

Fonctions à plusieurs variables

Correction de l'exercice 1.

Correction de l'exercice 2.

Correction de l'exercice 3. Tout d'abord $F \subset \mathbb{R}^2$. Soit $x \in \mathbb{R}^2$.

- Supposons que $x \neq 0_2$, posons $y = a + \frac{r}{2\|x\|}x$. De sorte, que $\|y - a\| = \left| \frac{r}{2\|x\|}x \right| = \frac{r}{2} < r$. ainsi, $y \in B(a, r)$ donc $y \in F$. Remarquons que $a \in B(a, r)$ donc $a \in F$. Comme F est un espace vectoriel, par différence, $y - a = \frac{r}{2\|x\|}x \in F$. Par stabilité par multiplication par un scalaire, $x \in F$.
- Si $x = 0_{\mathbb{R}^2}$, alors $x \in F$.

Dans tous les cas, on a montré que $x \in F$. Donc $\mathbb{R}^2 \subset F$. Par double inclusion, $F = \mathbb{R}^2$.

Correction de l'exercice 4.

Correction de l'exercice 5.

Correction de l'exercice 6.

Correction de l'exercice 7.

Correction de l'exercice 8.

Correction de l'exercice 9.

Correction de l'exercice 10.

Correction de l'exercice 11.

Correction de l'exercice 12.

Correction de l'exercice 13.