

On6. Physique du laser

1. Milieu amplificateur de lumière

a) Absorption et émission d'un photon

• Le photon

Dans l'un de ses quatre articles historiques de 1905 (« Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt », ou « Sur un point de vue heuristique concernant la production et la transformation de la lumière », *Annalen der Physik*, vol. 322, n° 6), Albert EINSTEIN a repris l'idée de paquets indivisibles d'énergie, ou *quanta*, émise par Max PLANCK en 1900 (pour résoudre le problème du corps noir), et l'a appliquée à la lumière pour expliquer l'effet photoélectrique. Il a ainsi proposé de modéliser la lumière (et par extension toute onde électromagnétique) comme un flux de particules, de masse nulle, de charge nulle, se déplaçant à la vitesse $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dans le vide. Ces particules ont été nommées *photons* par le chimiste Gilbert LEWIS en 1926.

Les deux propriétés fondamentales d'un photon sont données par les relations de Planck-Einstein :

$$\text{énergie } E = \hbar \omega = hf = h \frac{c}{\lambda_0} \text{ et quantité de mouvement (ou impulsion) } \vec{p} = \hbar \vec{k} = \frac{h}{\lambda_0} \vec{u} = \frac{hf}{c} \vec{u}$$

avec $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ (constante de Planck) et $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ (constante de Planck réduite).

• Niveaux d'énergie atomiques

Selon le modèle proposé pour la première fois par Niels BOHR dans un célèbre article de 1913 (« On the constitution of atoms and molecules », *Philosophical Magazine and Journal of Science*, 6^e série, vol. 26), l'énergie d'un atome (ou d'une molécule) isolé(e), c'est-à-dire l'énergie totale des électrons de son nuage électronique, ne peut prendre que certaines valeurs discrètes, appelées *niveaux d'énergie*. Le niveau minimal correspond à l'*état fondamental*, les autres aux *états excités*. Si plusieurs états de l'atome ont la même énergie, on dit que ce niveau d'énergie est *dégénéré*.

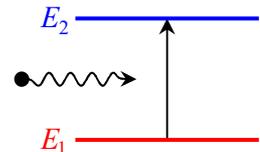
Le caractère remarquable du modèle de Bohr est sa capacité à expliquer les spectres de raies des éléments, bien connus depuis les années 1820, par un mécanisme d'absorption ou d'émission de photons. On le rappelle ici en se limitant à deux niveaux d'énergie non dégénérés, notés E_1 et E_2 (avec $E_1 < E_2$).

• Absorption d'un photon

Un atome peut passer du niveau 1 au niveau 2 en absorbant un photon d'énergie

$$E = E_2 - E_1, \text{ donc de fréquence } f = \frac{E_2 - E_1}{h} \text{ et de longueur d'onde } \lambda_0 = \frac{hc}{E_2 - E_1}.$$

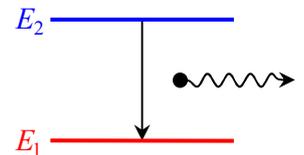
Ce processus est schématisé ci-contre.



• Émission spontanée d'un photon

Un état excité étant instable, l'atome au niveau 2 finit toujours, après une durée aléatoire de valeur moyenne τ , par revenir au niveau 1, en émettant un photon d'énergie E . Ce processus est schématisé ci-contre.

Les autres caractéristiques de ce photon (phase, direction, polarisation) sont aléatoires.



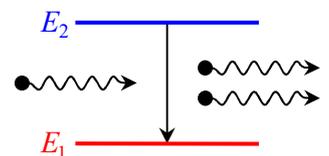
• Émission stimulée d'un photon

Les deux phénomènes précédents, ayant permis à Bohr d'expliquer avec succès les observations spectroscopiques, sont néanmoins insuffisants pour interpréter complètement le comportement d'un corps noir. Einstein propose une nouvelle idée en 1917, lors de son grand retour à la physique quantique (après 11 ans consacrés à la relativité). Il imagine un troisième processus, l'émission stimulée (ou induite).

Si un atome dans l'état excité (niveau 2) reçoit un photon d'énergie E , celui-ci peut provoquer la désexcitation. La conservation de l'énergie impose alors l'émission de deux photons d'énergie E . Ce processus est schématisé ci-contre.

Les autres caractéristiques de ces deux photons sont également les mêmes : ils sont parfaitement identiques.

Ce processus peut être considéré comme un mécanisme d'amplification du rayonnement (d'un facteur 2 en énergie).



Ⓜ Il existe d'autres processus de changement de niveau, non radiatifs (sans échange de photon), notamment des collisions.

b) Coefficients d'Einstein

Ces coefficients permettent d'exprimer l'évolution temporelle des populations N_1 et N_2 des deux niveaux d'énergie.

• Coefficient d'émission spontanée

Le nombre d'atomes subissant une émission spontanée, pendant une durée donnée dt , est proportionnel à la population N_2 du niveau d'origine, et ne dépend de rien d'autre. On pose donc : $\delta N_{\text{spont}} = A_{2 \rightarrow 1} N_2 dt$. Unité SI de $A_{2 \rightarrow 1}$: s^{-1} .

Cette relation est analogue à la loi de désintégration pour un noyau radioactif, le coefficient $A_{2 \rightarrow 1}$ étant l'équivalent de la constante radioactive λ .

$\frac{\delta N_{\text{spont}}}{N_2}$ est la probabilité pour qu'un atome se désexcite pendant la durée dt , et $\frac{1}{N_2} \frac{\delta N_{\text{spont}}}{dt} = A_{2 \rightarrow 1}$ est donc la

probabilité de désexcitation par unité de temps.

Dans un bilan de population pour l'un des niveaux d'énergie, ce terme apparaîtra avec un signe + pour N_1 (puisque ce processus augmente la population du niveau 1), et avec un - pour N_2 .

- Durée de vie du niveau excité

Si ce phénomène est le seul à se produire, le bilan pour N_2 est : $N_2(t+dt) - N_2(t) = -\delta N_{\text{spont}} = -A_{2 \rightarrow 1} N_2 dt$

soit $\frac{dN_2}{dt} + A_{2 \rightarrow 1} N_2 = 0$. Solution : $N_2(t) = N_2(0) \exp(-A_{2 \rightarrow 1} t)$.

Le temps caractéristique de durée de vie du niveau E_2 est donc $\tau = 1/A_{2 \rightarrow 1}$.

Ⓜ Nous avons vu la relation spatiale d'indétermination de Heisenberg, il existe aussi une relation temporelle : $\Delta E \times \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ (l'égalité correspondant au cas optimal). Ici l'incertitude sur le niveau d'énergie E_2 est ainsi liée à sa durée

de vie : en ordres de grandeur, $\Delta E_2 \times \tau \sim h$ d'où une largeur spectrale (incertitude sur la fréquence) $\Delta f \sim 1/\tau = A_{2 \rightarrow 1}$.

Ⓨ Transition $5s \rightarrow 3p$ du néon : $\lambda_0 = 633,0 \text{ nm}$, $f = 4,736 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$, $A_{2 \rightarrow 1} = 800 \text{ s}^{-1}$, $\Delta f \sim 800 \text{ Hz}$ soit $\frac{\Delta f}{f} \sim 2 \cdot 10^{-12}$.

• Coefficient d'absorption

Ce phénomène dépend de la population du niveau de départ (N_1), et aussi du flux énergétique reçu à la fréquence

$f = \frac{E_2 - E_1}{h}$. Si $u_{\text{ém}}$ est l'énergie volumique de l'onde incidente, on peut écrire sa décomposition spectrale :

$u_{\text{ém}} = \int_0^{+\infty} u_f(f) df$ où $u_f(f)$ est la densité spectrale d'énergie volumique relative à la fréquence (en $\text{J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{Hz}^{-1}$).

Avec ces notations, le nombre d'atomes réalisant une absorption à la fréquence f , pendant la durée dt , s'écrit :

$$\delta N_{\text{abs}} = B_{1 \rightarrow 2} u_f(f) N_1 dt. \quad \text{Unité SI de } B_{1 \rightarrow 2} : \text{J}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}, \text{ ou } \text{m} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

La probabilité d'absorption par unité de temps est donc $\frac{1}{N_1} \frac{\delta N_{\text{abs}}}{dt} = B_{1 \rightarrow 2} u_f(f)$.

• Coefficient d'émission stimulée

Ce phénomène dépend de N_2 et aussi de $u_f(f)$.

Le nombre d'atomes réalisant une émission stimulée pendant la durée dt s'écrit : $\delta N_{\text{stim}} = B_{2 \rightarrow 1} u_f(f) N_2 dt$.

La probabilité d'émission stimulée par unité de temps est donc $\frac{1}{N_2} \frac{\delta N_{\text{stim}}}{dt} = B_{2 \rightarrow 1} u_f(f)$.

• Bilan de population à l'équilibre thermodynamique

Einstein a démontré que l'introduction du mécanisme d'émission stimulée dans un bilan de population permet de retrouver la loi de Planck du rayonnement du corps noir.

La population totale d'atomes est constante : $N_1(t) + N_2(t) = N = \text{cte}$. L'évolution des deux populations est donnée par :

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{dN_1}{dt} = -\frac{\delta N_{\text{spont}}}{dt} - \frac{\delta N_{\text{stim}}}{dt} + \frac{\delta N_{\text{abs}}}{dt} = -[A_{2 \rightarrow 1} + B_{2 \rightarrow 1} u_f(f)] N_2 + B_{1 \rightarrow 2} u_f(f) N_1.$$

Supposons que le corps considéré soit un corps noir à l'équilibre thermique. Alors $N_1 = \text{cte}$ donc les deux membres du

bilan sont nuls : $[A_{2 \rightarrow 1} + B_{2 \rightarrow 1} u_f(f)] N_2 = B_{1 \rightarrow 2} u_f(f) N_1$ d'où $u_f(f) = \frac{A_{2 \rightarrow 1} N_2}{B_{1 \rightarrow 2} N_1 - B_{2 \rightarrow 1} N_2} = \frac{A_{2 \rightarrow 1}}{B_{2 \rightarrow 1}} \frac{1}{\frac{B_{1 \rightarrow 2}}{B_{2 \rightarrow 1}} \frac{N_1}{N_2} - 1}$.

Par ailleurs, dans un système à l'équilibre thermique à une température T , la population d'un niveau d'énergie E est proportionnelle au facteur de Boltzmann $\exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right)$ (voir cours de thermodynamique).

Donc $\frac{N_1}{N_2} = \exp\left(\frac{-E_1 + E_2}{k_B T}\right) = \exp\left(\frac{hf}{k_B T}\right)$. La formule précédente devient : $u_f(f) = \frac{A_{2 \rightarrow 1}}{B_{2 \rightarrow 1}} \frac{1}{\frac{B_{1 \rightarrow 2}}{B_{2 \rightarrow 1}} \exp\left(\frac{hf}{k_B T}\right) - 1}$.

Or cette formule a la même forme que la loi de Planck du rayonnement du corps noir : $u_f(f) = \frac{8\pi hf^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{hf}{k_B T}\right) - 1}$.

Par identification entre les deux, on obtient : $B_{2 \rightarrow 1} = B_{1 \rightarrow 2}$ (noté simplement B dans la suite), et $A_{2 \rightarrow 1} = B_{2 \rightarrow 1} \frac{8\pi hf^3}{c^3}$ (que l'on notera plus simplement A dans la suite).

c) Amplification d'ondes lumineuses

Considérons une OPPH électromagnétique (lumineuse) se propageant à la célérité c dans un milieu matériel. Dans la plupart des cas, la propagation de cette onde s'accompagne d'une *absorption* de l'énergie par le milieu (comme on l'a vu au chapitre On3). Dans le cas d'atomes ou molécules ayant deux niveaux d'énergie accessibles E_1 et E_2 , cette absorption est due notamment au mécanisme d'absorption de photons vu précédemment. Cependant il existe simultanément le mécanisme d'émission stimulée, qui au contraire *fournit* de l'énergie à l'onde en augmentant le nombre de photons identiques ; il y a donc compétition entre les deux effets.

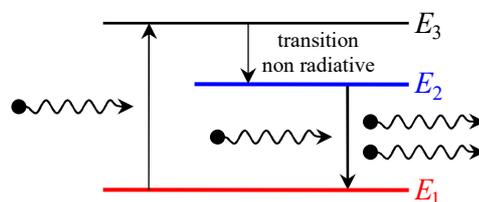
Un bilan énergétique conduit, en régime stationnaire, à l'équation différentielle suivante pour l'intensité du faisceau : $\frac{dI(z)}{dz} - \gamma(f)I(z) = 0$ où $\gamma(f) = \frac{Bu_f(f)}{cu_{em}} hf(n_2^* - n_1^*)$ [avec les notations précédentes], d'où $I(z) = I(0) \exp(+\gamma(f)z)$.

– Dans la situation ordinaire où le milieu est à l'équilibre thermodynamique, le niveau excité est moins peuplé que le niveau fondamental ($n_2^* < n_1^*$ d'où $\gamma(f) < 0$), donc l'absorption (par des atomes au niveau 1) prédomine sur l'émission stimulée (par des atomes au niveau 2) : il y a alors *atténuation* exponentielle de l'onde le long de sa direction de propagation, ce qui correspond à la loi de Beer–Lambert.

– Cependant, le milieu peut au contraire *amplifier* l'onde qui le traverse si le mécanisme d'émission stimulée est prédominant : il faut pour cela obtenir $n_2^* > n_1^*$, ce qu'on appelle une *inversion de population*. Le milieu doit donc être maintenu hors équilibre par un procédé appelé *pomppe* (on distingue notamment le pompage optique, imaginé en 1950 par le Français Alfred KASTLER, et le pompage électrique).

Ⓔ 1. Pompage optique dans le laser à rubis

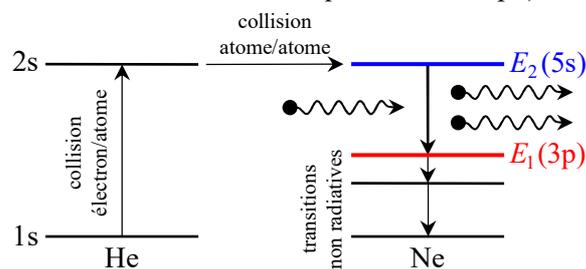
Le rubis, premier milieu actif utilisé pour un laser (en 1960), est un cristal d'alumine Al_2O_3 comportant de nombreux ions chrome Cr^{3+} : l'émission laser utilise deux niveaux de ces ions. Un rayonnement extérieur (flash puissant) excite d'abord massivement un niveau plus élevé E_3 , dépeuplant largement le niveau E_1 , puis E_3 se désexcite rapidement pour peupler le niveau E_2 .



2. Pompage électrique dans le laser hélium-néon

Le milieu est un mélange de deux gaz nobles (donc monoatomiques), le néon et l'hélium. La fréquence que l'on amplifie est celle de la transition $5s \rightarrow 3p$ du néon (deux états excités non peuplés dans l'état fondamental, qui est $1s^2 2s^2 2p^6$).

Le courant électrique permet à des atomes d'hélium, par collision avec des électrons, de se retrouver dans un état excité de longue vie, très proche de l'énergie de l'état $5s$ du néon ; les collisions de ces atomes avec des atomes de néon transfèrent alors l'énergie à ceux-ci, qui sont donc toujours nombreux au niveau $5s$. Le niveau $3p$, lui, se dépeuple rapidement par désexcitation spontanée vers les niveaux inférieurs, de sorte qu'il reste moins peuplé que le niveau supérieur $5s$.



Ⓔ La condition $n_2^* > n_1^*$ n'est pas tout à fait suffisante, car il y a des causes de pertes énergétiques autres que l'absorption atomique. Il faut donc que $n_2^* - n_1^*$ soit supérieur à un certain seuil pour que l'amplification ait bien lieu.

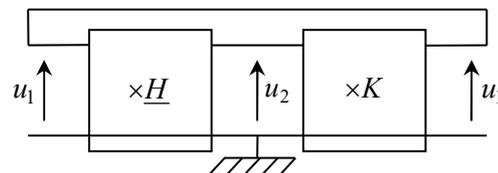
2. Obtention d'un oscillateur

a) Rappels : oscillateur quasi sinusoïdal (voir TP-cours Éc1)

• Schéma en blocs et réalisation

Un oscillateur électronique quasi-sinusoïdal est constitué de deux quadripôles bouclés : un amplificateur de gain K (réel) et un filtre passe-

bande de fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)}$.



Dans celui réalisé en TP, il s'agissait d'un amplificateur non inverseur (à ALI) et d'un filtre (ou « pont ») de Wien.

• Condition théorique de bouclage

En régime sinusoïdal, la condition pour que des tensions sinusoïdales puissent exister, appelée *condition d'oscillation de Barkhausen* ou *condition de bouclage*, est : $\underline{H} \times K = 1$.

Cela impose une valeur pour la pulsation et pour le gain K : \underline{H} doit être réelle, ce qui n'est vrai que pour $\omega = \omega_0$, et alors $\underline{H} = H_0$ d'où $K = 1/H_0$. (Avec le filtre de Wien : $H_0 = 1/3$ d'où $K = 3$.)

• Fonctionnement

En pratique, on observe l'apparition des oscillations pour K supérieur à $1/H_0$. Si K reste proche de $1/H_0$, les oscillations sont quasi sinusoïdales. Si K est nettement plus grand, on observe une saturation du signal. L'étude de l'équation différentielle montre que, pour $K > 1/H_0$, les oscillations sont d'amplitude croissante tant que l'ALI est en régime linéaire,

puis décroissante lorsque l'ALI est en régime saturé, c'est-à-dire *non linéaire*. Le signal observé, en régime permanent, résulte donc d'un équilibre entre l'amplification et la saturation (dans le bloc K).

Du point de vue énergétique, il résulte d'une compensation entre la puissance fournie par la source (alimentation de l'ALI) et la puissance dissipée par les résistances (dans les deux blocs).

- Généralisation : *oscillateurs auto-entretenus*

De nombreux systèmes, naturels ou technologiques, produisent de façon durable un signal oscillant : GBF, horloge mécanique ou électrique, cœur... Ils comportent toujours :

- un mécanisme d'*amplification* bouclé avec un mécanisme de *sélection de fréquence* ;
- une source statique d'énergie qui compense la dissipation périodique.

b) Oscillateur laser

- Principe

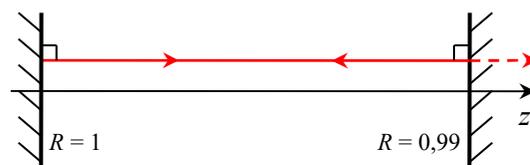
Le mot *laser* est l'acronyme de *light amplification by stimulated emission of radiation*. Ce mot a été forgé en 1957 par le physicien américain Gordon GOULD sur le modèle de *maser* (avec un *m* pour *microwave*), mot créé en 1955 par Charles TOWNES et son équipe pour décrire leur invention (voir chapitre On5). Arthur SCHAWLOW a fait remarquer que l'expression correcte serait plutôt *light oscillation by stimulated emission of radiation*, mais l'acronyme sonne moins bien...

L'idée de ces physiciens était de réaliser un oscillateur électromagnétique, où le mécanisme d'amplification serait l'émission stimulée ; pour cela, il faut effectuer une inversion de population, ce qui est difficile. De plus, l'émission spontanée est en concurrence avec l'émission stimulée : si elle domine, le système ne démarre pas ; or le rapport de leurs probabilités est proportionnel à f^3 (dernière relation de la page 2), ce phénomène gênant est donc beaucoup plus faible pour les micro-ondes que pour la lumière, c'est pourquoi le maser a précédé le laser. Charles TOWNES et Arthur SCHAWLOW, ainsi que Gordon GOULD indépendamment, ont théorisé à partir de 1957 l'adaptation de cette technique aux fréquences lumineuses, mais c'est Theodore MAIMAN qui réussit le premier à fabriquer un laser en 1960.

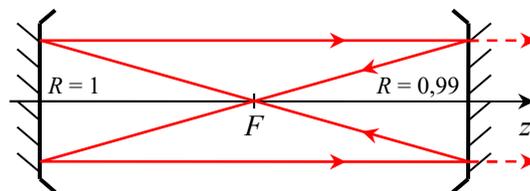
- Cavité optique

Pour réaliser un oscillateur, fournissant un signal auto-entretenu, en plus de l'amplification il fallait aussi réaliser un bouclage avec un mécanisme sélectif en fréquence : l'idée fut l'utilisation d'une *cavité optique*, ou *résonateur optique*.

– La cavité la plus simple est constituée de deux miroirs plans parallèles : un rayon parallèle à l'axe, donc orthogonal aux deux miroirs, se réfléchit indéfiniment sur lui-même. L'un des miroirs étant très légèrement transparent (coefficient de réflexion R entre 0,95 et 0,99), une petite partie du faisceau est transmise à l'extérieur et constitue le faisceau laser. Mais ce système est difficile à réaliser en pratique, car les miroirs doivent être parfaitement orthogonaux à l'axe.



– Les cavités couramment utilisées sont plutôt constituées de deux miroirs sphériques convergents (concaves) et confocaux, c'est-à-dire que leurs foyers sont confondus (pour un miroir sphérique il y a un seul foyer principal, qui est à la fois foyer objet et foyer image). On obtient également de cette manière un retour sur lui-même (après quatre réflexions) d'un rayon initialement parallèle à l'axe.



Dans les deux cas, le démarrage du système est dû aux photons émis aléatoirement par émission spontanée : ceux qui ont précisément la direction de l'axe (Oz) font un très grand nombre (plusieurs dizaines de milliers) d'allers-retours sur eux-mêmes, et peuvent être amplifiés à chaque passage par émission stimulée : ainsi se constitue un faisceau intense à l'intérieur de la cavité, dont une partie ressort par le miroir partiellement transparent.

Ⓔ 1. Laser à rubis de Theodore MAIMAN (1960)

Dans ce tout premier laser, le milieu actif est un barreau de rubis artificiel (en rose au centre), enfermé entre un miroir plan totalement réfléchissant (à droite) et un miroir plan partiellement transparent (à gauche). Le faisceau transmis par celui-ci sort par l'extrémité gauche de l'appareil. Autour du rubis, le dispositif hélicoïdal est un tube à décharge, produisant un flash lumineux très intense pour réaliser le pompage optique (voir page 3). Le flash étant de courte durée, ce laser fonctionnait par impulsions, et non de façon continue.

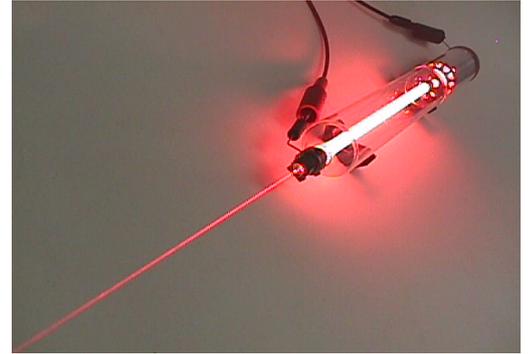
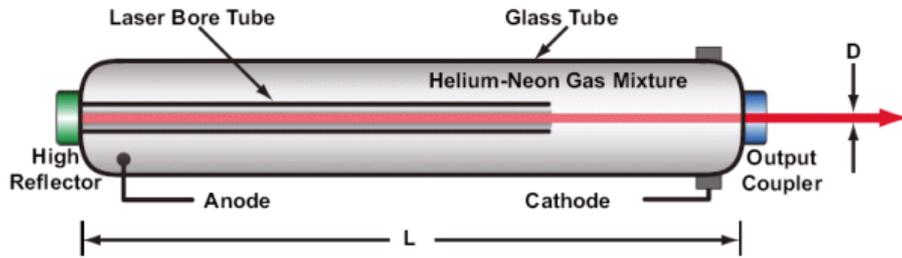
La longueur d'onde dans l'air de ce laser est 694,3 nm (rouge profond).



2. Laser hélium-néon usuel

La cavité est constituée du tube fin au centre (*laser bore tube*), entouré d'un réservoir de gaz. À l'extrémité gauche se trouve le miroir (presque) parfaitement réfléchissant (*high reflector*), à droite le miroir partiellement transparent (*output coupler*). L'anode et la cathode produisent la décharge électrique dans le gaz, permettant l'inversion de population.

Sur la photographie, on voit l'ensemble du réservoir de gaz qui s'illumine sous l'effet de la décharge (avec de l'émission spontanée dans toutes les directions), et le fin faisceau laser sortant de la cavité.



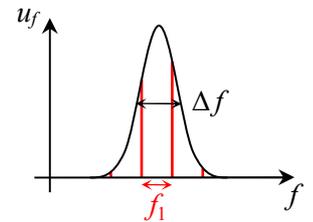
• Modes propres de la cavité

D'un point de vue ondulatoire, la superposition d'ondes progressives allant en sens contraires donne naissance à une *onde stationnaire* dans la cavité le long de l'axe (Oz), dont une petite partie est transmise à l'extérieur. C'est donc un fonctionnement similaire à celui d'un instrument à vent (voir exercice 4 du chapitre On2).

Pour que l'onde revienne en phase après chaque aller-retour, la longueur d'onde doit être liée à la longueur L de la cavité par $L = m \frac{\lambda}{2}$ (m entier), ce qui correspond à des fréquences $f_m = m \frac{c}{2L}$. L'écart entre deux modes propres est $f_1 = \frac{c}{2L}$.

Parmi toutes ces fréquences, une seule, ou un très petit nombre, se trouve dans la largeur de la raie spectrale correspondant à la transition $E_2 \rightarrow E_1$.

Ⓔ Pour une cavité de 15 cm d'un laser hélium-néon, $f_1 = 1,0$ GHz. La largeur spectrale de la raie d'émission à $f = 4,736 \cdot 10^{14}$ Hz, de longueur d'onde 633,0 nm dans le vide (soit 632,8 nm dans l'air) étant environ $\Delta f = 1,5$ GHz à mi-hauteur, la cavité sélectionne principalement deux modes.



3. Faisceau laser

a) Faisceau de profil gaussien

• Aspect qualitatif

Un faisceau laser est limité latéralement : il ne peut donc pas être décrit par une onde plane, ni par une onde sphérique. De plus, sa description mathématique doit faire apparaître la divergence angulaire due à la diffraction : à grande distance, on doit trouver un demi-angle $\theta \approx \frac{\lambda}{d}$, où d est le diamètre de sortie du faisceau et λ la longueur d'onde.

• Expression du profil gaussien

La forme d'onde suivante est une solution progressive de l'équation de D'Alembert qui respecte ces contraintes. Elle décrit, en coordonnées cylindriques, un faisceau invariant par rotation autour de l'axe (Oz) :

$$\underline{E}(r, z, t) = \underline{E}_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left(-\frac{r^2}{w(z)^2}\right) \exp\left[i\left(\omega t - kz - k \frac{r^2}{2R(z)} + \varphi\right)\right]$$

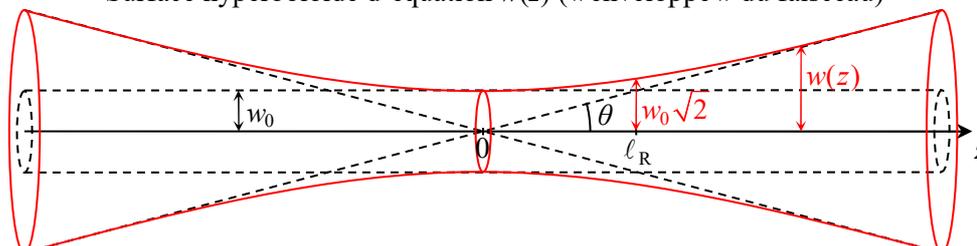
avec $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{\ell_R^2}}$, $R(z) = z + \frac{\ell_R^2}{z}$ et $\ell_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$.

$w(z)$ donne une valeur conventionnelle du rayon local du faisceau (voir calcul plus précis à l'exercice 3).

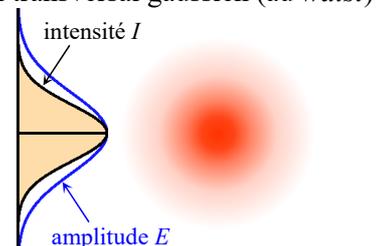
w_0 est le rayon minimal (en $z = 0$), appelé *waist* en anglais (parfois *col* en français). ℓ_R est la *longueur de Rayleigh*.

• Allure du faisceau

Surface hyperboloïde d'équation $w(z)$ (« enveloppe » du faisceau)



Profil transversal gaussien (au *waist*)



Le faisceau d'un laser est décrit par la partie $z > 0$, le disque de rayon w_0 correspondant à l'ouverture de la cavité (le rayon a de celle-ci est en fait un peu plus grand que w_0).

– À grande distance ($z^2 \gg \ell_R^2$), $w(z) \approx w_0 \frac{z}{\ell_R}$, ce qui correspond à une asymptote passant par l'origine, donc par

révolution autour de l'axe, à un *faisceau conique* de demi-angle θ tel que $\theta \approx \tan \theta = \frac{w_0}{\ell_R} = \frac{\lambda}{\pi w_0}$.

Le diamètre d de l'ouverture étant légèrement plus grand que $2w_0$, donc proche de πw_0 , on a bien trouvé $\theta \approx \frac{\lambda}{d}$.

Dans cette zone divergente du faisceau, les surfaces d'onde sont approximativement sphériques.

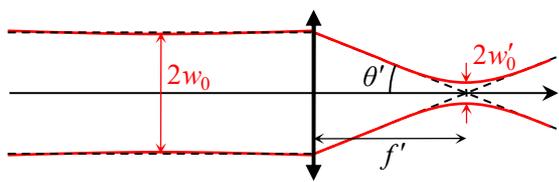
– À courte distance ($z^2 \ll \ell_R^2$), $w(z) \approx w_0 = \text{cte}$, ce qui correspond à un *faisceau cylindrique*, de surfaces d'onde planes.

ⓔ Pour un laser hélium-néon usuel : $\lambda = 632,8 \text{ nm}$, $w_0 = 1 \text{ mm}$, $\ell_R = 5 \text{ m}$, donc le faisceau peut être considéré comme cylindrique (parallèle) sur quelques dizaines de centimètres, mais conique à partir de quelques dizaines de mètres.

b) Transformation par une lentille

D'une façon générale, une lentille mince transforme un faisceau gaussien en un autre faisceau gaussien.

• Focalisation



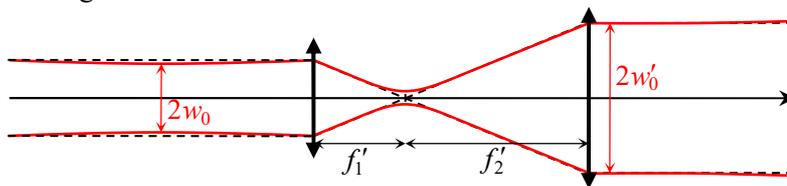
On cherche à obtenir la tache lumineuse la plus petite possible pour concentrer la puissance. Pour cela, on place une lentille convergente sur le faisceau, dans sa partie cylindrique. Le waist obtenu est dans le plan focal. La géométrie donne $\tan \theta' = \frac{w_0}{f'}$, or $\tan \theta' = \frac{\lambda}{\pi w'_0}$ donc $w'_0 = \frac{\lambda f'}{\pi w_0}$.

Dans les conditions de Gauss, $\pi w_0 < f'$ donc $w'_0 > \lambda$: la tache minimale a un rayon de l'ordre de la longueur d'onde.

Puissance surfacique incidente usuelle : $w_0 \approx 1 \text{ mm}$ pour une puissance $\mathcal{P} \approx 1 \text{ mW}$ d'où $I \approx 10^3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

Puissance surfacique maximale au foyer : $w'_0 \approx 1 \mu\text{m}$ pour une même puissance $\mathcal{P} \approx 1 \text{ mW}$, d'où $I \approx 10^9 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

• Élargissement de faisceau



$w'_0 = w_0 \frac{f'_2}{f'_1}$, d'où $\theta' \approx \theta \frac{f'_1}{f'_2}$. L'élargissement du faisceau permet de réduire sa divergence angulaire. Ceci est très important si le faisceau doit parcourir une longue distance : c'est le cas par exemple dans la télémétrie laser-Lune (voir exercice 3).