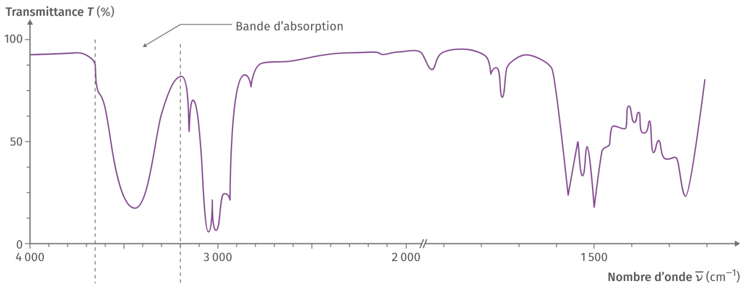
Thème I. Ondes et signaux (Oscillateurs)

Chapitre n°5 Oscillateurs mécaniques et électriques libres harmoniques

En terminale, en chimie, vous avez étudié des spectres infra-rouge (cf ci-contre). Vous avez appris à identifier les bandes caractéristiques et les associer aux liaisons présentent dans la molécule.
Pourquoi la liaison C=C vibre-t-elle à une fréquence supérieure à la liaison C−C ?
Pourquoi la liaison C−H vibre-t-elle à une fréquence supérieure à la liaison C−C ?



Spectre infra-rouge (D'après https://www.lelivrescolaire.fr/page/18369066)

Pré-requis

- Terminale : Thème Mouvement et interactions
  - Vecteurs position, vitesse et accélération d'un point : définition et expression en coordonnées cartésiennes.
  - Deuxième loi de Newton.
- PCSI : Thème Ondes et signaux. Chapitre n°3. Signaux électriques dans l'ARQS.

Objectifs du chapitre

— Étudier deux oscillateurs harmoniques : l'oscillateur mécanique {masse-ressort} et l'oscillateur électrique LC série.

— Étudier les propriétés des oscillateurs harmoniques.

— Outils mathématiques : résoudre les équations différentielles $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 y(t) = B$

— Réaliser un bilan d'énergie de ces deux systèmes.

Plan du cours

Programme officiel

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
1.4. Oscillateurs libres et forces	
Oscillateur harmonique. Exemples du circuit LC et de l'oscillateur mécanique.	Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique ; la résoudre compte tenu des conditions initiales. Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation. Réaliser un bilan énergétique.

Ai-je bien appris mon cours ?

1 – 🙂 – ☹ – Définir les caractéristiques d'un signal sinusoïdal : amplitude, période, fréquence, pulsation et phase à l'origine des temps.

2 – 🙂 – ☹ – Donner l'expression d'un signal harmonique/sinusoïdal.

3 – 🙂 – ☹ – Donner les relations entre la période, la fréquence et la pulsation.

4 – 🙂 – ☹ – Établir l'équation différentielle du mouvement d'une masse accrochée à un ressort horizontal.

5 – 🙂 – ☹ – Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur dans un circuit LC série.

6 – 🙂 – ☹ – Déterminer les conditions initiales d'un circuit électrique LC série.

7 – 🙂 – ☹ – Résoudre l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique $\ddot{y} + \omega_0^2 y = b$ connaissant les conditions initiales $y(0)$ et $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}(0)$.

8 – 🙂 – ☹ – Représenter l'allure de l'évolution temporelle, en tenant compte des conditions initiales, en plaçant dessus l'amplitude, la valeur moyenne et la période.

9 – 🙂 – ☹ – Donner les expressions de l'énergie cinétique, l'énergie potentielle de pesanteur, l'énergie potentielle élastique d'un point matériel.

10 – 🙂 – ☹ – Exprimer l'énergie mécanique d'un oscillateur mécanique harmonique.

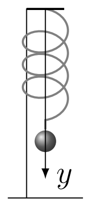
11 – 🙂 – ☹ – Faire le bilan de puissance du circuit LC série.

I Description de l'évolution harmonique

I.1 Premières observations

Expérience

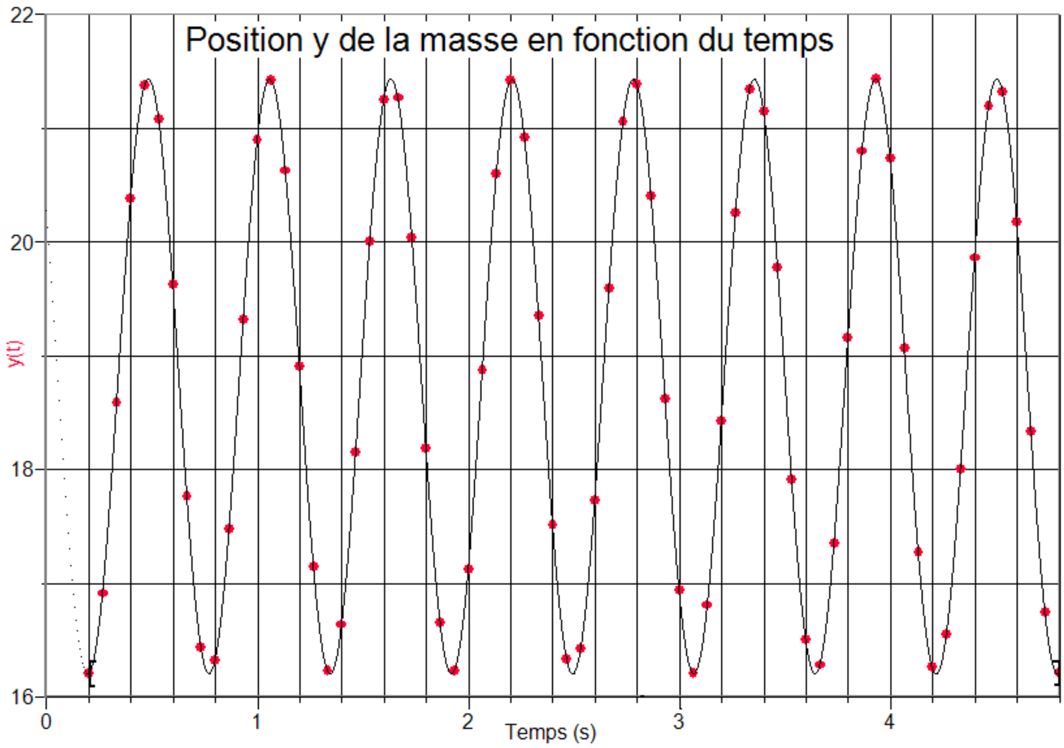
On accroche à un ressort fixé à une potence une masse (cf schéma ci-contre). On étire le ressort.



Q1. Que se passe-t-il ? Représenter la position y de la masse en fonction du temps.

Q2. Quelle fonction mathématique permettrait de modéliser cette évolution ?

On a filmé les oscillations de la masse m en fonction du temps. Sur la vidéo nous avons défini une échelle (pour faire le lien entre pixel et cm), ainsi que l'origine du repère, qui a été placée au point d'attache du ressort.
On a pu pointer la position de la masse m en fonction du temps, et on a obtenu la courbe ci-contre.



I.2 Définitions

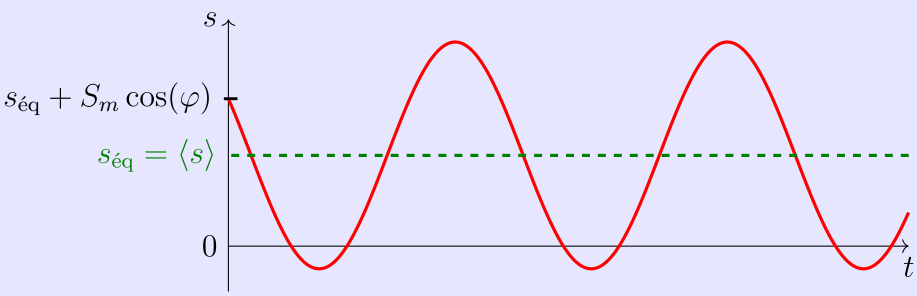
Capacité exigible : Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.

Définitions : Signal harmonique

Un signal harmonique s'écrit

$$s(t) = S_m \cos(\omega t + \varphi) + s_{\text{éq}}$$

- S_m est l'**amplitude** : $S_m = \dfrac{s_{\max} - s_{\min}}{2}$.
  C'est une **grandeur positive** de même dimension que s.
- ω est la **pulsation**, en **rad/s**.
- φ est la **phase à l'origine des temps**, en **radians**.
- $\langle s(t) \rangle = s_{\text{éq}}$ est la **valeur moyenne** de s : c'est la valeur autour de laquelle oscille s.



À connaître : Liens entre fréquence f, période T, et pulsation ω

La **période** T est la plus petite durée non nulle entre deux vibrations identiques. Elle s'exprime en seconde (s).

La **fréquence** est définie par $f = \dfrac{1}{T}$. Elle s'exprime en hertz (Hz).

On peut montrer que

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Exercice de cours A Lectures graphiques

Pour les oscillateurs harmoniques mécaniques et électriques, on parle de **pulsation propre**, notée ω_0 et de **période propre**, notée T_0, car elles sont propres au système, et indépendantes du milieu extérieur.

Q1. Déterminer graphiquement l'amplitude.

Q2. Déterminer graphiquement la valeur moyenne.

Q3. Déterminer graphiquement la période propre, notée T_0.

Q4. Déterminer la valeur de la pulsation propre ω_0.

Q5. Déterminer la valeur de la phase à l'origine des temps φ.

Attention

La valeur de la phase à l'origine des temps φ ne se lit pas directement sur le graphe de $y(t)$.

Dans la suite du cours, nous allons étudier le mouvement d'une masse accrochée à un ressort horizontal en utilisant les lois de la mécanique et l'évolution de la tension aux bornes d'un condensateur dans un circuit LC.

II Mises en équation

II.1 Oscillateur mécanique

Méthode : Comment commencer l'étude d'un système mécanique ?

AVANT TOUTE CHOSE, il FAUT :

1. Définir le système étudié.
2. Préciser le référentiel d'étude.
3. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le système étudié.
4. Faire un schéma du dispositif étudié, sur lequel les forces seront représentées, ainsi que les axes cartésiens nécessaires.

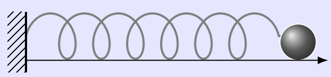
II.1.a) Position du problème

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Meca/Oscillateurs/oscillateur_horizontal.php

On considère le système constitué d'une masse m, accrochée à un ressort (de masse supposée négligeable), astreinte à se déplacer horizontalement sur un support sur lequel les frottements peuvent être négligés.

Définition : Ressort

Un **ressort** est un dispositif mécanique pouvant se déformer, c'est-à-dire s'allonger et se raccourcir.



Sans contrainte, lorsqu'il est posé sur une table horizontale, la longueur prise par le ressort est appelée **longueur à vide**, notée ℓ_0.

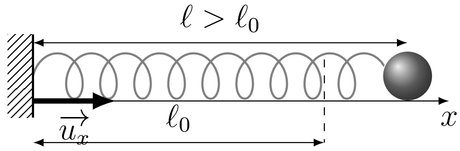
Hors de la position de repos, la longueur du ressort, appelée **longueur instantanée**, notée ℓ, est différente de sa longueur à vide.

II.1.b) Force de rappel élastique

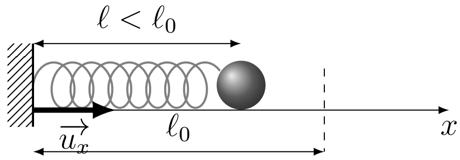
- La force de rappel élastique $\left\|\overrightarrow{f_{\text{élastique}}}\right\|$ exercée par un ressort linéaire est **proportionnelle à l'élongation** du ressort $|\ell - \ell_0|$, avec ℓ la longueur instantanée du ressort.
On note k (en N.m^{-1}) la **constante de raideur** du ressort qui mesure la capacité du ressort à être étiré. **Étirer un ressort de constante de raideur élevée nécessite une force plus importante.**
Ainsi, la norme de la force de rappel élastique s'écrit : $\left\|\overrightarrow{f_{\text{élastique}}}\right\| = k|\ell - \ell_0|$

- Pour obtenir l'expression de $\overrightarrow{f_{\text{élastique}}}$, il nous faut déterminer le sens de la force, pour cela il faut retenir que **la force de rappel élastique s'oppose toujours à la déformation imposée**.

  - Si $\ell > \ell_0 \Leftrightarrow (\ell - \ell_0) > 0$, le ressort est étiré et tend à vouloir se raccourcir en exerçant sur la masse m une force de rappel $\overrightarrow{f_{\text{élastique}}}$ dirigée selon ....



  - Si $\ell < \ell_0 \Leftrightarrow (\ell - \ell_0) < 0$, le ressort est comprimé et tend à vouloir s'allonger en exerçant sur la masse m une force de rappel $\overrightarrow{f_{\text{élastique}}}$ dirigée selon ....

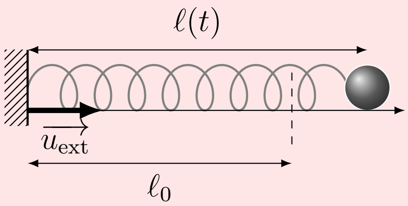


On en déduit, dans notre cas, que $\overrightarrow{f_{\text{élastique}}}$ est de sens opposé à $(\ell - \ell_0)\overrightarrow{u_x}$, ainsi $\overrightarrow{f_{\text{élastique}}} = -k(\ell - \ell_0)\overrightarrow{u_x}$

À connaître : La force de rappel élastique

La force de rappel élastique exercée par un ressort de **longueur à vide** ℓ_0, de constante de raideur k et de **longueur instantanée** $\ell(t)$ s'écrit :

$$\boxed{\overrightarrow{f_{\text{élastique}}} = -k(\ell(t) - \ell_0)\overrightarrow{u_{\text{ext}}}}$$



avec $\overrightarrow{u_{\text{ext}}}$ le **vecteur unitaire dirigé du point d'attache du ressort vers la masse** m, c'est-à-dire **vers l'extérieur du ressort**.

Attention à l'expression de la force de rappel élastique

- Ne pas confondre la longueur à vide ℓ_0, la longueur instantanée du ressort ℓ, et l'abscisse x.
- La force s'exprime toujours en premier lieu à partir des longueurs ℓ et ℓ_0.
Il est par la suite souvent commode de l'exprimer en fonction de la position de la masse notée x. Il faut pour cela établir le lien entre x et ℓ qui **dépend de l'origine des positions choisie.**
- Il faut toujours **vérifier la pertinence du signe** de cette expression en réalisant une expérience de pensée : Si je comprime le ressort, dans quel sens va être la force...

II.1.c) Position d'équilibre

Définition : Position d'équilibre

Une **position d'équilibre** $x_{\text{éq}}$ est une position telle que si on y pose le système sans vitesse initiale alors il y reste :

$$\text{Si à } t = 0,\ x(t=0) = x_{\text{éq}} \text{ et } \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}(t=0) = 0, \text{ alors } \forall t > 0,\ \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}(t) = 0.$$

À retenir

En une position d'équilibre, la somme des forces s'exerçant sur l'objet est nulle : $\sum \overrightarrow{F_{\text{ext}}} = \overrightarrow{0}$

La réciproque est fausse : cf principe d'inertie.

Méthode : Comment déterminer une position d'équilibre ?

1. Écrire qu'à l'équilibre : $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}$ et $\sum \overrightarrow{F_{\text{ext}}} = \overrightarrow{0}$.
2. Isoler la longueur du ressort à l'équilibre $\ell_{\text{éq}}$ et l'exprimer en fonction de ℓ_0, m, g et k.
3. Vérifier la cohérence physique :
   — vérifier l'homogénéité de la formule (penser au fait que $[k\ell_{\text{éq}}] = [mg]$;
   — comparer physiquement $\ell_{\text{éq}}$ à ℓ_0, en lien avec l'effet de la masse.

Exercice de cours B   Positions d'équilibre

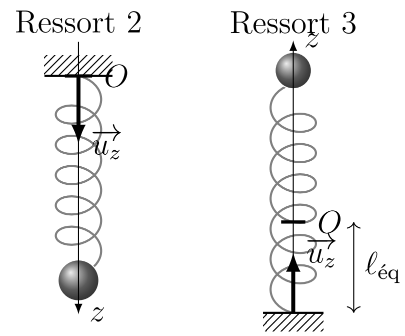
Une masse m est attachée à l'extrémité d'un ressort de longueur à vide ℓ_0 et de constante de raideur k.

Q1. Déterminer la longueur $\ell_{\text{éq}}$ du ressort si celui-ci est horizontal.
On place l'origine de l'axe (Ox) au point d'attache du ressort. En déduire la position d'équilibre $x_{\text{éq}}$.

Q2. Déterminer pour le ressort 2 la longueur du ressort à l'équilibre. Comparer à la longueur à vide.

Q3. Déterminer pour le ressort 3 la longueur du ressort à l'équilibre. Comparer à la longueur à vide.

Q4. En déduire l'expression de la force de rappel en fonction de k, z, m, g et $\overrightarrow{u_z}$.



II.1.d) Équation différentielle

<u>Capacité exigible :</u> **Établir l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique.**

Méthode : Comment établir l'équation du mouvement ?

1. Appliquer le Principe Fondamental de la Dynamique au système étudié et dans le référentiel choisi.
2. Projeter sur l'axe du mouvement et obtenir l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique.
3. L'écrire sous forme canonique :
$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 x(t) = \omega_0^2 x_{\text{éq}}$$
où ω_0 est la **pulsation propre** de l'oscillateur.

Établir l'équation différentielle de l'oscillateur mécanique harmonique

Q1. Énoncer le Principe Fondamental de la Dynamique (2$^{\text{ème}}$ loi de Newton) en référentiel galiléen.

Q2. L'appliquer au système étudié.

Q3. Le mouvement se faisant selon l'axe horizontal (Ox), projeter l'équation précédente selon $\overrightarrow{u_x}$ afin d'obtenir une relation entre $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$ et x : c'est une **équation différentielle**.

Q4. Mettre l'équation différentielle sous la forme canonique : $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 x_{\text{éq}}$ et donner l'expression de ω_0 en fonction de k et m.

Q5. Déterminer la dimension et l'unité (dans le système international) de ω_0.

À retenir : Équation d'un oscillateur harmonique

Un **oscillateur harmonique** est un système dont l'évolution temporelle est régie par une équation différentielle :

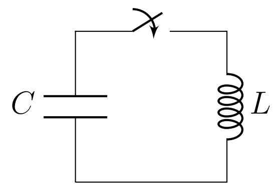
$$\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 s = b$$

où ω_0 est la **pulsation propre** (en rad/s) de l'oscillateur harmonique qui **dépend des caractéristiques intrinsèques du système**.

II.2 Oscillateur électrique : circuit LC

II.2.a) Circuit étudié

On étudie le circuit ci-contre constitué d'un condensateur de capacité C et d'une bobine idéale d'inductance L.
Le condensateur a été préalablement chargé sous une tension E.
À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur, ce qui connecte le condensateur à la bobine en série.



II.2.b) Équation différentielle

Méthode : Comment établir l'équation différentielle d'un circuit électrique ?

On souhaite établir l'équation différentielle vérifiée par une grandeur électrique s (u_c, i, q, ...) :

1. Représenter le circuit électrique étudié, pour $t > 0$, en nommant et fléchant SUR le circuit toutes les tensions et intensités.
2. Lister les grandeurs électriques (tension, intensité) inconnues (qui ont du être représentées sur le circuit précédemment). Le nombre de grandeurs électriques inconnues vous donne le nombre d'équations indépendantes à écrire.
3. Écrire toutes les relations indépendantes possibles :
   - lois des mailles indépendantes (attention aux redondances) ;
   - lois des nœuds (attention aux redondances) ;
   - relations entre intensité et tension pour tous les dipôles.
4. Combiner ces relations entre elles pour ne conserver que la grandeur qui nous intéresse.
5. Mettre l'équation différentielle sous forme canonique d'un oscillateur harmonique :

$$\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 s = b$$

et identifier l'expression de la pulsation propre ω_0 en fonction des composants du circuit.

Établir l'équation différentielle du circuit LC série

Q1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur.

Q2. La mettre sous la forme canonique et identifier la pulsation propre de l'oscillateur électrique.

III Résolution

Capacité exigible : Résoudre l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique compte tenu des conditions initiales.

III.1 Méthodes générales

À retenir : Solution générale de $\ddot{y} + \omega_0^2 y = 0$

La solution générale de l'équation différentielle $\ddot{y} + \omega_0^2 y = 0$ s'écrit

$$\begin{aligned} y_H(t) &= A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) \\ y_H(t) &= Y_m \cos(\omega_0 t + \varphi) \end{aligned}$$

avec $(A, B) \in \mathbb{R}^2$ et $(Y_m, \varphi) \in \mathbb{R}^+ \times [-\pi, \pi]$, les deux constantes d'intégration.

Rq : grâce aux formules de trigo : $Y_m \cos(\varphi) = A$ et $-Y_m \sin(\varphi) = B$; $A^2 + B^2 = Y_m^2$; $\tan(\varphi) = B/A$.

Méthode : Comment résoudre l'équation différentielle $\ddot{y} + \omega_0^2 y = b$?

1. Écrire la solution générale y_H de l'équation homogène (sans second membre : $\ddot{y}_H + \omega_0^2 y_H = 0$) :

$$y_H(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$$

2. Déterminer une solution particulière de l'équation différentielle étudiée, recherchée sous la forme du second membre, constant ici : y_p telle que $\dfrac{\mathrm{d}y_P}{\mathrm{d}t} = 0$, alors $\omega_0^2 y_P = b$
3. Écrire la solution générale comme la somme de la solution homogène et de la solution particulière :

$$\begin{aligned} y(t) &= y_H(t) + y_P \\ y(t) &= A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) + y_P \end{aligned}$$

4. Déterminer les deux constantes d'intégration (A, B) à l'aide des deux conditions initiales $y(t = 0) = y_0$ et $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}(t = 0) = v_0$.
   a) D'après la solution $y(0) = A + \dfrac{b}{\omega_0^2}$, or d'après la CI $y(0) = y_0$. Ainsi $A + \dfrac{b}{\omega_0^2} = y_0$, donc $A = ...$
   b) On calcule $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t) + B\omega_0 \cos(\omega_0 t)$
   Puis on exprimer la valeur en $t = 0$: $\dot{y}(0) = B\omega_0$. Et on en déduit $B\omega_0 = v_0$, d'où $B = ...$
5. Conclure sur l'expression de $x(t)$.

Méthode : Comment tracer l'allure de l'évolution temporelle d'un OH ?

1. **Indiquer les noms des axes** : abscisses et ordonnées.
2. Identifier s'il y a un **terme constant** qui s'ajoute aux termes sinusoïdaux. Si oui, reporter sur le graphe en pointillé ce terme constant en indiquant son nom sur le graphe. C'est autour de cette valeur que va osciller la grandeur.
3. Repérer les **conditions initiales** pour :
   — à partir de $x(0)$ (ou $u_c(0)$, ...) placer convenablement le point de départ (à 0, à la position d'équilibre, au-dessus de la position d'équilibre, en-dessous,...) ;
   — la valeur de la dérivée en 0 indique comment faire partir la courbe (0 : tangente horizontale ; > 0 : croissante ; < 0 : décroissante).
4. Tracer quelques périodes.

III.2 Oscillateur mécanique harmonique

Résolution de l'équation différentielle de l'OH mécanique

Résoudre l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique $\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 x_{\text{éq}}$ en tenant compte des conditions initiales suivantes et représenter $x(t)$ dans les différents cas.

Q1. On étire le ressort depuis sa position d'équilibre d'une distance a et on lâche la masse sans vitesse initiale : $x(0) = x_{\text{éq}} + a$ $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}(0) = 0$

Q2. Depuis la position d'équilibre, on communique une vitesse initiale à la masse : $x(0) = x_{\text{éq}}$ et $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}(0) = v_0$

Q3. $x(0) = x_{\text{éq}} + a$ et $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}(0) = v_0$

Q4. $x(0) = x_{\text{éq}}$ et $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}(0) = 0$

III.3 Oscillateur harmonique électrique

III.3.a) Conditions initiales

Méthode : Comment déterminer les CI dans un circuit du 2^e ordre ?

On a obtenu une équation différentielle du 2e ordre vérifiée par s (tension, intensité, charge, ... ça dépend !), pour la résoudre, il faut déterminer les deux conditions initiales $s(0^+)$ et $\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}(0^+)$:

1. Déterminer les valeurs des intensités et tensions AVANT la fermeture de l'interrupteur.
2. Utiliser la continuité de la tension aux bornes du condensateur (ou de la charge du condensateur) et de l'intensité du courant à travers une bobine, pour déterminer ces valeurs JUSTE APRÈS (à $t = 0^+$) la fermeture de l'interrupteur.
3. Les autres grandeurs électriques à $t = 0^+$ se déterminent en appliquant les relations intensité/tension à $t = 0^+$ et les lois des mailles et des nœuds à $t = 0^+$. En déduire les valeurs de $s(0^+)$ et $\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}(0^+)$.

Conditions initiales

Déterminer les valeurs de u_c, i et $\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}$ à l'instant $t = 0^+$ (juste après la fermeture de l'interrupteur).

III.3.b) Résolution complète

Résolution de l'équation différentielle du circuit LC

Q1. Résoudre l'équation différentielle $\frac{\mathrm{d}^2u_c}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 u_c = 0$ en utilisant les conditions initiales déterminées précédemment.

Q2. Représenter l'allure de u_c en fonction du temps, puis de i.

IV Aspect énergétique

IV.1 Oscillateur harmonique mécanique

IV.1.a) Énergies mises en jeu

À connaître : Énergies mises en jeu

- L'**énergie cinétique** d'un point matériel M de masse m, ayant la vitesse v s'écrit :

$$\mathscr{E}_c = \frac{1}{2}m\left\|\overrightarrow{v}\right\|^2$$

- L'**énergie potentielle de pesanteur** d'un point matériel de masse m, repéré par son altitude z :

$$\mathscr{E}_{\text{pp}} = \pm mgz + K$$

avec « $+$ » si (Oz) est ascendant ; « $-$ » si (Oz) est descendant ; K une constante

- L'**énergie potentielle élastique** d'un point matériel accrochée à un ressort est :

$$\mathscr{E}_{\text{p, élastique}} = \frac{1}{2}k\left(\ell - \ell_0\right)^2 + K'$$

avec K' une constante.
Plus la longueur ℓ du ressort est différente de la longueur à vide ℓ_0, plus l'énergie emmagasinée par le système est importante.

- On appelle **énergie mécanique**, notée $\mathscr{E}_m$, la somme de ses énergies cinétique $\mathscr{E}_c$ et potentielles $\mathscr{E}_p$:

$$\mathscr{E}_m = \mathscr{E}_c + \mathscr{E}_p$$

Toutes les énergies s'expriment en Joule (J), avec $1\ \text{J} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$.

IV.1.b) Conservation de l'énergie mécanique

Capacité exigible : **Réaliser un bilan énergétique.**

Aspect énergétique de l'oscillateur harmonique mécanique

Considérons le cas général d'un oscillateur mécanique horizontal caractérisé par l'évolution de la position au cours du temps $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) + x_{\text{éq}}$.

Q1. Exprimer l'énergie potentielle élastique $\mathscr{E}_{\text{p, élastique}}$ en fonction de X_m, ω_0, φ, k, t.

Q2. Exprimer l'énergie cinétique en fonction de X_m, ω_0, φ, m, t ; puis en fonction de X_m, ω_0, φ, k, t.

Q3. Exprimer l'énergie mécanique en fonction de k et X_m, puis en fonction de m, ω_0 et X_m. Commenter

Q4. Tracer l'allure de l'évolution temporelle des trois énergies avec les conditions initiales : $x(0) = x_{éq} + a$ et $v(0) = 0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

IV.2 Oscillateur harmonique électrique

Bilan de puissance du circuit LC

Q1. Effectuer un bilan de puissance du circuit LC. L'interpréter.

Q2. Représenter l'allure des énergies stockées par le condensateur et la bobine au cours du temps.

V Analogie

	Oscillateur mécanique	Oscillateur électrique LC série
	position $x(t)$	Charge du condensateur $q(t)$
	vitesse $v_x(t) = \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$	Intensité du courant $i(t) = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$
Équation différentielle	$m\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + kx = kx_{\text{éq}}$	$L\dfrac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{q}{C} = 0$
	Constante de raideur du ressort k	Capacité du condensateur $\dfrac{1}{C}$
	Masse m	Inductance L
Pulsation propre	$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$	$\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$
Énergies	$\mathscr{E}_p = \dfrac{1}{2}kx^2$	$\mathscr{E}_{\text{stockée dans C}} = \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C}$
	$\mathscr{E}_c = \dfrac{1}{2}mv_x^2$	$\mathscr{E}_{\text{stockée dans L}} = \dfrac{1}{2}Li^2$