

## Programme des colles de la semaine du 18 septembre 2023

### Quelques types de raisonnement. Généralités sur les fonctions réelles d'une variable réelle (début du chapitre)

#### Quelques types de raisonnement

1. Exemples de démonstrations « à la main » d'assertions en « pour tout » ou « il existe ».
2. Implication, condition nécessaire, condition suffisante. Réciproque. Équivalence. Exemples simples de raisonnements par équivalences.
3. Raisonnement par disjonction de cas.
4. Raisonnement par l'absurde.
5. Raisonnement par analyse-synthèse.
6. Raisonnement par récurrence

(a) Formules donnant, pour  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\sum_{k=0}^n k$  et  $\sum_{k=0}^n q^k$  (où  $q \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ ).

(b) Notion de récurrence double, forte, et remarque qu'un choix avisé d'hypothèse de récurrence permet de se ramener à une récurrence simple.

#### Généralités sur les fonctions réelles d'une variable réelle (début du chapitre)

1. Ensemble de définition d'une fonction.
2. Opérations sur les fonctions : somme, multiplication par une constante, produit ; composition.
3. Graphe d'une fonction.
4. Si  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , lien entre le graphe de  $f$  et celui de  $x \mapsto f(x+a)$  et celui de  $x \mapsto f(x)+a$ , où  $a \in \mathbb{R}$ . Même chose avec  $x \mapsto f(ax)$  et  $x \mapsto af(x)$ , où  $a \in \mathbb{R}_+^*$  ou encore  $a = -1$ .
5. Fonctions paires, fonctions impaires. Exercice : toute fonction se décompose de façon unique comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.
6. Fonction périodique. Exercice : si  $f$  est  $T$ -périodique (où  $T \in \mathbb{R}_+^*$ ), alors, pour tout  $k \in \mathbb{N}^*$ ,  $f$  est  $(kT)$ -périodique.
7. Monotonie et stricte monotonie. Composition de fonctions monotones.