

Exercices de révisions de physique des ondes

Propagation non dispersive et interface

1. Deux cordes reliées

Deux longues cordes de masses linéiques μ_1 (en $x < 0$) et μ_2 (en $x > 0$) sont attachées ensemble au point O et tendues avec une tension constante T selon l'axe (Ox) . Les déplacements transversaux, selon l'axe (Oy) , sont petits, et on néglige la pesanteur ainsi que la raideur des cordes.

a) Établir l'équation de propagation vérifiée par l'onde de déplacement $y(x,t)$ sur chaque corde, et préciser l'expression de sa célérité.

b) En déduire la relation de dispersion d'une OPPH.

On considère une onde incidente donnée par le déplacement transversal $y_i(x,t)$ venant de $x < 0$. En notation complexe, $y_i(x,t) = \text{Re} \left[\underline{y}_i(x,t) \right]$ avec $\underline{y}_i(x,t) = a_i \exp \left[j(\omega t - k_1 x) \right]$.

c) Préciser les formes complexes des ondes réfléchiée et transmise, notées $\underline{y}_r(x,t)$ et $\underline{y}_t(x,t)$.

d) En examinant les conditions aux limites en O , déterminer les amplitudes a_r et a_t de ces deux ondes en fonction de a_i , k_1 et k_2 .

e) Montrer que la puissance transportée par l'onde incidente s'écrit : $\mathcal{P}_i(x,t) = \frac{T a_i^2 \omega^2}{c_1} \sin^2(\omega t - k_1 x)$. Exprimer de même

les puissances transportées par les deux autres ondes.

f) Déterminer les coefficients de réflexion $R = \frac{\mathcal{P}_r}{\mathcal{P}_i}$ et $T = \frac{\mathcal{P}_t}{\mathcal{P}_i}$

en fonction de μ_1 et μ_2 . Étudier les cas $\mu_1 \ll \mu_2$, $\mu_1 \gg \mu_2$ et $\mu_1 \approx \mu_2$.

Dispersion, absorption et interface

2. Onde acoustique amortie par viscosité

On souhaite étudier l'influence de la viscosité sur la propagation d'une onde acoustique dans un fluide. Pour cela, dans l'équation de Navier–Stokes on garde la force volumique de viscosité de cisaillement $\overline{f}_{v,1} = \eta \Delta \vec{v}$ (avec η la viscosité dynamique) et on y ajoute une force volumique de viscosité de compression, car le fluide est nécessairement compressible :

$$\overline{f}_{v,2} = \left(\zeta + \frac{\eta}{3} \right) \text{grad}(\text{div} \vec{v}), \text{ où } \zeta \text{ est la seconde viscosité.}$$

On se place dans le cadre de l'approximation acoustique, et les deux autres équations permettant d'établir l'équation d'onde restent inchangées.

a) Pour une onde plane (longitudinale) se propageant selon l'axe (Ox) , établir l'équation aux dérivées partielles satisfaite par la surpression $p(x,t)$.

b) On cherche des solutions en OPPH généralisée (en notation complexe) : $\underline{p}(x,t) = \underline{A} \exp j(\omega t - kx)$.

Établir la relation de dispersion, et en déduire que k est nécessairement complexe.

c) On pose $k = k' - jk''$. Déterminer les expressions littérales de k' et k'' , en faisant les approximations nécessaires, pour l'air à 20 °C. Données :

$$c = 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}, \rho_0 = 1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}, \eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}, \zeta = 0,6 \eta.$$

d) Donner la forme de l'onde, en complexes puis en réels. Y a-t-il effectivement une dispersion ?

e) Exprimer la distance caractéristique d'absorption δ et calculer sa valeur pour des sons graves ($f = 100 \text{ Hz}$) ou pour des sons aigus ($f = 10 \text{ kHz}$). Commenter.

3. Étude de la réflexion totale

On considère deux milieux transparents 1 et 2, d'indices n_1 et n_2 , séparés par un dioptre plan confondu avec le plan $x = 0$.

a) Rappeler les lois de Snell–Descartes pour la réflexion et la transmission d'une onde lumineuse sur un dioptre, en précisant sur un schéma les notations utilisées.

b) Expliquer en quoi consiste le phénomène de réflexion totale, et retrouver l'angle limite $i_{1,\text{lim}}$ d'apparition de ce phénomène.

On se propose d'étudier plus en détails les champs électriques et magnétiques correspondant à une onde lumineuse d'angle d'incidence supérieure à $i_{1,\text{lim}}$.

Le champ électrique de l'onde incidente est :

$$\vec{E}_i = E_{i,0} \vec{e}_z \exp j(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})$$

$$\text{où } \vec{r} = \overline{OM} \text{ et } \vec{k}_i = \frac{n_1 \omega}{c} (\cos i_1 \vec{e}_x + \sin i_1 \vec{e}_y).$$

On rappelle que les conditions de passage à l'interface sont la continuité du champ électrique et la continuité du champ magnétique.

c) Montrer que pour satisfaire à ces conditions aux limites, on doit nécessairement envisager l'existence d'une onde transmise (champ \vec{E}_t) en plus de l'onde réfléchiée (\vec{E}_r).

d) On suppose que cette onde transmise a un vecteur d'onde complexe de la forme $\vec{k}_t = \pm ja \vec{e}_x + b \vec{e}_y$, où a et b sont réels positifs. Quelle est alors la forme réelle de l'onde transmise ? Comment appelle-t-on ce type d'onde ?

e) Déterminer les coefficients a et b .

f) Application numérique

On suppose que l'interface sépare du verre ($n_1 = 1,53$) et de l'air ($n_2 = 1,00$). La longueur d'onde de la lumière est $\lambda = 632 \text{ nm}$. Vérifier que l'angle d'incidence $i_1 = 60^\circ$ est effectivement supérieur à l'angle $i_{1,\text{lim}}$. Calculer la profondeur caractéristique de pénétration de l'onde transmise, et commenter.

4. Gare au téléphone portable !

Le niveau d'exposition du corps humain, et en particulier de la tête, au rayonnement électromagnétique issu d'un téléphone portable est évalué en calculant le DAS (débit d'absorption spécifique), qui est la puissance maximale reçue par unité de masse (et s'exprime donc en $\text{W}\cdot\text{kg}^{-1}$). Pour la tête, la valeur maximale autorisée par la norme actuelle NF EN 50360 est de $2 \text{ W}\cdot\text{kg}^{-1}$ pour un téléphone collé à l'oreille. On se propose de d'examiner comment cette grandeur peut être calculée.

a) Énoncer les équations de Maxwell. Dans l'équation de Maxwell–Ampère, comparer les ordres de grandeur des deux termes du second membre pour une onde électromagnétique de fréquence 1800 MHz (l'une de celles utilisées en téléphonie 4G) se propageant dans le cerveau, considéré comme un milieu ohmique de conductivité $\gamma = 0,78 \text{ S}\cdot\text{m}^{-1}$ et de permittivité absolue $\varepsilon = 6,2 \cdot 10^{-10} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$ (que l'on met simplement à la place de ε_0 dans l'équation).

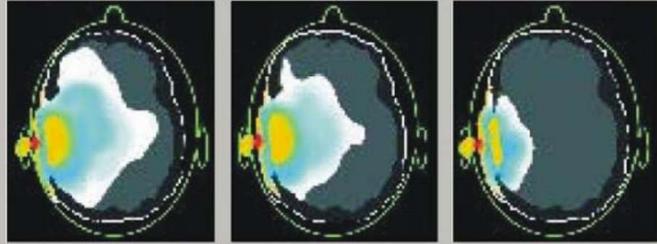
b) Établir l'équation d'onde vérifiée par le champ électrique dans le cerveau. En déduire la relation de dispersion pour une onde plane progressive monochromatique.

c) Déterminer la distance caractéristique δ d'amortissement de ces ondes dans le cerveau, et comparer aux indications du document ci-après.

(Voir page suivante)

Gandhi O.P., Lazzi G., Furse C.M. (1996 vol.44, p1884-1897) : Absorption des rayonnements électromagnétiques dans la tête et le cou humain pour les téléphones mobiles de 835MHz /1900MHz

Degré de pénétration des Radiations du Portable dans le Cerveau



Enfant de 5 ans	Enfant de 10 ans	Adulte
Taux d'absorption: 4,49W/kg	Taux d'absorption: 3,21W/kg	Taux d'absorption: 2,93W/kg

Pour un taux d'absorption de 2,93 W/kg de puissance absorbée par un adulte, cette même puissance produira un Taux d'absorption de 3,21 W/kg pour un enfant de 10 ans et un Taux d'absorption de 4,49 W/kg pour un enfant de 5ans.

d) Évaluer le DAS d'un cerveau adulte pour un téléphone portable émettant, dans les pires conditions de réception, un champ électrique d'amplitude maximale $E_0 = 70 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ (au niveau de l'antenne). Respecte-t-il la réglementation ?

Donnée

Perméabilité du vide : $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$