$, d'où la célérité $\boxed{v = 140 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 500 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}}$. C'est légèrement moins que la vitesse établie lors du record.

A.8. Pour pouvoir aller plus vite, il faut augmenter la célérité v de l'onde. On peut donc envisager de diminuer la masse linéique de la caténaire, ce qui suppose de la remplacer entièrement par un câble plus fin : ce remplacement intégral semble difficile à mettre en œuvre, et la caténaire serait plus fragile et moins conductrice. Ou bien on peut augmenter la tension de la caténaire, ce qui semble plus facile à réaliser puisqu'il s'agit « juste » d'augmenter la masse (ou le nombre de poulies) aux extrémités.

A.9. On souhaite avoir $v_{\text{record}} < 0,97v = 0,97 \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$ soit $T_0 > \mu \frac{v_{\text{record}}^2}{0,97^2} = T_{0,\text{min}}$. AN $\boxed{T_{0,\text{min}} = 35000 \text{ N} = 3500 \text{ daN}}$.

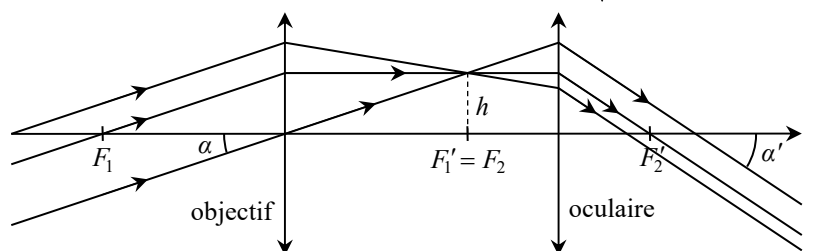
On a augmenté la tension de $T_{0,\text{min}} - T_{0,\text{ini}} = 6M_{\text{suppl}}g$ soit $\boxed{M_{\text{suppl}} = \frac{T_{0,\text{min}} - T_{0,\text{ini}}}{6g}}$. AN $\boxed{M_{\text{suppl}} = 150 \text{ kg}}$.

D.1. Un faisceau de lumière parallèle est obtenu en formant l'image d'une source ponctuelle par une lentille convergente. On utilise donc une lampe, un diaphragme et une lentille convergente : l'ouverture très petite du diaphragme constitue un objet ponctuel, que l'on place dans le plan focal objet de la lentille.



D.2. Ce dispositif est un goniomètre.

D.3. Le faisceau peut être observé directement à travers une lunette afocale (lunette autocollimatrice). Dans sa configuration la plus simple, elle comporte deux lentilles, un objectif (convergent) et un oculaire (pouvant être convergent ou divergent), le foyer image du premier étant confondu avec le foyer objet du second.



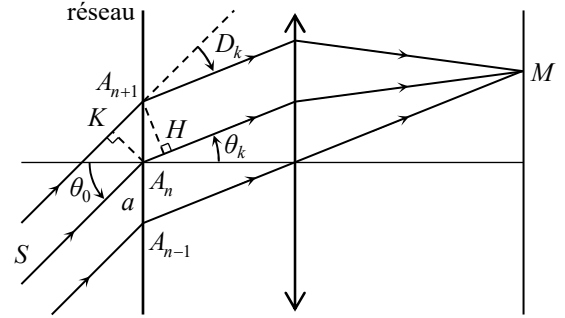
D.4. Dans les conditions de Gauss (petits angles), $\alpha \approx \tan \alpha = \frac{h}{f_1}$ et $\alpha' \approx \tan \alpha' = \frac{h}{f_2}$ donc $\boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f_1'}{f_2}}$.

D.5. Le zéro du vernier se trouve après la graduation $5^\circ 30'$, à laquelle on ajoute $4'$: on lit donc $5^\circ 34'$.

D.6. Le maximum principal d'ordre k correspond à l'angle θ_k donnant une différence de marche $d = (SA_{n+1}M) - (SA_nM) = k\lambda$, M étant le point final, ici sur la rétine (la lentille du schéma représente l'association de la lunette afocale et du cristallin de l'œil).

On ne peut pas procéder par simple lecture géométrique, car on ne sait pas quelle est l'épaisseur de lentille traversée par chaque rayon. Imaginons donc que M soit une source ponctuelle. D'après la loi de retour inverse de la lumière, le trajet des rayons serait le même dans l'autre sens. Et d'après le théorème de Malus, les surfaces d'onde à gauche de la lentille seraient orthogonales aux rayons (formant un faisceau parallèle), donc planes :

ainsi, par définition d'une surface d'onde, les chemins optiques (MA_{n+1}) et (MH) seraient égaux, donc $(A_{n+1}M) = (HM)$. De même, pour le faisceau incident, $(SA_n) = (SK)$. Alors $d = (KA_{n+1}) - (A_nH) = k\lambda$ soit $a(\sin\theta_0 - \sin\theta_k) = k\lambda$.



D.7. La déviation est la variation de l'angle avec la normale : $D_k = \theta_k - \theta_0$ (négative sur le schéma).

D.8. $\delta = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{1 + v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1$. DL à l'ordre 1 en $\frac{v}{c}$: $\delta \approx \frac{v}{c}$.

D.9. La longueur d'onde 656,3 nm correspond à du rouge, 486,1 nm correspond à du bleu, les deux autres à du violet.

D.10. Nombre de traits : $N = \frac{1}{k} \frac{\lambda_{\beta,e}}{\lambda_{\beta,r} - \lambda_{\beta,e}}$. AN $N = 49000$. (C'est réalisable par exemple avec un réseau de 1000 traits/mm éclairé sur 5 cm.)

La vitesse de la nébuleuse est alors $v = c \frac{\lambda_{\beta,r} - \lambda_{\beta,e}}{\lambda_{\beta,e}}$. AN $v = 6200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

▣ **Problème B**

Q1. Loi de Fourier : $\vec{j}_{th} = -\lambda \text{grad} T$. Pour un problème unidimensionnel : $j_{th} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$.

Q2. $\Phi(x) = \iint_S \vec{j}_{th}(x) \cdot \vec{e}_x \, ds$ soit $\Phi(x) = j_{th}(x)S$ puisque $\vec{j}_{th}(x)$ est uniforme sur la section S . Unité SI de $\Phi(x)$: le watt (W).

Q3. Effectuons un bilan d'énergie (premier principe) pour un système constitué d'une tranche de vitre comprise entre deux abscisses quelconques x et x' , entre deux instants t et $t + \Delta t$: $U(t + \Delta t) - U(t) = W + Q \Leftrightarrow 0 = 0 + \Phi(x)\Delta t - \Phi(x')\Delta t$ d'où finalement $\Phi(x) = \Phi(x')$: le flux est le même à travers toutes les sections (on le notera simplement Φ).

Q4. D'après la loi de Fourier, dans ce cas stationnaire : $\Phi = j_{th}S = -\lambda_v S \frac{dT}{dx} = \text{cte}$ donc $T(x) = Ax + B$ en notant $A = -\frac{\Phi}{\lambda_v S}$.

Q5. Conditions aux limites : $T(0) = B = T_0$; $T(e) = Ae + T_0 = T_1$ donc $A = \frac{T_1 - T_0}{e}$ et

finalement $T(x) = \frac{T_1 - T_0}{e} x + T_0$.

Q7. On a établi : $A = -\frac{\Phi}{\lambda_v S} = \frac{T_1 - T_0}{e}$. Donc $R_{th} = \frac{T_0 - T_1}{\Phi}$ équivaut à $R_{th} = \frac{e}{\lambda_v S}$.

Q8. AN $R_{th} = 6,7 \cdot 10^{-4} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$.

Q9. On a ici trois résistances thermiques traversées successivement par le même flux thermique : c'est l'analogue de trois résistances électriques en série (parcourues successivement par le même courant électrique).

Q10. Les résistances s'additionnent donc : $R_{tot} = 2 \frac{e}{\lambda_v S} + \frac{3e}{\lambda_{air} S} = \frac{e}{S} \left(\frac{2}{\lambda_v} + \frac{3}{\lambda_{air}} \right)$.

Q11. AN $R_{tot} = 6,1 \cdot 10^{-2} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$. La résistance thermique est multipliée par 90, les fuites thermiques sont diminuées d'autant.

Q16. On trouve de même $R'_{tot} = 1,0 \cdot 10^{-1} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$.

Q17. $R'_{tot} > R_{tot} \gg R_{th}$. L'économie d'énergie est très importante (90 fois moins de fuites) lorsqu'on passe du simple vitrage au double vitrage à air ; elle est plus modeste (1,7 fois moins de fuites) lorsqu'on passe du double vitrage à air à celui à argon.

Q18. Q19. L'efficacité est le rapport, en valeur absolue, du transfert souhaité, ici $Q_C < 0$ (ou plutôt $-Q_C > 0$ fourni à la pièce), et du transfert dépensé pour l'obtenir, ici $W > 0$. On pose donc $\varepsilon = \left| \frac{Q_C}{W} \right|$ soit $\varepsilon = \frac{-Q_C}{W}$ (positive).

Q20. Premier principe pour le fluide sur un cycle : $Q_C + Q_F + W = \Delta H = 0$ d'où $W = -Q_C - Q_F$, ainsi $\varepsilon = \frac{Q_C}{Q_C + Q_F} = \frac{1}{1 + Q_F/Q_C}$. Second principe :

$\frac{Q_C}{T_0} + \frac{Q_F}{T_1} + 0 = \Delta S = 0$, d'où $\frac{Q_F}{Q_C} = -\frac{T_1}{T_0}$. Donc $\varepsilon = \frac{1}{1 - T_1/T_0} = \frac{T_0}{T_0 - T_1}$. AN avec $T_0 = 293 \text{ K}$ et $T_1 = 278 \text{ K}$: $\varepsilon = 19,5$.

Q21. On a toujours $T > T_1$ donc $\delta Q' < 0$: cela correspond bien à un transfert effectif de la pièce vers l'air extérieur.

Q22. Équation aux dimensions : $[a] = \frac{[\delta Q']}{[C(T - T_1) dt]} = \frac{[E]}{[E \cdot T^{-1} \cdot T \cdot t]}$ soit $[a] = [t^{-1}]$ (inverse d'un temps). Unité SI : s^{-1} .

Q23. Premier principe pour l'intérieur de la maison entre deux instants t et $t + dt$: $U(t + dt) - U(t) = \delta W + \delta Q' = 0 + \delta Q'$ soit $C[T(t + dt) - T(t)] = -aC[T(t) - T_1] dt$. On divise par $C dt$: $\frac{dT}{dt} = -a[T(t) - T_1]$ soit $\frac{dT}{dt} + aT(t) = B$ avec $B = aT_1$.

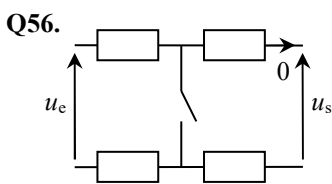
Q24. Solution générale : $T(t) = T_1 + A \exp(-at)$. Condition initiale : $T(0) = T_0 = T_1 + A$, donc $T(t) = T_1 + (T_0 - T_1) \exp(-at)$.

Q25. $T(t_f) = T_1 + (T_0 - T_1) \exp(-at_f) = T_f$ d'où $a = \frac{1}{t_f} \ln \frac{T_0 - T_1}{T_f - T_1}$. AN $a = 3,8 \cdot 10^{-5} s^{-1}$.

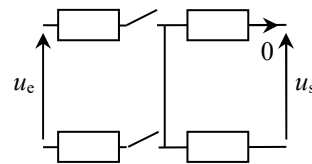
Q26. Par définition : $P = \frac{\delta W}{dt}$.

Q27. On ajoute dans le premier principe un terme $-\delta Q_C = \varepsilon \delta W = \varepsilon P dt = \frac{T(t)}{T(t) - T_1} P dt$, d'où $\frac{dT}{dt} + aT(t) = aT_1 + \frac{P}{C} \frac{T(t)}{T(t) - T_1}$.

Q55. On lit $C_1 = 22 \text{ nF}$; $R_C = R_2 = 22 \Omega$ et $R_D = R_1 = 22 \Omega$ (en négligeant la résistance du fusible) ; $L_A = L_4 + L_6 + L_2 = 10,3 \text{ mH}$ et de même $L_B = 10,3 \text{ mH}$; enfin $R_A = R_{L2} + R_{L4} + R_{L6} = 23 \Omega$ et de même $R_B = 23 \Omega$.

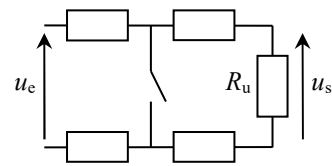


En BF : le condensateur se comporte comme un coupe-circuit (interrupteur ouvert), et les bobines comme de simples fils. Alors $u_s \approx u_e$ (loi des mailles) car les résistances sont sans courant, donc sans tension.

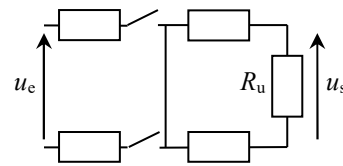


En HF : le condensateur se comporte comme un fil, les bobines comme des coupe-circuits. Alors $u_s \approx 0$ car cette tension est aux bornes des deux résistances de droite, qui sont sans courant.

Ce quadripôle laisse passer les basses et fréquences et coupe les hautes fréquences : c'est donc un filtre passe-bas.



Si on branche en sortie une résistance R_u , en BF il y a maintenant du courant dans les résistances (toutes en série), et on reconnaît un pont diviseur de tension : $\frac{u_s}{u_e} = \frac{R_u}{R_u + R_A + R_B + R_C + R_D} = 0,87$, ce qui reste proche de 1.



En HF, on trouve toujours $u_s \approx 0$ (maille fermée sans générateur à droite).

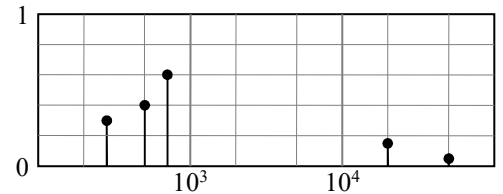
Le quadripôle est donc toujours un passe-bas.

Q57. Ce diagramme de Bode est à l'envers par rapport à la présentation habituelle, car on a mis en ordonnée $a = -G_{dB}$: on reconnaît donc bien le schéma d'un filtre passe-bas (atténuation négligeable en BF, croissante en HF).

Q58. La fréquence de coupure correspond à une atténuation de 3 dB (elle peut être lue aussi à l'intersection des asymptotes) : on lit $f_0 = 10000 \text{ Hz}$.

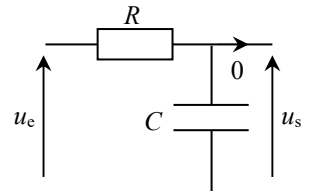
Q59. Ce choix permet de laisser passer l'essentiel des sons audibles, notamment les voix (de quelques centaines à quelques milliers de hertz), mais le filtre atténue quand même un peu les sons très aigus (autour de 10 kHz).

Q60. Les trois fréquences les plus basses sont dans la bande passante et sont donc transmises sans changement d'amplitude. La fréquence $2 \cdot 10^4 \text{ Hz}$ est atténuée d'environ 12 dB, c'est-à-dire assez fortement atténuée. Et la fréquence $5 \cdot 10^4 \text{ Hz}$ est atténuée d'environ 27 dB, c'est-à-dire divisée par plus de 10 et donc presque éliminée.



Q61. Le filtre passe-bas d'ordre 1 le plus simple comporte une résistance suivie d'un condensateur, en sortie ouverte.

En BF : le condensateur se comporte comme un coupe-circuit, alors $u_s \approx u_e$ (loi des mailles) car la résistance est sans courant, donc sans tension. En HF : le condensateur se comporte comme un fil, alors $u_s \approx 0$ car cette tension est aux bornes d'un fil. On retrouve donc bien le comportement d'un filtre passe-bas.



Sa fréquence de coupure est $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$, donc $R = \frac{1}{2\pi f_0 C}$. AN $R = 20 \text{ k}\Omega$ (valeur assez usuelle).

Q62. Le diagramme de Bode du filtre RC a une asymptote HF de pente de -20 dB/décade , tandis que celui du filtre Z-200FR a une pente de -40 dB/décade : c'est un filtre d'ordre 2. Le filtre Z-200FR atténue donc mieux les hautes fréquences.