

CORRECTION TD 25

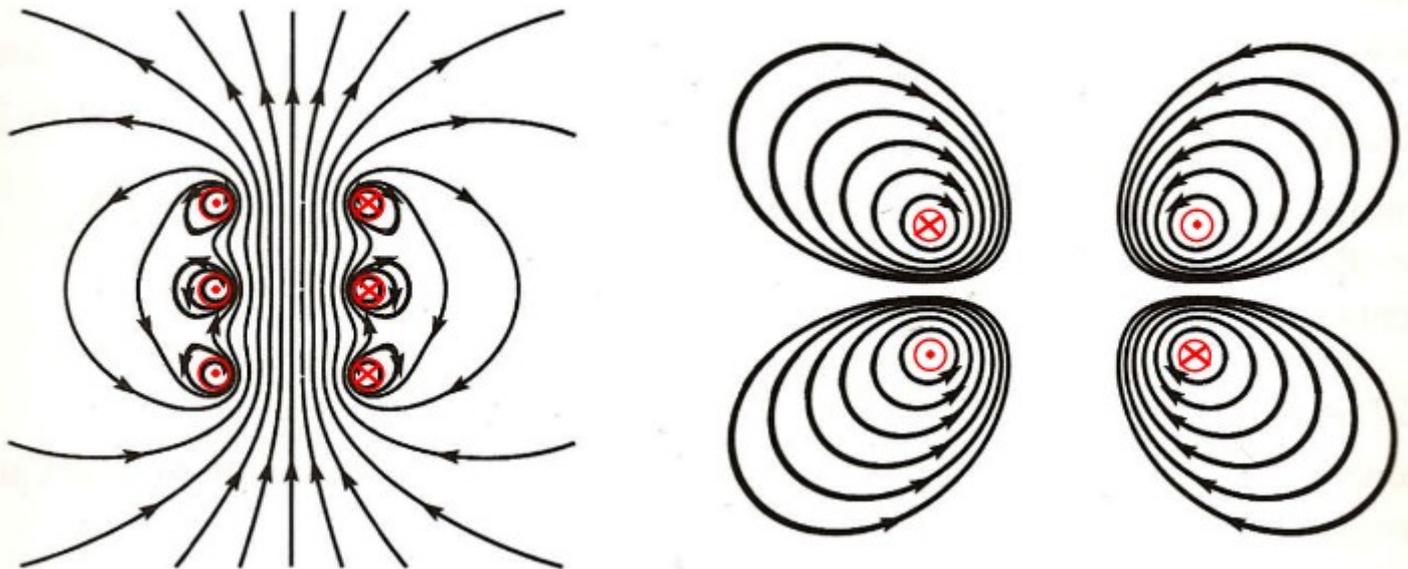
Détermination du champ magnétique

Exercice 2 : Cartes de champ

Dans les cartes de champs magnétiques suivantes, où le champ est-il le plus intense ? Représenter les spires de courant à l'origine de ces cartes de champ. Indiquer sur chacune de ces spires le sens du courant.

Le champ est plus intense là où les lignes de champ sont plus proches les unes des autres

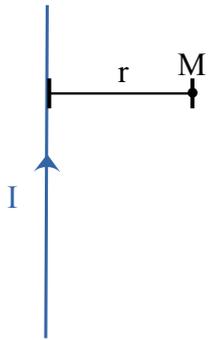
Pour les spires de courant on utilise la règle de la main droite : (on peut par exemple mettre l'index selon le champ magnétique et le pouce indique alors le sens de i)



Exercice 3 : Cartes de champ

Q1

On considère toujours un point MP quelconque pour ce genre de question



Symétries :

$$\text{à priori } \vec{B}(r) = B_r(r)\vec{e}_r + B_\theta(r)\vec{e}_\theta + B_z(r)\vec{e}_z$$

Comme le plan $(M, \vec{e}_z, \vec{e}_r)$ est un plan de symétrie pour la distribution des courants, c'est un plan d'anti-symétrie pour le champ magnétique

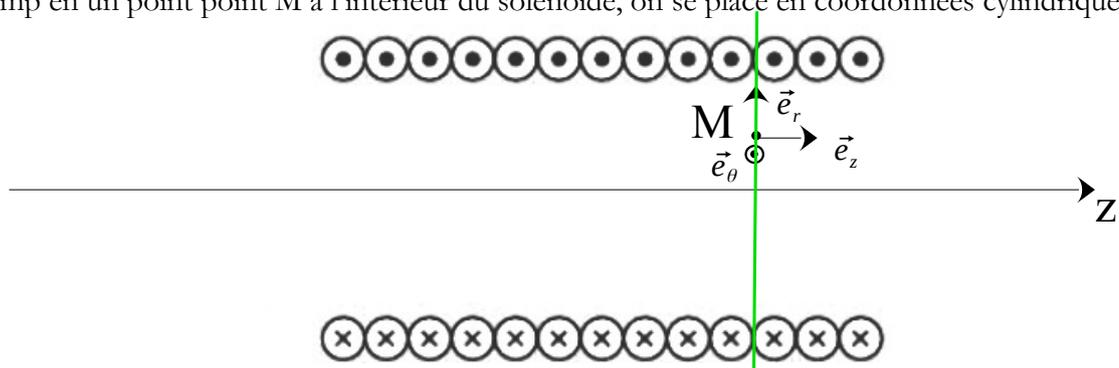
on en déduit que le champ magnétique en M est orthogonal à ce plan :

Les composantes B_r et B_z sont donc nulles

$$\text{ainsi } \vec{B}(r) = B_\theta(r)\vec{e}_\theta$$

Q2

On cherche le champ en un point point M à l'intérieur du solénoïde, on se place en coordonnées cylindriques



• **Symétries :**

Le plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ est un plan de symétrie pour la distribution des courants, c'est donc un plan d'anti-symétrie pour le champ magnétique ainsi le champ magnétique est normal à ce plan

on en déduit que le champ magnétique est dirigé selon \vec{e}_z $\vec{B}(M) = B(M)\vec{e}_z$

Exercice 4 : Champ magnétique créé par trois fils

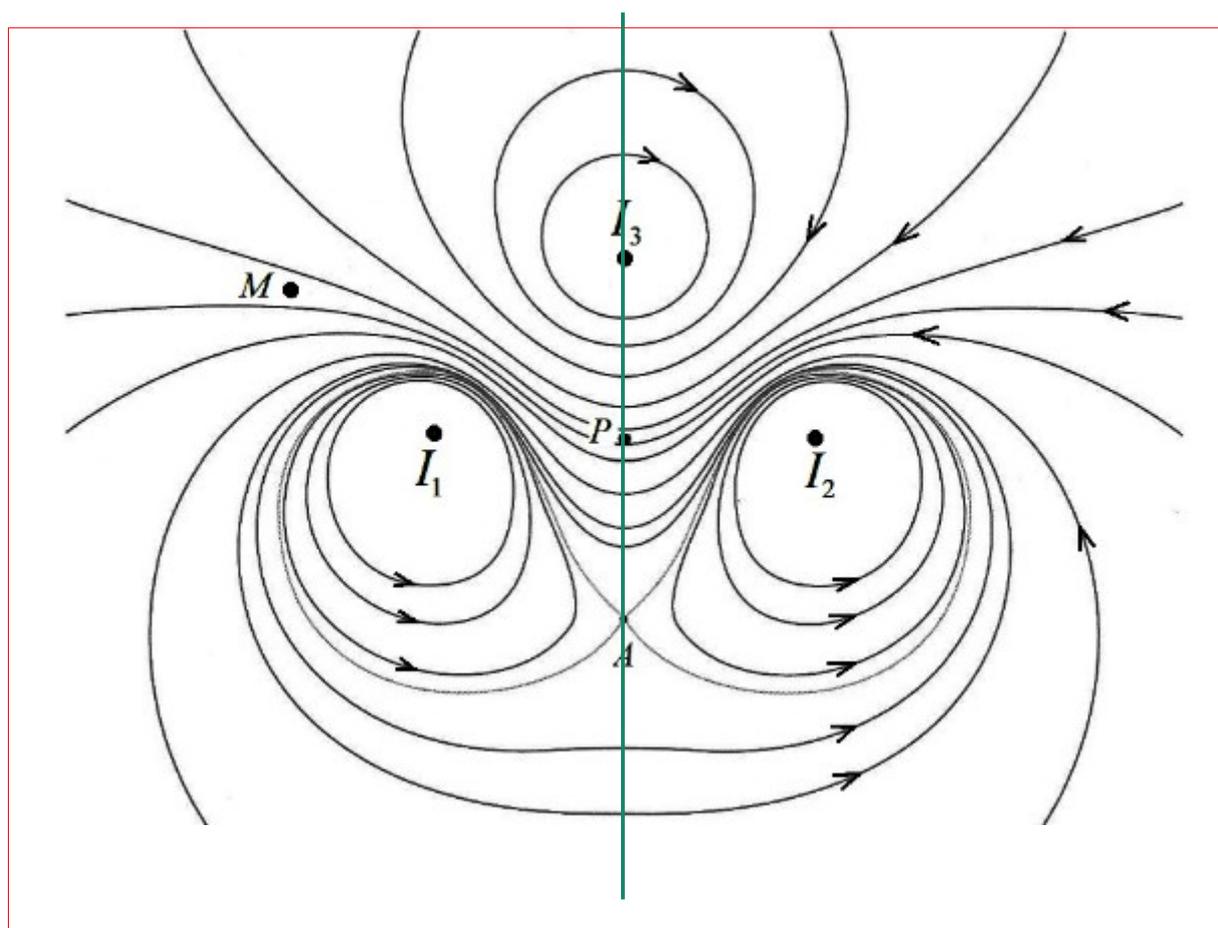
Trois fils infiniment longs perpendiculaires au plan de la figure ci-contre sont parcourus par des courants permanents I_1 , I_2 et I_3 . Les lignes du champ magnétique sont représentées ci-contre.

Q1 Quelle est la valeur du champ \vec{B} au point A ?

en A comme les lignes de champ se croisent en ce point si le champ était non nul il aurait deux directions en même temps ce qui n'est pas possible : **le champ magnétique est donc nul en ce point**



Q2 Analyser les symétrie de la distribution de courant , que peut on en déduire sur le champ magnétique ?



Le plan de la feuille est un plan d'anti-symétrie pour la distribution de courant c'est donc un plan de symétrie pour le champ magnétique. **Le champ magnétique est donc contenu dans le plan de la feuille**

Si $I_1 = I_2$ le plan contenant I_3 et P (en vert) est un plan de symétrie pour la distribution de courant , c'est donc un plan d'antisymétrie pour le champ magnétique.

Le champ magnétique est donc orthogonal à ce plan

Q3 Que peut-on dire de I_1 et I_2 ?

On remarque que le champ magnétique est bien orthogonal au plan vert en tous points de ce plan, **c'est donc bien un plan d'anti-symétrie pour la distribution de courant donc $I_1 = I_2$**

Q4 On sait que le champ en M vaut 0,01 T. Estimer la valeur du champ en P .

L'intensité du champ est inversement proportionnelle à la distance entre deux lignes de champ au niveau du point P les lignes de champ sont deux fois plus proches qu'au niveau du point M **donc le champ magnétique est deux fois plus intense en P soit une intensité de 0,02 T**

EXERCICE 5

→ La figure donne déjà toutes les orientations.

$$\text{à l'équilibre : } \begin{cases} \sum \vec{F} = \vec{0} & (1) \\ \sum \vec{M} = \vec{0} & (2) \end{cases}$$

(1) est toujours vérifiée ici (même hors équilibre) → "couple magnétique".

$$(2) \Rightarrow \vec{F}_{\text{cadr}1} + \vec{F}_{\text{cadr}2} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$$

or (cours) $\vec{F} = \vec{J} \wedge \vec{B}$ et ici $\vec{J} = i\vec{S}$ pour une spire (fermée).

$$\text{donc } (\vec{J}_1 + \vec{J}_2) \wedge \vec{B} = \vec{0} \Leftrightarrow (i_1 \vec{S}_1 + i_2 \vec{S}_2) \wedge \vec{B} = \vec{0}$$

$$\text{or } \begin{cases} \vec{S}_1 = S_1 \cos(\theta) \vec{e}_y - S_1 \sin(\theta) \vec{e}_z \\ \vec{S}_2 = -S_2 \cos(\theta) \vec{e}_z - S_2 \sin(\theta) \vec{e}_y \end{cases}$$

$$\text{donc } i_1 \vec{S}_1 \wedge \vec{B} = S_1 i_1 \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = -B \cos(\theta) S_1 i_1 \vec{e}_z$$

$$\text{de même } i_2 \vec{S}_2 \wedge \vec{B} = +i_2 S_2 B \sin(\theta) \vec{e}_z$$

$$\text{donc } \sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow B i_1 S_1 \cos(\theta) = B i_2 S_2 \sin(\theta)$$

soit

$$\boxed{\frac{i_2}{i_1} = \frac{1}{\tan(\theta)}}$$

EXERCICE 6

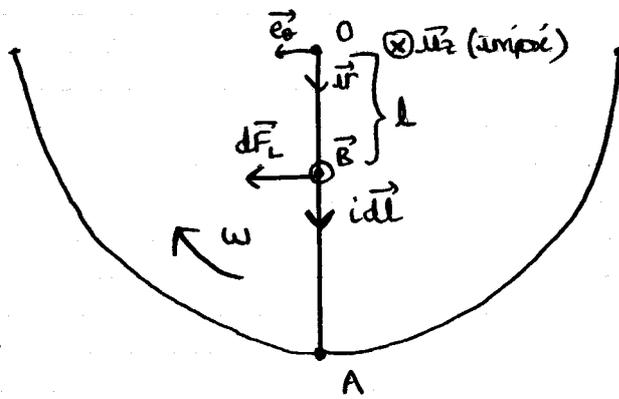
Le disque est parcouru par un courant d'intensité i , l'orientation est de O vers A.

Si $i > 0$ de O vers A , alors d'après la règle de la main droite (voir figure ci-contre),

$d\vec{F}_L$ est dirigé selon $+\vec{e}_\theta$.

→ La roue tourne dans le sens HORAIRE

si i va de O vers A , dans le sens trigo θ croissant.



$$2. \quad d\vec{F}_L = i d\vec{l} \wedge \vec{B} = i dl \vec{e}_r \wedge -B \vec{e}_z = iB dl \vec{e}_\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{d\vec{F}_L = +iB dl \vec{e}_\theta} \text{ avec } i \text{ algébrique } (> 0 \text{ si } i \text{ va de } O \text{ vers } A).$$

$$3. \quad \text{Par définition, } d\vec{F}_L \cdot \vec{v} = dP_L \quad \& \quad \vec{v} = l\omega \vec{e}_\theta$$

$$\text{donc } \boxed{dP_L = iB\omega l dl}$$

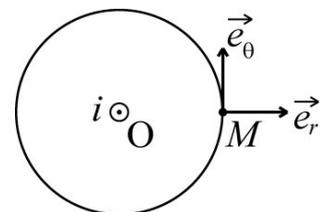
$$\text{On en déduit : } P_L = \int_{OA} iB\omega l dl = iB\omega \left[\frac{l^2}{2} \right]_0^a$$

$$\Rightarrow \boxed{P_L = iB\omega \frac{a^2}{2}} \quad (\text{homogénéité : } \underbrace{iBa^2}_{\text{force}} \times a \times \underbrace{\omega}_{T^{-1}})$$

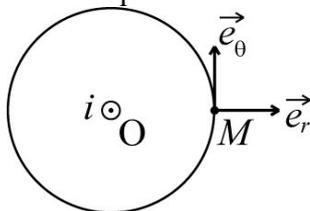
Forces de Laplace

Exercice 7 Force de Laplace entre deux fils parallèles

Deux fils parallèles distants de a sont parcourus par le même courant constant i .
On se place en coordonnées cylindriques, autour de l'un des deux fils (voir figure).
On donne : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$.



1. Pour que la force entre les fils soit attractive, les courants doivent-ils être dans le même sens ?



On imagine qu'un autre fil est en M **et que i dans ce fil est dans le même sens**
(donc selon $+\vec{e}_z$)

une longueur L de ce fil va subir une force de Laplace $\vec{F}_L = iL \vec{e}_z \wedge \vec{B}(M)$

avec ici $\vec{B}(M) = \vec{B}(r=a) = \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \vec{e}_\theta$

$$\vec{F}_L = \frac{iL \vec{e}_z \wedge \mu_0 i \vec{e}_\theta}{2\pi a} = \frac{-\mu_0 i^2 L}{2\pi a} \vec{e}_r \quad \text{comme } \vec{e}_r \text{ est dirigé vers l'extérieur du fil, en M la force est attractive}$$

Il faut donc que les intensités soient dans le même sens pour que la force soit attractive

2. Donner l'expression de la force sur une longueur L de fil. Comment cette force dépend-elle de i ?

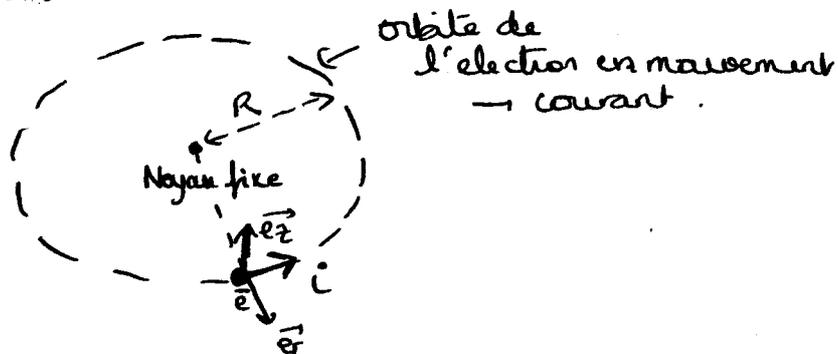
$$\vec{F}_L = -iL \vec{e}_z \wedge \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \vec{e}_\theta = \frac{-\mu_0 i^2 L}{2\pi a} \vec{e}_r \quad \text{l'intensité de la force est proportionnelle à } i^2$$

3. Calculer numériquement cette force pour une longueur $L = 20 \text{ cm}$ de fil, avec $a = 1 \text{ cm}$ et $i = 12 \text{ A}$.

A.N ; $F_L = 5,8 \cdot 10^{-4} \text{ N}$

EXERCICE 8

1. Modèle de Bohr



$$\vec{L}_0 = \vec{OH} \wedge m \vec{v}_0 = R \vec{e}_r \wedge m R \dot{\theta} \vec{e}_\theta = m R^2 \dot{\theta} \vec{e}_z$$

Soit S l'aire balayée pendant la période T de l' \vec{e} . Alors

$$S = \pi R^2. \text{ De plus, } \dot{\theta} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{soit } R^2 \dot{\theta} = \frac{S}{\pi} \times \frac{2\pi}{T} = 2 \frac{S}{T}$$

$$\text{donc } \boxed{\vec{L}_0 = 2m \frac{S}{T} \vec{e}_z}$$

de plus $\vec{M} = i \vec{S} = i S \vec{e}_z$ (vu l'orientation choisie)

$$\text{or } i = \frac{-e}{T} \Rightarrow \boxed{\vec{M} = \frac{-e}{T} S \vec{e}_z}$$

donc $\vec{L}_0 = -\frac{2m}{e} \vec{\mathcal{M}}$ soit $\boxed{\vec{\mathcal{M}} = \frac{-e}{2m} \vec{L}_0}$

$\boxed{\gamma = \frac{-e}{2m}}$ est appelé rapport gyromagnétique.

2. $L_0 = n\hbar \Rightarrow$

$$\vec{\mathcal{M}} = \frac{-e}{2m} n\hbar \vec{e}_z = n \frac{-\hbar e}{2m} \vec{e}_z$$

soit $\vec{\mathcal{M}} = -n \mu_B \vec{e}_z$ avec $\boxed{\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}}$

$$[\mu_B] = [\mathcal{M}] = [iS] = \underline{\underline{\pm L+2}}$$

valeur numérique :

$$\mu_B = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \times 6,62 \cdot 10^{-34}}{2\pi \times 2 \times 9,11 \cdot 10^{-31}}$$

↑
à ne pas oublier : $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

$$\Rightarrow \mu_B = \underline{\underline{0,93 \cdot 10^{-23} \text{ A} \cdot \text{m}^2}} \quad (\sim 10^{-23} \text{ A} \cdot \text{m}^2)$$

↳ on retrouve la valeur donnée dans le cours.

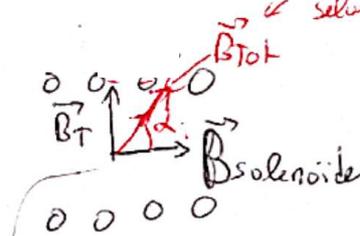
Exercice 9

1) en présence de i , un champ magnétique selon l'axe du solénoïde est créé, l'aiguille de moment magnétique \vec{M} selon l'axe nord-sud subit un couple magnétique $\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}_{\text{tot}}$ avec $\vec{B}_{\text{tot}} = \vec{B}_{\text{fil}} + \vec{B}_{\text{solénoïde}}$ jusqu'à atteindre une position d'équilibre pour laquelle \vec{M} est colinéaire à $\vec{B}_{\text{fil}} + \vec{B}_{\text{solénoïde}}$ avec $\vec{B}_{\text{solénoïde}} = \mu_0 \frac{N}{L} I \vec{e}_z \leftarrow$ preuve ex 3

2) initialement



quand i circule l'aiguille s'aligne selon B_{tot}



$$\tan \alpha = \frac{\|\vec{B}_{\text{solénoïde}}\|}{\|\vec{B}_T\|}$$

$$\|\vec{B}_T\| = \frac{\mu_0 N I}{L \tan \alpha}$$



A.N $B_T = 3,47 \cdot 10^{-5} \text{ T} = 34,7 \mu\text{T}$

3) formule type "inverse" $\frac{U(B_T)}{B(T)} = \frac{U(\tan \alpha)}{\tan \alpha}$ on fait l'approximation $\tan \alpha \approx \alpha$ et $U(\tan \alpha) \approx U(\alpha)$

$$U(B_T) = B_T \frac{U(\alpha)}{\alpha}$$

A.N $U(B_T) \approx 1,9 \cdot 10^{-6} \text{ T}$

4) La composante B_N est du même ordre de grandeur que B_T

