Thème I. Ondes et signaux (Électricité)
TD n°4 Circuits linéaires du premier ordre

Méthode : Comment travailler des exercices ?

Avant la séance de TD :

- ★ Sur une feuille de brouillon, avec un crayon à la main et le chapitre ouvert sous les yeux.
- ★ Essayer des « trucs » même si cela n'aboutit pas.
- ★ Faire des schémas complets et suffisamment grands.
- ★ Ne rien écrire sur l'énoncé de TD afin de pouvoir refaire les exercices après la correction en classe.
- ★ Réfléchir environ 10 à 15 min sur chaque exercice demandé. Si vous bloquez complètement sur une question/un exercice, passez à la suite au bout de 10 min, et me poser des questions soit directement soit par mail nvalade.pcsi@gmail.com .

Après la séance de TD :

- ★ Refaire les exercices corrigés ensemble, sans regarder le corrigé dans un premier temps.
- ★ Une fois l'exercice terminé ou si vous êtes totalement bloqué, reprendre avec le corrigé.

I Exercices d'application directe du cours

Exercice n°1 Décharge d'une bobine

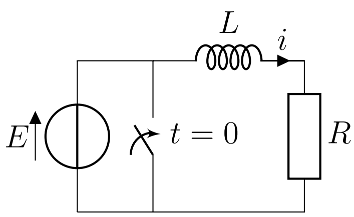
Capacités exigibles :

✓ *Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur.*

✓ *Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine, pour déterminer notamment les conditions initiales.*

✓ *Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.*

✓ *Déterminer analytiquement la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon*



On considère le circuit ci-contre, où E est la fem constante du générateur idéal de tension.
Pour $t < 0$ l'interrupteur est ouvert depuis un temps très long.
À $t = 0$ on ferme l'interrupteur.

Q1. Déterminer la valeur de la tension aux bornes de la bobine, et de l'intensité, lorsque $t < 0$.

Q2. Faire de même lorsque $t > 0$ au bout d'un temps très long (donc une fois le régime permanent atteint).

Q3. Établir l'équation différentielle portant sur l'intensité traversant la bobine, pour $t > 0$.

Q4. Résoudre cette équation. Tracer l'allure de la réponse.

Q5. Quel est l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire ? On prendra $L = 0,1$ H et $R = 1$ kΩ.

Q6. Faire un bilan de puissance pour $t > 0$. Interpréter alors chacun des termes comme puissance reçue ou cédée.

Exercice n°2 Charge du condensateur

Capacités exigibles :

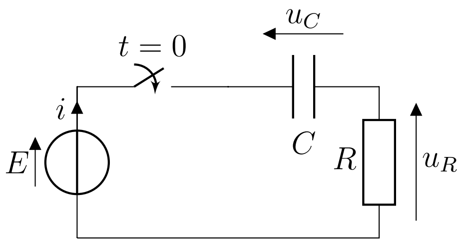
✓ *Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur.*

✓ *Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine, pour déterminer notamment les conditions initiales.*

✓ *Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.*

✓ *Déterminer analytiquement la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon*

✓ *Distinguer, sur un relevé expérimental, régime transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon.*



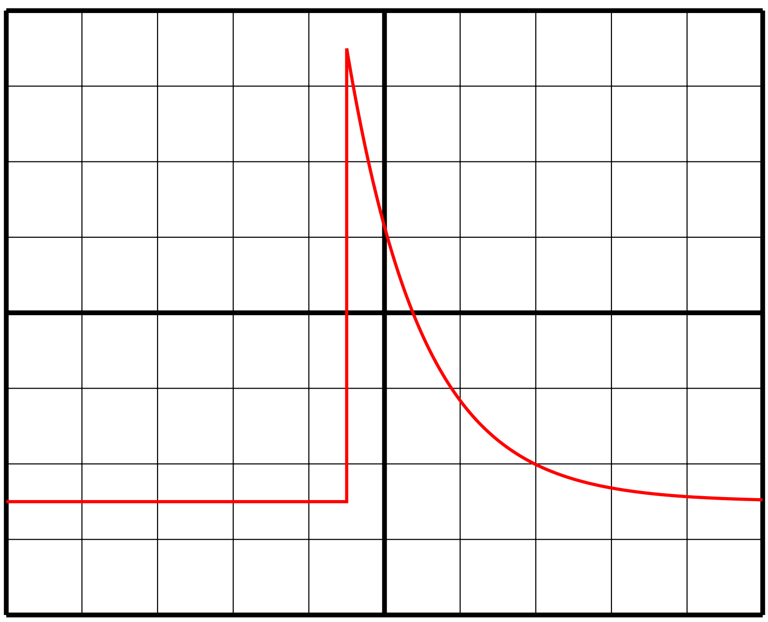
On considère le circuit ci-contre, où E est la fem constante du générateur idéal de tension.
Pour $t < 0$ l'interrupteur est ouvert depuis un temps très long, et le condensateur est déchargé.
À $t = 0$ on ferme l'interrupteur.

Q1. Déterminer la valeur de la tension aux bornes du condensateur et de la résistance, lorsque $t < 0$.

Q2. Déterminer la valeur de la tension aux bornes du condensateur et de la résistance juste après la fermeture de l'interrupteur (à $t = 0^+$).

Q3. Faire de même lorsque $t > 0$ au bout d'un temps très long (donc une fois le régime permanent atteint).

On visualise à l'écran de l'oscilloscope l'une des tensions du circuit.



Q4. Identifier, en justifiant la tension représentée.

Q5. Établir l'équation différentielle portant sur la tension aux bornes de la résistance.

Q6. Résoudre complètement cette équation différentielle.

II Exercices d'approfondissement

Exercice n°3 Décharge d'un condensateur dans un autre

Capacités exigibles :

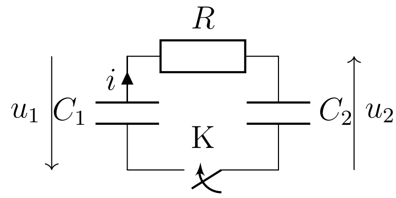
✓ *Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur.*

✓ *Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine, pour déterminer notamment les conditions initiales.*

✓ *Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.*

✓ *Déterminer analytiquement la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon*

On étudie le circuit représenté ci-contre.
Initialement, le condensateur de capacité C_1 est chargé (tension U_0), tandis que le condensateur de capacité C_2 est déchargé. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.
On considère que les deux condensateurs sont de même capacité : $C_1 = C_2$.



Q1. Montrer que $\forall t$, $u_2(t) = u_1(t) - U_0$.

Q2. Vers quelles expressions tendent $u_1(t)$ et $u_2(t)$ au bout d'un temps long ?

Q3. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par u_1 s'écrit

$$\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} + \frac{u_1}{\tau} = \frac{U_0}{2\tau}$$

où τ est une constante dont on identifiera l'expression.
Retrouver la valeur de $u_1(\infty)$.

Q4. Résoudre l'équation différentielle et en déduire les expressions de $u_1(t)$ et $u_2(t)$.
Représenter les deux fonctions.

Q5. Faire un bilan d'énergie : que vaut l'énergie initiale stockée dans les condensateurs ? Et l'énergie finale ? Où est partie la différence ?

Exercice n°4 Surtension à la fermeture d'un circuit inductif

Capacités exigibles :

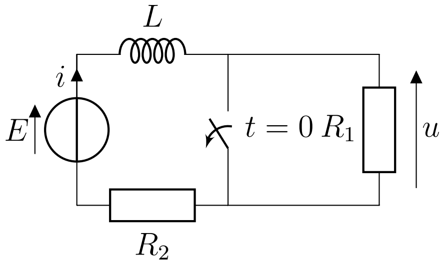
✓ *Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur.*

✓ *Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine, pour déterminer notamment les conditions initiales.*

✓ *Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.*

✓ *Déterminer analytiquement la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon*

L'objectif de cet exercice est d'étudier la surtension qui apparaît aux bornes de l'interrupteur lorsqu'on ouvre un circuit inductif. Ce phénomène est par exemple utilisé pour amorcer l'éclai- rage des néons que vous avez l'habitude de voir tous les jours au plafond du lycée et ailleurs.



On considère donc le circuit ci-contre, qui comporte une bobine.
L'interrupteur sera d'abord considéré fermé, puis brusquement ouvert.
On s'intéressera à la tension u pour voir si notre modélisation prédit quelque chose de remarquable.
On prendra $E = 10$ V ; $L = 1,0$ H ; $R_1 = 50$ kΩ ; $R_2 = 1$ kΩ.

Dans un premier temps, on considère que l'interrupteur est fermé depuis longtemps, si bien que le régime permanent est atteint.

Q1. Que vaut l'intensité du courant dans la bobine ? Et la tension u ?

Dans un second temps on ouvre l'interrupteur. On définit l'instant $t = 0$ comme celui où l'interrupteur est brusquement ouvert.

Q2. Déterminer, sans résoudre d'équation différentielle, la valeur de l'intensité qui traverse la bobine une fois le régime permanent atteint. On notera i_∞ cette valeur.

En déduire la valeur u_∞ de u au bout d'un temps long.

Q3. Que vaut la valeur de i à $t = 0^+$, juste après l'ouverture de l'interrupteur ? On la notera $i(0^+)$.

En déduire la valeur $u(0^+)$ de la tension aux bornes de l'interrupteur juste après l'ouverture de l'interrupteur. Commentaires ?

Q4. Vers quoi tend cette valeur si la résistance R_1 est absente ? Justifier alors que l'on observe une étincelle à l'ouverture du circuit.

On étudie maintenant le régime transitoire qui suit l'ouverture de l'interrupteur.

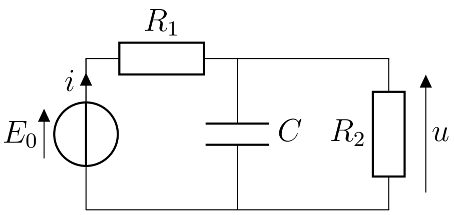
Q5. Montrer que $i(t) = \dfrac{E}{R_1 + R_2}\left(1 + \dfrac{R_1}{R_2} e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$, avec $\tau = \dfrac{L}{R_1 + R_2}$.

En déduire l'expression de $u(t)$, et tracer l'allure de $u(t)$ sur un graphique.

Exercice n°5 Circuit à deux mailles

Capacités exigibles :

- ✓ *Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur.*
- ✓ *Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine, pour déterminer notamment les conditions initiales.*
- ✓ *Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.*
- ✓ *Déterminer analytiquement la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon*



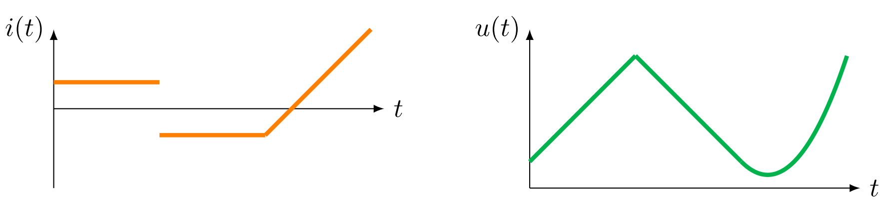
Pour $t < 0$, le générateur est éteint, le condensateur déchargé et aucun courant ne circule.

Après avoir établi l'équation différentielle satisfaite par u, la résoudre complètement, et tracer l'allure.

III Extraits du cahier d'entraînement de physique-chimie

Entraînement 1.1 — Bobine ou pas ?

On donne l'évolution de l'intensité $i(t)$ et de la tension $u(t)$ aux bornes d'un dipôle inconnu.



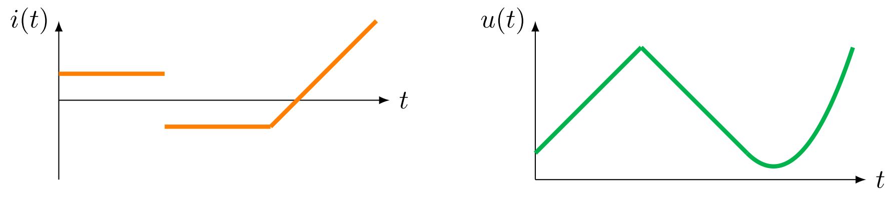
Ce dipôle inconnu se comporte-t-il comme une bobine ?

ⓐ oui ⓑ non

....

Entraînement 1.5 — Condensateur ou pas ?

On donne l'évolution de l'intensité $i(t)$ et de la tension $u(t)$ aux bornes d'un dipôle inconnu.



Ce dipôle inconnu se comporte-t-il comme un condensateur ?

(a) oui (b) non

. . . .

Conditions initiales et régime stationnaire

On utilisera dans cette partie les notations suivantes pour une grandeur donnée x :

- $x(0^-) = \lim\limits_{\substack{t \to 0 \\ t<0}} x(t)$
- $x(0^+) = \lim\limits_{\substack{t \to 0 \\ t>0}} x(t)$
- $x(+\infty) = \lim\limits_{t \to +\infty} x(t)$.

Entraînement 1.7 — Condensateurs et bobines en régime stationnaire.

En régime stationnaire, toutes les grandeurs électriques sont indépendantes du temps.

a) Dans ce cas, un condensateur se comporte comme :

(a) un interrupteur fermé (b) une source de tension (c) un interrupteur ouvert

. . . .

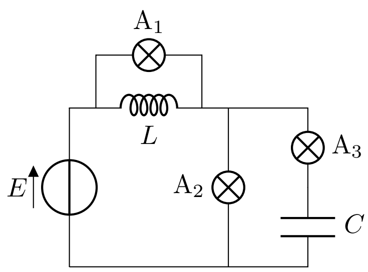
b) Quant à la bobine, elle se comporte comme :

(a) un interrupteur fermé (b) une source de courant (c) un interrupteur ouvert

. . . .

Entraînement 1.8 — Éclairage en régime permanent.

On considère le circuit constitué de lampes (symbolisées par —⊗—) que l'on peut assimiler à des résistances qui brillent quand elles sont parcourues par un courant électrique.



Le régime permanent étant établi, la ou les ampoules qui brillent sont :

(a) l'ampoule A_1 (b) l'ampoule A_2 (c) l'ampoule A_3

. . . .

Entraînement 1.9 — Relations de continuité.

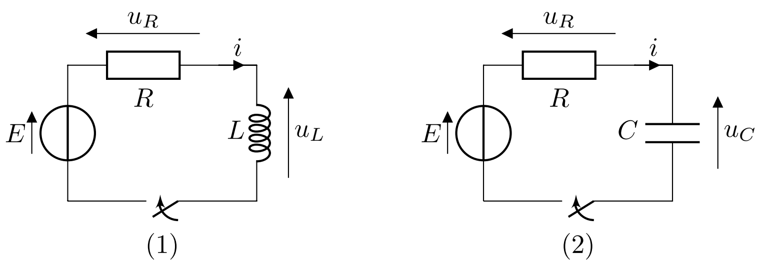
Dans ce QCM, plusieurs réponses sont possibles pour chaque question.

a) Aux bornes de quel(s) dipôle(s) la tension est-elle toujours continue ?

(a) une résistance
(b) une bobine
(c) un condensateur
(d) un interrupteur fermé

....

On considère les deux circuits (1) et (2) pour lesquels l'opérateur ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$. On suppose de plus que le condensateur est initialement déchargé.



b) Quelles sont les grandeurs continues à $t = 0$ pour le circuit (1) ?

(a) i
(b) u_L
(c) u_R

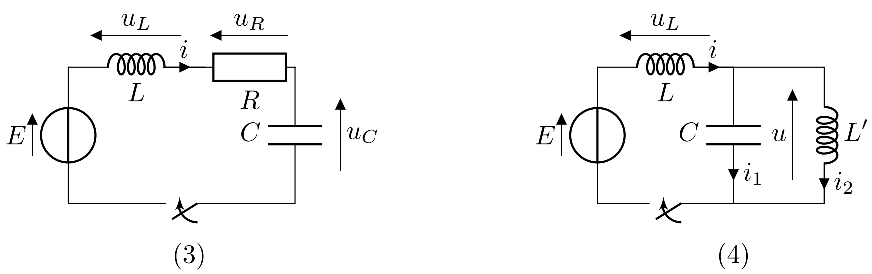
....

c) Quelles sont les grandeurs continues à $t = 0$ pour le circuit (2) ?

(a) i
(b) u_C
(c) u_R

....

On considère à présent les deux circuits (3) et (4) pour lesquels l'opérateur ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$. On suppose de plus que les condensateurs sont initialement déchargés.



d) Quelles sont les grandeurs continues à $t = 0$ pour le circuit (3) ?

(a) i
(b) u_L
(c) u_R
(d) u_C

....

e) Quelles sont les grandeurs continues à $t = 0$ pour le circuit (4) ?

(a) i
(b) i_1
(c) u
(d) u_L

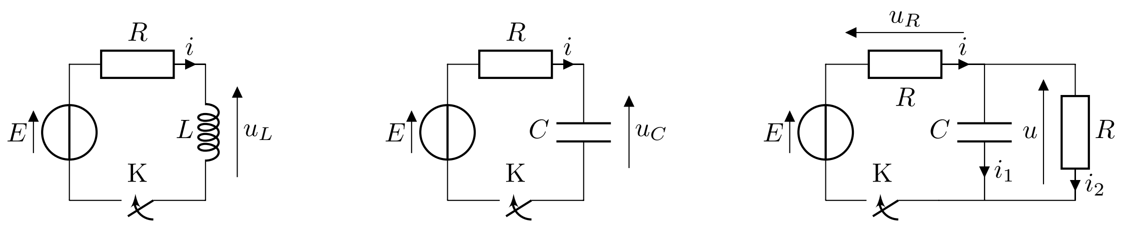
....

Entraînement 1.10 — Conditions initiales pour circuits du premier ordre.

On considère trois circuits constitués de générateurs de tension de fém constante E, de conducteurs de résistance R ainsi que de condensateurs de capacité C et d'une bobine d'inductance L.

L'interrupteur K est ouvert pour $t < 0$ et fermé pour $t > 0$.

Tous les condensateurs sont initialement déchargés.



(1) (2) (3)

On considère dans un premier temps le circuit (1).

a) Exprimer $i(0^+)$ ....

b) Exprimer $u_L(0^+)$ ....

On considère à présent le circuit (2).

c) Exprimer $i(0^+)$ ....

On considère finalement le circuit (3).

d) Exprimer $u_R(0^+)$ ....

e) En déduire $i_1(0^+)$ ....

Circuits du premier ordre

On dit qu'un circuit est *du premier ordre* quand il est régi par une équation différentielle qui se met sous la forme canonique suivante :

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}x(t) = f(t) \qquad (*)$$

où τ est la constante de temps représentative de la durée du régime transitoire.

Quand l'équation différentielle est écrite comme dans $(*)$, on dit qu'elle est *sous forme canonique*.

Entraînement 1.12 — Constantes de temps.

On donne des exemples d'équations différentielles régissant des grandeurs électriques d'un circuit.

Dans chaque cas, déterminer l'expression de la constante de temps τ.

a) $L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} = E - Ri(t)$ ....

b) $RC\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} = E - 2u_C(t)$ ....

Entraînement 1.14 — Allez, on s'entraîne !

N'oubliez pas d'exprimer une solution particulière avant d'appliquer les conditions initiales !

a) Résoudre $\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u_C(t) = \frac{E}{\tau}$ avec $u_C(0) = 0$ ....

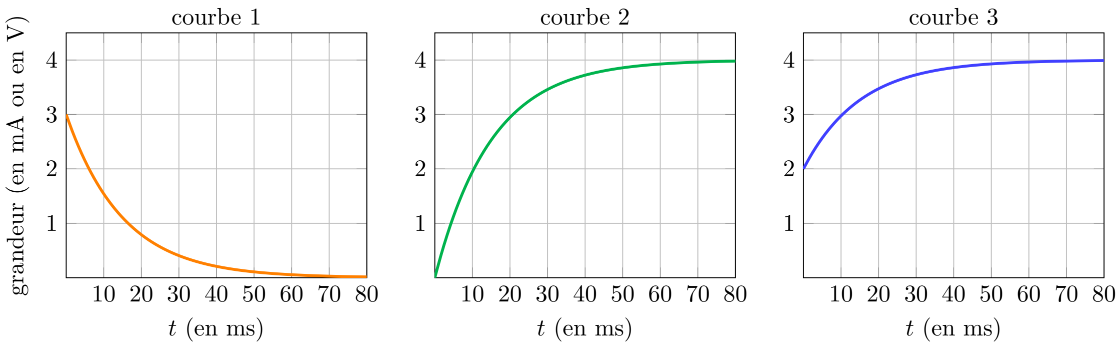
b) Résoudre $\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}i(t) = 0$ avec $i(0) = \frac{E}{R}$ ....

c) Résoudre $\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u(t) = \frac{E}{2\tau}$ avec $u(0) = \frac{E}{2}$ ....

Entraînement 1.15 — Analyse de courbes.

Les graphes ci-dessous représentent l'évolution de trois grandeurs au cours du temps :

- deux tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$;
- une intensité $i(t)$.



a) On a

$$u_1(t) = E_1\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right).$$

Quelle est la courbe correspondante ?

(a) courbe 1 (b) courbe 2 (c) courbe 3

. . . .

b) On a

$$u_2(t) = E_2\left(1 - \frac{\mathrm{e}^{-t/\tau}}{2}\right).$$

Quelle est la courbe correspondante ?

(a) courbe 1 (b) courbe 2 (c) courbe 3

. . . .

c) On a

$$i(t) = \frac{E_1}{R}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}.$$

Quelle est la courbe correspondante ?

(a) courbe 1 (b) courbe 2 (c) courbe 3

. . . .

Déterminer les valeurs numériques de :

d) E_1 . . . .

e) E_2 . . . .

f) R . . . .