



Thème I. Ondes et signaux (Oscillateurs)

TD n°5 Oscillateurs mécaniques et électriques libres harmoniques

💡 Méthode : Comment travailler des exercices ?

Avant la séance de TD :

- ★ Sur une feuille de brouillon, avec un crayon à la main et le chapitre ouvert sous les yeux.
- ★ Essayer des « trucs » même si cela n'aboutit pas.
- ★ Faire des schémas complets et suffisamment grands.
- ★ Ne rien écrire sur l'énoncé de TD afin de pouvoir refaire les exercices après la correction en classe.
- ★ Réfléchir environ 10 à 15 min sur chaque exercice demandé. Si vous bloquez complètement sur une question/un exercice, passez à la suite au bout de 10 min, et me poser des questions soit directement soit par mail nvalade.pcsi@gmail.com.

Après la séance de TD :

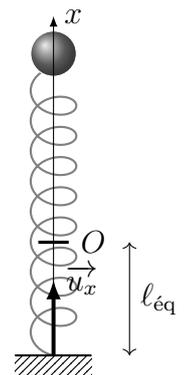
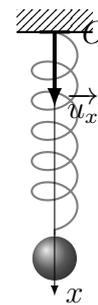
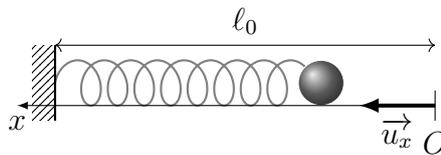
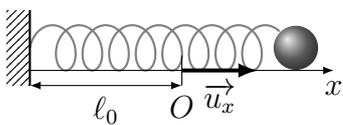
- ★ Refaire les exercices corrigés ensemble, sans regarder le corrigé dans un premier temps.
- ★ Une fois l'exercice terminé ou si vous êtes totalement bloqué, reprendre avec le corrigé.

I Exercices d'application directe du cours

Exercice n°1 Forces de rappel élastique

Pour chaque situation ci-dessous, exprimer la force de rappel élastique en fonction de k , ℓ_0 (ou $\ell_{\text{éq}}$), x et \vec{u}_x .

⚠ On sera très vigilant à \vec{u}_{ext} et à la relation entre ℓ et x (et si besoin d'autres constantes).



Exercice n°2 Circuit LC

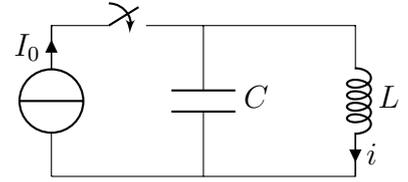
Capacités exigibles :

- ✓ Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique. La résoudre compte tenu des conditions initiales.
- ✓ Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.
- ✓ Réaliser un bilan énergétique.

On étudie le circuit ci-contre.

Pour $t < 0$, le condensateur est déchargé et aucun courant ne circule dans le circuit.

À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur, ce qui connecte le générateur idéal de courant en parallèle avec le condensateur et la bobine.



- Q1. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i .
- Q2. Identifier la pulsation propre du circuit.
- Q3. Déterminer les conditions initiales nécessaires pour résoudre complètement l'équation différentielle.
- Q4. La résoudre compte tenu des conditions initiales.

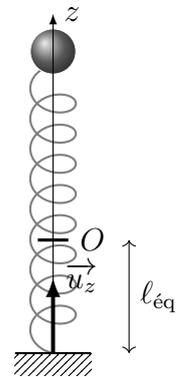
Exercice n°3 Ressort vertical

Capacités exigibles :

- ✓ Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique. La résoudre compte tenu des conditions initiales.
- ✓ Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.
- ✓ Réaliser un bilan énergétique.

On considère le système ci-dessous, une masse m est suspendue à un ressort vertical de constante de raideur k et de longueur à vide l_0 .

L'axe (Oz) est choisi vertical descendant et son origine est située à la position d'équilibre de la masse.



- Q1. Établir l'expression de la longueur du ressort à l'équilibre l_{eq} en fonction de k , m , l_0 et g . Comparer l_{eq} et l_0 .
- Q2. Exprimer la force de rappel élastique en fonction de k , z , l_{eq} , l_0 et \vec{u}_z .
- Q3. Établir l'équation différentielle du mouvement vérifiée par z et la mettre sous forme canonique. Exprimer la pulsation propre ω_0 .
- Q4. Résoudre l'équation du mouvement avec les conditions initiales suivantes : $z(0) = 0$ et $\dot{z}(0) = -v_0 < 0$ et tracer $z(t)$.
- Q5. Représenter l'allure de $z(t)$.
- Q6. Établir l'expression de l'énergie cinétique pour le jeu de conditions initiales précédent.
- Q7. Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur, l'énergie potentielle élastique, puis l'énergie potentielle de M totale en fonction de m , g , k , v_0 , ω_0 et t .
- Q8. Exprimer l'énergie mécanique en fonction de v_0 , m , g et k . Commenter.

II Exercices d'approfondissement

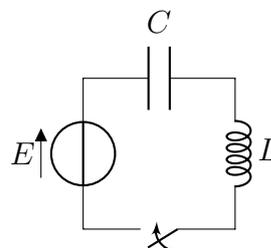
Exercice n°4 Circuit LC

Capacités exigibles :

- ✓ Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique. La résoudre compte tenu des conditions initiales.
- ✓ Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.
- ✓ Réaliser un bilan énergétique.

On étudie le circuit ci-contre. Pour $t < 0$, le condensateur est déchargé.

À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur, ce qui connecte le générateur idéal de fem E constante au condensateur et à la bobine.



- Q1. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant dans le circuit.
- Q2. Identifier la pulsation propre du circuit.
- Q3. La résoudre compte tenu des conditions initiales.
- Q4. En déduire l'expression de la tension aux bornes du condensateur.
- Q5. Représenter les allures de $u_c(t)$ et $i(t)$.

Exercice n°5 Deux ressorts

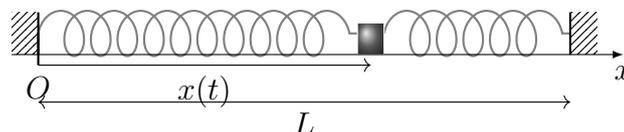
Capacités exigibles :

- ✓ Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique. La résoudre compte tenu des conditions initiales.
- ✓ Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.

Un point matériel M , de masse m , peut se déplacer sur une tige horizontale parallèle à l'axe Ox .

Il est relié à deux ressorts identiques de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 .

La distance entre les deux points d'attache est $L = 2\ell_0$.



- Q1. Exprimer, **en étant très vigilant aux longueurs et aux sens**, les deux forces de rappel élastique qui s'exercent sur $M(m)$. On commencera par les exprimer en fonction des longueurs instantanées $\ell_1(t)$ et $\ell_2(t)$ de chaque ressort, puis en fonction de $x(t)$ et L .
- Q2. Déterminer la position d'équilibre $x_{\text{éq}}$ de la masse M .
- Q3. Établir l'équation différentielle vérifiée par x et la mettre sous la forme canonique $\ddot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 x_{\text{éq}}$. Identifier l'expression de la pulsation propre ω_0 de cet oscillateur. Vérifier l'expression de $x_{\text{éq}}$ avec l'expression déterminée à la question précédente.
- Q4. La résoudre si la masse M est lâchée sans vitesse initiale depuis $x(0) = \frac{L}{2} + x_0$. Représenter les allures de $x(t)$ et de $\dot{x}(t)$.
- Q5. Donner les expressions de l'énergie potentielle élastique des deux ressorts, de l'énergie cinétique du mobile, et de l'énergie mécanique totale $\mathcal{E}_m(t)$ en fonction de k , x_0 , v_0 , ω_0 , L , ℓ_0 , t .

III Résolution de problèmes

Exercice n°6 Ressort inconnu

On considère un ressort dont les caractéristiques (constante de raideur k et longueur à vide ℓ_0) sont inconnues. On accroche une extrémité du ressort à un point fixe et on accroche une masse m , dont on ne connaît pas la valeur, à l'autre extrémité, le ressort s'allonge alors de 10 cm.

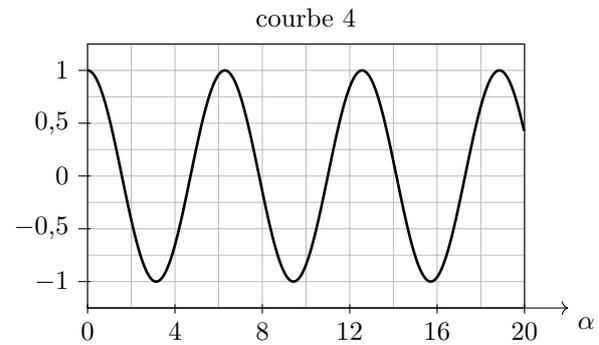
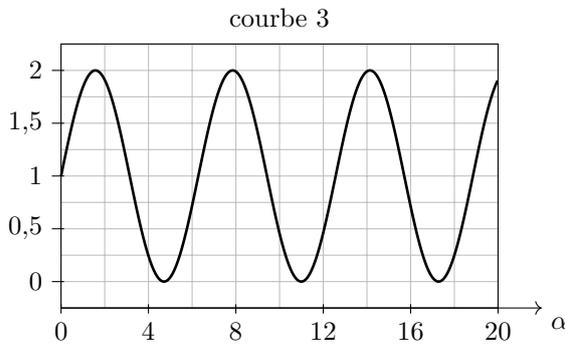
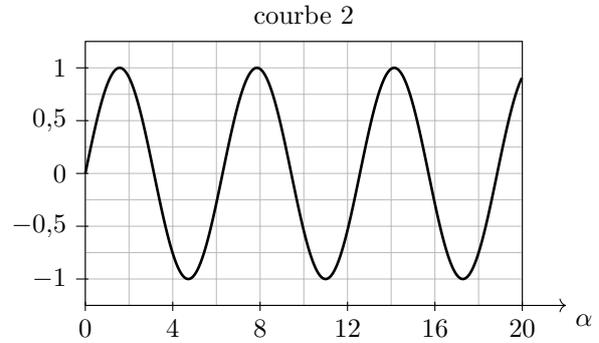
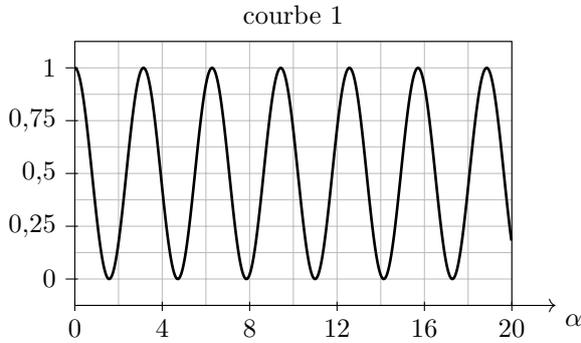
Prévoir la valeur de la période propre des oscillations libres de ce système.

Exercice n°7 Dos d'âne

Un camion de masse $m = 6,0$ tonnes passe au-dessus d'un dos d'âne. Il oscille alors verticalement à la fréquence $f = 1,0$ Hz. Une fois chargé, sa masse a doublé.
Quelle est la nouvelle fréquence d'oscillation après le passage sur le dos d'âne ?

IV Extraits du cahier d'entraînement de physique-chimie

Entraînement 1.5 — Représentations graphiques.



Pour les quatre graphiques ci-dessus, α est exprimé en radians.

Associer chaque fonction à sa courbe représentative.

a) $\sin(\alpha)$

b) $\cos(\alpha)$

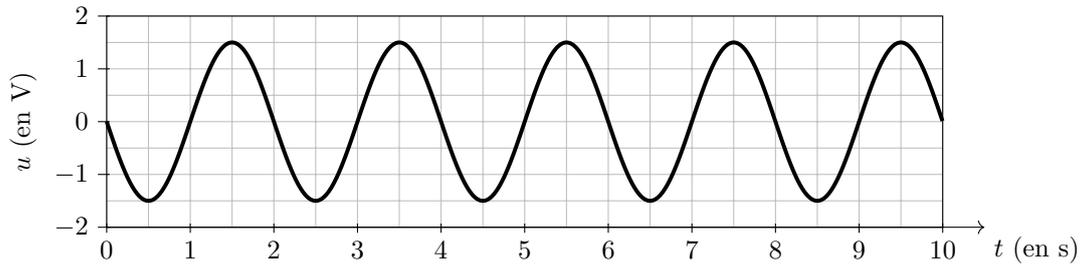
c) $1 + \sin(\alpha)$

d) $\cos^2(\alpha)$

🍏 **Entraînement 1.7 — Paramètres d'un signal sinusoïdal.**



En travaux pratiques, vous faites l'acquisition d'une tension sinusoïdale $u(t) = U_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$ et obtenez l'oscillogramme ci-dessous.



Par lecture graphique ou par le calcul, déterminer :

- | | | | |
|---|----------------------|----------------------------------|----------------------|
| a) l'amplitude U_0 | <input type="text"/> | d) la fréquence f | <input type="text"/> |
| b) la phase à l'origine φ | <input type="text"/> | e) la pulsation ω | <input type="text"/> |
| c) la période T | <input type="text"/> | | |

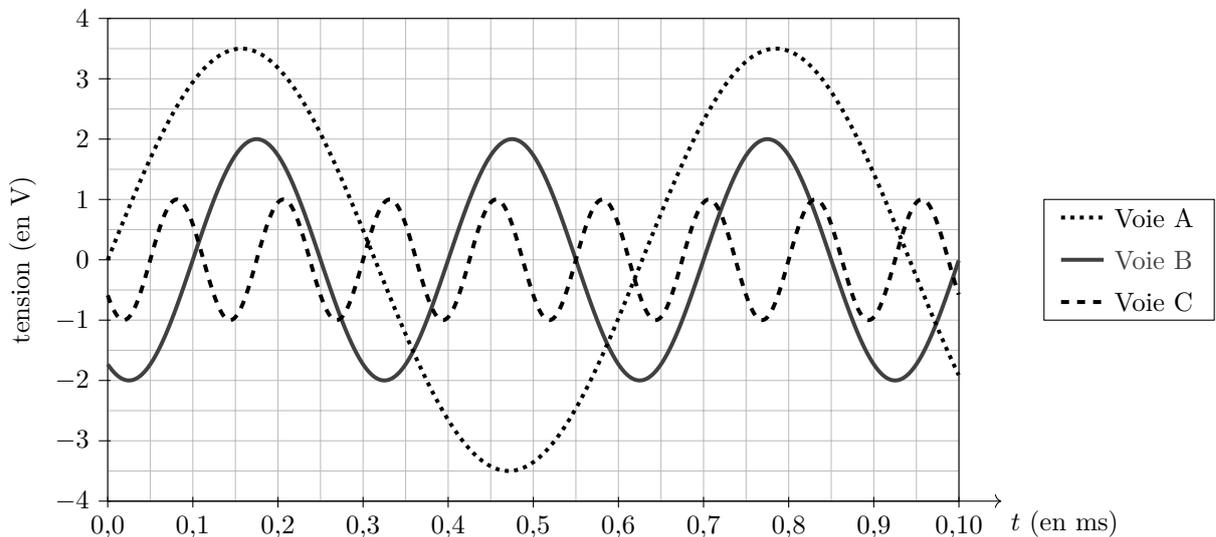
🍏 **Entraînement 1.9 — Qui est qui ?**



En travaux pratiques, vous faites l'acquisition de trois signaux périodiques : $u_1(t)$, $u_2(t)$ et $u_3(t)$.

Malheureusement, vous ne vous souvenez pas quelle voie d'acquisition vous avez utilisée pour chaque signal !

Vous savez que la tension $u_1(t)$ a pour période 300 μs , que la tension $u_2(t)$ a pour fréquence 8,0 kHz et que la tension $u_3(t)$ a pour pulsation $1 \times 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.



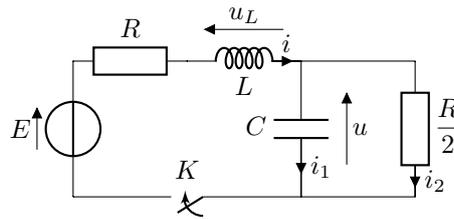
Attribuer chacun des graphes au signal qui lui correspond.

- | | | | | | |
|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|
| a) Voie A | <input type="text"/> | b) Voie B | <input type="text"/> | c) Voie C | <input type="text"/> |
|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|

Entraînement 1.11 — Circuit à deux mailles.



Le circuit suivant, constitué de deux mailles indépendantes, est alimenté par un générateur de tension de fém E constante.



Pour ce circuit, on considère de plus que :

- l'interrupteur K est ouvert pour $t < 0$ et fermé pour $t > 0$;
- le condensateur est initialement déchargé.

Exprimer :

- a) $u(0^+)$
- b) $\frac{du}{dt}(0^+)$
- c) $i(+\infty)$
- d) $u(+\infty)$



Entraînement 1.18 — Équations type « oscillateur harmonique ».



- a) Résoudre $\frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + \omega_0^2 (u_C(t) - E) = 0$ avec $\begin{cases} u_C(0) = 0 \\ \frac{du_C}{dt}(0) = 0 \end{cases}$
- b) Résoudre $\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \omega_0^2 i(t) = 0$ avec $\begin{cases} i(0) = 0 \\ \frac{di}{dt}(0) = \frac{E}{L} \end{cases}$