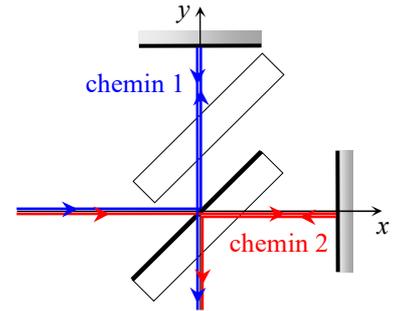


**Corrigé du devoir test de physique n° 5**

▣ **Exercice A** (Mines-Ponts PC 2022)

**22.** En l'absence de compensatrice, l'un des rayons traverserait trois fois la même épaisseur de verre (dans la séparatrice), et l'autre rayon seulement une fois, ce qui créerait une différence de marche dépendant de l'angle d'incidence et de la longueur d'onde (car le verre est dispersif). Le rôle de la compensatrice est donc d'ajouter une double traversée de verre identique sur le rayon qui n'en avait qu'une, afin de supprimer cette différence de marche parasite. Ici la compensatrice est placée devant le miroir  $M_f$ , ce qui veut dire que c'est le chemin 1 (ci-contre) qui comporte à l'origine une seule traversée de verre, c'est donc la face supérieure (1) qui est réfléchissante.



**23.** Dans le cas d'une source de lumière étendue, les interférences sont localisées à l'infini. En pratique, on les observe sur un écran placé dans le plan focal d'une lentille convergente. Les franges sont dites d'égale inclinaison, ce sont des cercles concentriques (anneaux de Haidinger).

**24.** Sur l'axe  $(Oy)$ , c'est-à-dire avec un angle d'incidence nul sur les miroirs, la différence de marche est nulle au contact optique, par définition, et elle vaut simplement  $\delta(t) = 2n_a x(t) = 2n_a vt$  lorsque le miroir se déplace. Si on assimile l'air au vide, on prend  $n_a = 1$ , d'où  $\delta(t) = 2vt$ . L'intensité sur le détecteur est donnée par la formule de Fresnel :  $I(t) = 2I_0 [1 + \cos \varphi(t)]$ , avec le déphasage

$$\varphi(t) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(t) = \frac{4\pi vt}{\lambda_0} \text{ soit } I(t) = 2I_0 \left[ 1 + \cos \frac{4\pi vt}{\lambda_0} \right]$$

**25.** Deux raies spectrales constituent des ondes lumineuses incohérentes, puisqu'elles n'ont pas la même fréquence, donc leurs intensités s'ajoutent :  $I(t) = 2I_1 \left[ 1 + \cos \frac{4\pi vt}{\lambda_1} \right] + 2I_2 \left[ 1 + \cos \frac{4\pi vt}{\lambda_2} \right] = 2(I_1 + I_2) + 2I_1 \cos \frac{4\pi vt}{\lambda_1} + 2I_2 \cos \frac{4\pi vt}{\lambda_2}$ . En utilisant la formule de

l'énoncé, on peut écrire :  $I(t) = 2(I_1 + I_2) + a(t) \cos \left( \frac{2\pi vt}{\lambda_1} + \frac{2\pi vt}{\lambda_2} + \varphi \right)$  avec  $a(t) = 2(I_1 + I_2) \sqrt{1 - \frac{4I_1 I_2}{(I_1 + I_2)^2} \sin^2 \left( \frac{2\pi vt}{\lambda_1} - \frac{2\pi vt}{\lambda_2} \right)}$ . Or

$$\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_0 + \Delta\lambda} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0(\lambda_0 + \Delta\lambda)} \approx \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} \text{ puisque } \Delta\lambda \ll \lambda_0. \text{ Le facteur } a(t) \text{ varie donc avec une pulsation } \frac{2\pi v \Delta\lambda}{\lambda_0^2}, \text{ soit beaucoup}$$

plus lentement que le cosinus de pulsation  $\frac{2\pi v}{\lambda_1} + \frac{2\pi v}{\lambda_2} \approx \frac{4\pi v}{\lambda_0}$  : il constitue une enveloppe à l'intérieur de laquelle le cosinus oscille.

Or le contraste est  $C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$  avec ici, au voisinage de l'instant  $t$ ,  $I_{\max} = 2(I_1 + I_2) + a(t)$  et  $I_{\min} = 2(I_1 + I_2) - a(t)$ , d'où

$$C(t) = \frac{a(t)}{2(I_1 + I_2)}, \text{ soit } C(t) = \frac{1 - \frac{4I_1 I_2}{(I_1 + I_2)^2} \sin^2 \left( \frac{2\pi vt \Delta\lambda}{\lambda_0^2} \right)}{2(I_1 + I_2)}. \text{ Alors } C_{\max} = \sqrt{1 + \frac{4I_1 I_2}{(I_1 + I_2)^2}} \text{ et } C_{\min} = \sqrt{1 - \frac{4I_1 I_2}{(I_1 + I_2)^2}} = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}.$$

**26.**  $C_{\min} = \frac{1 - I_2/I_1}{1 + I_2/I_1}$  d'où  $\frac{I_2}{I_1} = \frac{1 - C_{\min}}{1 + C_{\min}}$ . AN  $\frac{I_2}{I_1} = 0,74$  (ou 74 %). Ce minimum est atteint la première fois que  $\sin^2 \left( \frac{2\pi vt \Delta\lambda}{\lambda_0^2} \right) = 1$ ,

$$\text{donc pour } \frac{2\pi vt \Delta\lambda}{\lambda_0^2} = \frac{2\pi \Delta x \Delta\lambda}{\lambda_0^2} = \frac{\pi}{2}, \text{ d'où } \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda_0}{4\Delta x}. \text{ AN } \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 1,9 \cdot 10^{-5}.$$

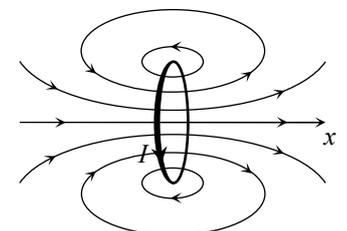
▣ **Exercice B** (CCINP TSI 2024 et compléments)

**Q6.** Un point  $M$  de l'axe  $(Ox)$  se trouve dans tous les plans contenant  $(Ox)$ , qui sont des plans d'antisymétrie pour le courant donc de symétrie pour le champ  $\vec{B}(M)$ , donc  $\vec{B}(M)$  est parallèle à tous ces plans, soit  $\vec{B}(M) = B_x(x) \vec{e}_x$ . Et d'après la règle usuelle d'orientation (règle du tire-bouchon ou des doigts de la main droite), ce champ est orienté vers la droite [ $B_x(x) > 0$ ].

**Q7.** Le plan de la spire est un plan de symétrie du courant donc d'antisymétrie du champ : pour un point  $P$  de ce plan,  $\vec{B}(P)$  est donc orthogonal à ce plan, soit  $\vec{B}(P) = B_x(r) \vec{e}_x$ .

**Q8.** Pour un point quelconque  $Q$  de l'espace, le plan  $(QOx)$  est un plan d'antisymétrie pour le courant donc de symétrie pour le champ  $\vec{B}(M)$ , donc  $\vec{B}(M)$  est parallèle à ce plan, soit  $\vec{B}(M) = B_r(M) \vec{e}_r + B_x(M) \vec{e}_x$  en coordonnées cylindriques d'axe  $(Ox)$ , ou bien  $\vec{B}(M) = B_r(M) \vec{e}_r + B_\theta(M) \vec{e}_\theta$  en coordonnées sphériques. De plus la distribution est invariante par rotation autour de  $(Ox)$ , donc les composantes sont indépendantes de l'angle de rotation ( $\theta$  en cylindriques ou  $\varphi$  en sphériques) autour de cet axe. On obtient donc  $\vec{B}(M) = B_r(r, x) \vec{e}_r + B_x(r, x) \vec{e}_x$  (cylindriques) ou  $\vec{B}(M) = B_r(r, \theta) \vec{e}_r + B_\theta(r, \theta) \vec{e}_\theta$  (sphériques).

**Q9.** D'après la question **Q6**, l'axe  $(Ox)$  constitue une ligne de champ. D'après la question **Q8**, les lignes de champ sont dans des plans contenant l'axe, comme le plan de figure. Et d'après la question **Q7**, elles coupent le plan de la spire à angle droit. En utilisant toujours la règle d'orientation, on obtient l'allure ci-contre.



**Q10.** Théorème d'Ampère :  $\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{OM} = \mu_0 I_{\text{enlacée}}$  pour tout contour fermé  $\Gamma$ .

Ici ce théorème est inutilisable pour calculer le champ magnétostatique, car on ne peut trouver aucun contour fermé permettant de calculer simplement la circulation, et de plus on ne peut pas trouver deux composantes avec une seule équation.

□ **Problème** (CCINP PSI 2015)

13) Un point  $M$  de l'espace appartient à une infinité de plans de symétrie de cette distribution, qui sont tous les plans contenant (OM) ; par conséquent, le champ électrique est parallèle à tous ces plans, soit  $\vec{E}(M) = E(M)\vec{e}_r$ . De plus il y a invariance par rotation autour de tout axe passant par O, donc  $E(M)$  est indépendant des angles  $\theta$  et de  $\varphi$  :  $\vec{E}(M) = E(r)\vec{e}_r$ .

14)a) On applique le théorème de Gauss à une sphère de centre  $O$  et de rayon  $r$  :  $\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$ . Calcul du flux :

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oiint_S E(r)\vec{e}_r \cdot d\vec{s}\vec{e}_r = E(r)\oiint_S d\vec{s} = E(r)4\pi r^2. \text{ Pour la charge intérieure on doit distinguer trois cas. Pour } R_1 < r < R_2$$

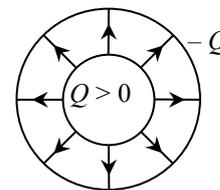
$$(M \text{ entre les deux armatures}) : Q_{\text{int}} = Q \text{ donc } \vec{E}(M_{R_1 < r < R_2}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r.$$

$$\text{Pour } r < R_1 : Q_{\text{int}} = 0 \text{ donc } \vec{E}(M_{r < R_1}) = \vec{0}. \text{ Et pour } r > R_2 : Q_{\text{int}} = Q - Q = 0 \text{ donc } \vec{E}(M_{r > R_2}) = \vec{0}.$$

14)b) Circulation du champ entre deux points situés sur les deux armatures :  $\int_{R_1}^{R_2} \vec{E}(M) \cdot d\vec{OM} = V_1 - V_2$  soit

$$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r \cdot [dr\vec{e}_r + r d\theta\vec{e}_\theta + r \sin\theta d\varphi\vec{e}_\varphi] = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} d\left(-\frac{1}{r}\right) \Leftrightarrow V_1 - V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

$$14)c) \text{ Par définition de } C : Q = C(V_1 - V_2) \text{ donc } C = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)^{-1} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_2 R_1}{R_2 - R_1}.$$



15) D'après la loi d'Ohm locale :  $\vec{j} = \gamma\vec{E}$  donc les lignes de courant sont colinéaires au champ  $\vec{E}$  et de même sens, c'est-à-dire radiales et orientées vers l'extérieur pour  $Q > 0$ . Elles vont donc de l'armature positive à l'armature négative.

16) Avec les valeurs  $R_1 = 6370 \text{ km}$  et  $R_2 = 6450 \text{ km}$  on trouve  $C = 57 \text{ mF}$ .

17)  $\epsilon = \frac{1}{2}CU^2$  avec  $U \approx E \cdot (R_2 - R_1) \approx 110 \times 80000 = 8,8 \text{ MV}$  soit  $\epsilon \approx 2 \cdot 10^{12} \text{ J}$ .

18) Son sens s'inverse en fonction de la météo : par beau temps l'armature négative est le sol, donc le champ est descendant (fig. 1) ; par temps d'orage, le sol est principalement chargé positivement donc le champ est ascendant (vecteur  $\vec{E}_{\text{ext}}$  sur la figure 3).

19)a) Le claquage interne au nuage provoque un éclair que l'on peut voir dans le nuage, mais il ne s'agit pas de foudre, qui est une décharge (avec éclair) entre la base du nuage et le sol.

19)b) La foudre peut descendre ou monter, selon le signe des charges qui la provoquent (charges négatives à la base du nuage ou zone de charges positives).

20) Juste avant la foudre, la tension est  $U \approx E_{\text{ext}} \cdot H_{\text{inf}} \approx 20000 \times 2000$  soit  $U \approx 40 \text{ MV}$ .

21) L'énergie véhiculée (travail électrique) est  $W_{\text{élec}} = UI\Delta t$ . AN  $W_{\text{élec}} = 2 \cdot 10^{10} \text{ J} = 20 \text{ GJ}$ . Cette énergie serait très difficile à récupérer car elle est fournie de façon aléatoire et sur des durées très courtes. Ce n'est pas intéressant car la quantité n'est pas si grande : une centrale électrique usuelle de 1 GW produit la même quantité d'énergie en 20 secondes seulement.

27)a) Unité SI de  $j$  : l'ampère par mètre carré ( $\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$ ).

27)b) L'intensité est le flux de  $\vec{j}$  à travers une demi-sphère :  $I = \iint_S j(r)\vec{e}_r \cdot \vec{e}_r d\vec{s} = j(r)\iint_S d\vec{s} = j(r)2\pi r^2$  d'où  $j(r) = \frac{I}{2\pi r^2}$ .

28)a) D'après la loi d'Ohm locale :  $\vec{j} = \gamma_{\text{sol}}\vec{E}$  donc  $\vec{E}(M) = E(r)\vec{e}_r$  avec  $E(r) = \frac{I}{\gamma_{\text{sol}} 2\pi r^2}$ .

28)b)  $\vec{E}(M) = -\vec{\text{grad}}V(M) = -\frac{dV}{dr}\vec{e}_r$  donc  $V(r) = \frac{I}{\gamma_{\text{sol}} 2\pi r} + A$ . Avec l'origine  $V(\infty) = 0 = A$  on obtient  $V(r) = \frac{I}{\gamma_{\text{sol}} 2\pi r}$ .

29)a) La différence de potentiel  $U$  entre les deux pieds est maximale si la personne est de profil par rapport à la prise de terre, avec ses pieds à des distances  $D$  et  $D+a$  du point  $O$ . Alors  $U_{\text{max}} = V(D) - V(D+a) = \frac{I}{\gamma_{\text{sol}} 2\pi D} - \frac{I}{\gamma_{\text{sol}} 2\pi(D+a)} = \frac{aI}{\gamma_{\text{sol}} 2\pi D(D+a)}$ . Or

$$U_{\text{max}} = R_h I_{\text{max}}, \text{ d'où la relation : } R_h I_{\text{max}} = \frac{aI}{\gamma_{\text{sol}} 2\pi D(D+a)}.$$

29)b) Pour  $D \gg a$  :  $R_h I_{\text{max}} = \frac{aI}{\gamma_{\text{sol}} 2\pi D^2}$  d'où  $D = \sqrt{\frac{aI}{R_h \gamma_{\text{sol}} 2\pi I_{\text{max}}}}$ . 29)c) AN  $D = 110 \text{ m}$ .

29)d) Entre de petits animaux comme les lapins ( $a \sim 20 \text{ cm}$ ) et de grands animaux comme les vaches ( $a \sim 2 \text{ m}$ ), la distance  $a$  augmente d'un facteur 10 donc la tension entre les pattes également (pour  $D \gg a$ ). En revanche la résistance reste du même ordre de grandeur (augmentation de la longueur mais aussi de la section), et l'intensité maximale supportable est probablement un peu plus grande pour les grands animaux, mais pas d'un facteur 10. Le risque est donc plus grand pour les grands animaux.

30)a) L'expression d'une résistance unidimensionnelle est  $R = \frac{L}{\gamma S}$  où  $S$  est la section traversée par le courant et  $L$  la longueur du

conducteur. Ici le courant radial traverse la section  $2\pi r^2$  d'une demi-sphère sur une longueur  $dr$ , d'où  $dR_c = \frac{dr}{\gamma 2\pi r^2}$ .

**30)b)** On intègre de  $R_{\text{int}}$  à  $R_{\text{ext}}$  :  $R_c = \frac{1}{\gamma 2\pi} \left( \frac{1}{R_{\text{int}}} - \frac{1}{R_{\text{ext}}} \right)$ .

**31)a)** On a ici deux coques hémisphériques, celle de métal (de  $R_a$  à  $R_b$ ) et celle constituée par le sol (de  $R_b$  à l'infini). Elles sont traversées successivement par le même courant d'intensité  $I$ , donc elles sont en série : leurs résistances s'ajoutent, d'où

$$R_{\text{glob}} = \frac{1}{\gamma_{\text{mét}} 2\pi} \left( \frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_b} \right) + \frac{1}{\gamma_{\text{sol}} 2\pi} \frac{1}{R_b}.$$

**31)b)** AN  $R_{\text{glob}} \approx R_{\text{sol}} = 45 \Omega$ . La résistance du métal (premier terme) est négligeable, surtout si on prend la bonne valeur de conductivité, qui est plutôt  $\gamma_{\text{mét}} = 6,0 \cdot 10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$  et non  $\gamma_{\text{mét}} = 6,0 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$  !

**31)c)** On a trouvé  $R_{\text{glob}} > 25 \Omega$  donc la législation n'est pas respectée. Pour diminuer  $R_{\text{glob}}$ , il faut agir sur le terme prépondérant, c'est-à-dire la résistance du sol : on doit augmenter (d'un facteur 2 environ) le rayon extérieur de la coque métallique.

---