

## Programme des colles de la semaine du 13 novembre 2023

### Trigonométrie. Nombres complexes.

#### Trigonométrie

1. Cercle trigonométrique. Angles en radians.
2. Définition géométrique de cosinus et sinus. Propriétés usuelles :
  - Relation  $\cos^2 + \sin^2 = 1$
  - Parité, périodicité, relations liées au décalage de  $\pi$  ou  $\frac{\pi}{2}$  de l'angle
  - Angles ayant même cosinus ; même sinus
  - Valeurs classiques
  - Formules d'addition ; formules de duplication.
3. Exemples simples de résolutions d'équations ou d'inéquations trigonométriques en s'appuyant sur la lecture du cercle trigonométrique.
4. Tangente d'un angle. Propriétés usuelles du même type que celles énoncées ci-dessus.
5. Fonctions cosinus et sinus sur  $\mathbb{R}$  : graphes, dérivées.
6. Relation :  $\forall x \in \mathbb{R}, |\sin(x)| \leq |x|$ .
7. Fonction tangente : ensemble de définition, périodicité, parité, classe  $C^\infty$ , dérivée, graphe.
8. Fonctions circulaires réciproques
  - Fonction Arcsin : définition, sens de variation, parité, caractère  $C^\infty$ , dérivée, graphe.
  - Fonction Arccos : définition, sens de variation, caractère  $C^\infty$ , dérivée, graphe.
  - Fonction Arctan : définition, sens de variation, limites, parité, caractère  $C^\infty$ , dérivée, graphe.

#### Trigonométrie hyperbolique

1. Définitions des fonctions sinus hyperbolique et cosinus hyperbolique.
2. Pour chacune : dérivée, sens de variation, limites, parité, graphe.
3. Relation  $\operatorname{ch}^2 - \operatorname{sh}^2 = 1$ .

#### Nombres complexes

1. Ecriture algébrique des nombres complexes.
2. Propriétés usuelles du module et de la conjugaison.
3. Inégalité triangulaire :  $\forall (z, z') \in \mathbb{C}^2, |z + z'| \leq |z| + |z'|$ , son cas d'égalité et sa conséquence  $||z| - |z'|| \leq |z - z'|$ .
4. Lieux géométriques de cercles, disques et médiatrices (*ex* :  $\{z \in \mathbb{C}, |z - z_0| = 1\}$  ou  $\{z \in \mathbb{C}, |z - z_A| = |z - z_B|\}$ ).
5. Notation exponentielle  $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$ . Notation  $\mathbb{U}$ .
6. Formules d'Euler et de Moivre, applications à la linéarisation (*ex* : linéariser  $\cos^2 \cdot \sin^3$ ) ou à l'expression de  $\sin(nt)$  en fonction de  $\sin(t)$  et de  $\cos(t)$ .
7. Technique de l'angle moitié, application aux calculs de sommes (*ex* : calcul de  $C_n = \sum_{k=0}^n \cos(kt)$  pour  $t \in \mathbb{R}$ ).
8. Ecriture trigonométrique des nombres complexes, notion d'argument principal.
9. Racines  $n$ -ièmes de l'unité.
  - notation  $\mathbb{U}_n$  et description de ses éléments. Cas  $n \in \{2, 3, 4\}$  détaillés. Notation  $j = e^{\frac{2i\pi}{3}}$ .
  - propriétés élémentaires (*ex* :  $\sum_{z \in \mathbb{U}_n} z = 0$ ).
  - résolution d'équations  $z^n = z_0$ .
10. Equations polynomiales de degré 2.
  - racines carrées complexes.
  - résolution de l'équation  $az^2 + bz + c = 0$  pour  $a, b, c \in \mathbb{C}$ .
  - relations coefficients-racines.

---

1. Résultat démontré en cours.