? À rendre le mercredi 15 novembre 2023

Devoir Maison n°6

Comment chercher un D.M. ?

- Commencer à chercher le DM, **dès le soir de la distribution de l'énoncé**,
- **Avec le chapitre et les exercices ouverts** sous les yeux.
- En cas de blocage, **poser des questions**, à la fin d'un cours ou par mail : `nvalade.pcsi@gmail.com`
- La réponse à un problème de physique doit contenir :
  - des **schémas** grands, clairs et complets ;
  - des **phrases** qui expliquent votre raisonnement ;
  - les calculs **littéraux**, avec uniquement les **grandeurs littérales** définies par l'énoncé (ou par vous-même si elles ne le sont pas par l'énoncé) ;
  - les applications numériques avec un nombre adapté de chiffres significatifs et une **unité**.

Après avoir récupéré votre copie et le corrigé :

- Reprendre votre copie avec le corrigé afin de comprendre vos erreurs, lire les conseils donnés, ...
- Refaire le DM (si besoin) avant le DS suivant.

Travail à effectuer :

- Exercice 1 : Pour tous ;
- Exercice 2 :
  - Les questions non étoilées doivent être traitées par tous.
  - Les questions étoilées peuvent être laissées de côté si vous avez des difficultés.

Exercice n°1 Suspension automobile

Sur un véhicule, les suspensions ont de multiples fonctions. Elles servent notamment :

- à améliorer le confort des occupants ;
- à améliorer la tenue de route en maintenant le contact entre les roues et le sol malgré ses irrégularités (amélioration de la sécurité) ;
- à diminuer l'effet, sur l'ensemble des organes mécaniques, des vibrations et impacts dus aux irrégularités de la route (diminution de l'usure et du risque de rupture).

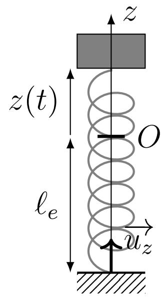
Il existe différents types de suspensions et, dans ce problème, nous nous intéresserons à un type très répandu : les suspensions à ressorts. De manière simplifiée, ces suspensions se composent d'un ressort qui assure la liaison entre les roues (masses non suspendues) et la caisse (masse suspendue) et d'un système d'amortissement.

On étudie un modèle simplifié de suspension automobile composé d'un ressort qui assure la liaison entre les roues (masses non suspendues) et la caisse (masse suspendue).

Pour l'ensemble du problème, le référentiel d'étude est le référentiel terrestre considéré comme galiléen. Le véhicule est soumis au champ de pesanteur terrestre $\overrightarrow{g}$, de norme $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Hypothèses. Tout au long du problème, on considèrera que :

- l'extrémité supérieure du ressort est en contact avec le véhicule et l'extrémité inférieure du ressort est reliée à une roue qui se trouve en contact avec le sol ;
- la roue reste en contact avec le sol à tout instant ;
- les dimensions de la roue sont telles qu'on la suppose ponctuelle de sorte qu'elle suit parfaitement le profil de la route, y compris lorsque le sol n'est pas plat.



Le véhicule à vide (masse suspendue) est assimilé à une masse $m = 1,0.10^3$ kg.
La suspension est constituée d'un ressort de masse négligeable, de raideur $k = 1,0.10^5\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$ et de longueur au repos ℓ_0.
La position du véhicule est repérée par sa coordonnée $z(t)$, l'axe Oz étant vertical, orienté vers le haut et muni d'un vecteur unitaire $\overrightarrow{u_z}$.
L'origine de l'axe z est choisie au niveau de la position d'équilibre de la masse m.
On fera bien attention à cela !

On suppose que la suspension décrite comporte un dispositif qui exerce sur le véhicule de masse m, une force d'amortissement visqueux donné par $\overrightarrow{F} = -h\overrightarrow{v}$ où $\overrightarrow{v}$ représente le vecteur vitesse verticale du véhicule par rapport à la route et h un coefficient appelé coefficient de frottement fluide.

Q1. Déterminer proprement l'unité de h dans le système international.

Q2. Établir l'expression de la longueur du ressort ℓ_e à l'équilibre en fonction de m, g, k et ℓ_0.

Q3. Établir l'équation différentielle vérifiée par la coordonnée $z(t)$ au cours du temps.
L'écrire sous forme canonique :

$$\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 z = 0$$

Identifier les expressions de ω_0 et Q. Comment s'appellent ces grandeurs ? Quelles sont leurs unités ?

Q4. Rappeler les conditions sur le facteur de qualité, pour que la suspension se trouve respectivement dans les régimes pseudo-périodique, critique et apériodique.
En déduire les conditions portant sur les paramètres m, k et h pour que la suspension se trouve respectivement dans les régimes pseudo-périodiques, critique et apériodique.

Q5. Résoudre complètement l'équation différentielle dans le cadre du régime critique pour les mêmes conditions initiales que précédemment : $z(0) = -a$ et $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}(0) = 0$.
Quel est l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire critique ?

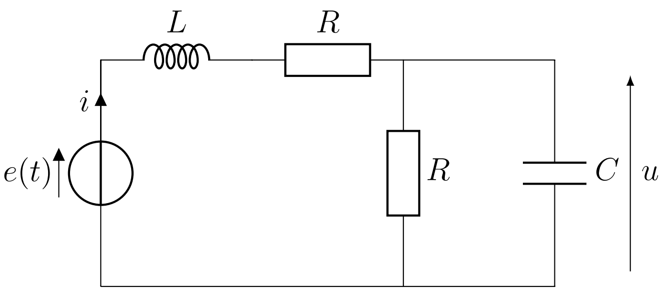
Q6. Représenter l'allure de $z(t)$.

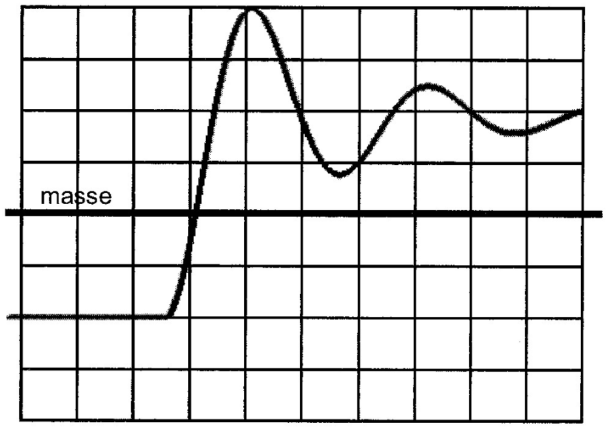
Q7. Si l'amortissement est tel que la suspension se trouve en régime critique lorsque le véhicule est à vide, dans quel régime se trouve-t-il lorsque le véhicule est en charge ? Justifier qualitativement la réponse.

Q8. Dès lors, comment choisir la valeur de l'amortissement pour que le véhicule ne soit pas en régime pseudo-périodique même lorsqu'il est chargé ? Justifier qualitativement la réponse.

Exercice n°2 Étude d'un circuit RLC

On considère le circuit électrique ci-dessous alimenté par un échelon de tension de valeur E : pour $t < 0$, $e(t) = 0$ et pour $t > 0$, $e(t) = E$. Le condensateur était initialement déchargé.





1 div = 200 µs

On fournit la courbe de $u(t)$ ci-contre.

Q1. Déterminer, <u>en justifiant très proprement</u> la réponse, les valeurs de $u(0^+)$ et $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}(0^+)$.

Q2. Par étude du circuit en régime permanent, exprimer $u(\infty)$, la valeur de $u(t)$ lorsque t tend vers l'infini, en fonction des données (E et R).

Q3. * Établir l'équation différentielle vérifiée par u pour $t > 0$, et l'écrire sous la forme

$$\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u = \omega_0^2 u(\infty)$$

Exprimer ω_0 et Q en fonction de L, C et R

Vérifier la cohérence de l'expression de $u(\infty)$ avec la question Q2.

Q4. Quel type de régime transitoire est observé ? Quelle condition cela impose-t-il sur Q ?

Q5. Déterminer complètement l'expression de u en utilisant les conditions initiales.

Q6. Exprimer la pseudo-période T en fonction de ω_0 et Q.

Q7. Déterminer graphiquement la valeur de la pseudo-période et la valeur du décrément logarithmique défini par $\delta = \ln\left(\dfrac{u(t) - u(\infty)}{u(t+T) - u(\infty)}\right)$.

Q8. * Établir l'expression de δ en fonction de Q, ω_0 et T.

Puis montrer que l'on peut exprimer δ en fonction de Q uniquement sous la forme : $\delta = \dfrac{2\pi}{\sqrt{4Q^2 - 1}}$

Q9. À partir des lectures graphiques, déterminer la valeur numérique de Q puis de ω_0.