

- Indication pour l'exercice 1.**
1. Poser la division comme en CM2
  2. Bien regarder les degrés
  3. Trouver les racines de  $X^2 + 3X + 2$
  4. Chercher les racines évidentes de  $X^3 + 3X^2 - 4$  (attention il y a peut-être des racines doubles).
  5. Trouver les racines (complexes) de  $X^2 + 1$

**Indication pour l'exercice 2.** Si un polynôme est divisible par  $(X-1)^2$  qu'est-ce que cela veut dire en terme de racines et de multiplicité ?

- Indication pour l'exercice 3.**
1. Utilisez la factorisation de  $P^n - Q^n$ .
  2. Utilisez la factorisation de  $P^n - Q^n$ .
  3. Utilisez  $X^a - 1 = X^{bq+r} - 1 = X^{bq}X^r - 1 = (X^{bq} - 1)X^r + X^r - 1$ .
  4. Si  $X^b - 1 | X^a - 1$ , alors le reste est nul.

**Indication pour l'exercice 4.** Penser à la division euclidienne.

**Indication pour l'exercice 5.**

**Indication pour l'exercice 6.**

**Indication pour l'exercice 7.**

**Indication pour l'exercice 8.**

**Indication pour l'exercice 9.**

**Indication pour l'exercice 10.**

**Indication pour l'exercice 11.**

**Indication pour l'exercice 12.**

**Indication pour l'exercice 13.**

**Indication pour l'exercice 14.**

**Indication pour l'exercice 15.**

**Indication pour l'exercice 16.** En déduire un certain polynôme avec une infinité de racines

**Indication pour l'exercice 17.**

**Indication pour l'exercice 18.** Supposer qu'il y a une racine multiple qui est donc racine de  $P_n$  et  $P_n'$ .

**Indication pour l'exercice 19.**

**Indication pour l'exercice 20.**

**Indication pour l'exercice 21.**

**Indication pour l'exercice 22.**

- Indication pour l'exercice 23.**
1. Factoriser le polynôme  $X^2 + 3X + 2$
  2. Déterminer la décomposition en éléments simples dans  $\mathbb{C}$  puis regrouper les fractions de façon à obtenir des fractions à coefficients réels.

**Indication pour l'exercice 24.**

**Indication pour l'exercice 25.**

**Indication pour l'exercice 26.**

1. Rappeler la définition de arccos, son ensemble de définition, son image, où elle est continue, où elle est dérivable avec quelle dérivée, donner la relation  $\arccos(x) + \arcsin(x)$ , ainsi que quelques valeurs de arccos.

2. Utiliser  $\cos(a \pm b)$ .

3. Récurrence double pour l'existence. Pour l'unicité considérer deux tels polynômes et considérer la différence des deux.

4. Pour  $n = 2$  et  $n = 3$ , on pourra utiliser la formule d'Euler.

5. Récurrence double.

6.

**Indication pour l'exercice 27.**

**Indication pour l'exercice 28.**

1. Suites adjacentes.

2.

3. Développer  $P_n$

4. Utiliser le développement de  $P_n$  à la question précédente.

5. Calculer  $P_n(-x)$

6. Chercher  $z$  tel que  $(z + i)^n - (z - i)^n = 0$ , on veillera à éviter les divisions par 0.

7. Ne pas oublier le coefficient dominant.

8. Si un polynôme à une infinité de racines, c'est le polynôme nul.
9. Utiliser la question précédente.
- 10.
- 11.
12. Que vaut la somme des racines d'un polynôme ?
- 13.
- 14.
- 15.