Sujet n°1 Elouan

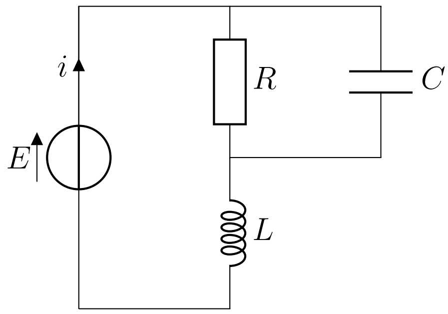
Question de cours

Oscillateur mécanique constitué d'une masse m accrochée à l'extrémité d'un ressort vertical et amorti par une force de frottement fluide $\overrightarrow{f} = -\alpha\overrightarrow{v}$.

- Établir l'équation différentielle et la mettre sous forme canonique en identifiant ω_0 et Q.
- Pour $m = 100$ g, $k = 10\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$ et $\alpha = 1\ \mathrm{kg \cdot s^{-1}}$, déterminer la solution générale de l'équation différentielle.
- Représenter l'évolution temporelle de $z(t)$ si $z(0) = z_{\text{éq}}$ et $\dot{z}(0) = -v_0$ (avec $v_0 > 0$).

Exercice n°1

Considérons le circuit représenté ci-contre, où le condensateur est initialement déchargé. Le générateur fournit un échelon de tension, en passant de 0 à E à $t = 0$.



Q1. Établir l'équation différentielle vérifiée par le courant i.

Q2. L'écrire sous forme canonique en introduisant deux grandeurs ω_0 et Q que l'on interprétera.

Q3. Expliquer qualitativement l'expression du facteur de qualité.

Q4. Donner la valeur du courant i et de sa dérivée à l'instant initial.

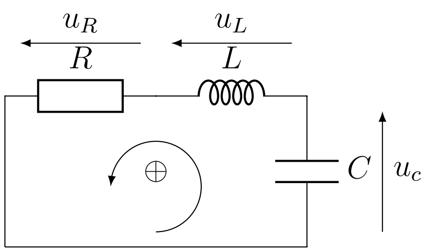
Q5. En supposant $Q = 2$, déterminer l'expression de $i(t)$ et tracer son allure.

Sujet n°2 Loris

Question de cours

On étudie le régime libre du circuit RLC série : le condensateur a été préalablement chargé sous la tension U_0 (pour $t < 0$).

À $t = 0$ on connecte le condensateur en série avec une résistance et une bobine supposée idéale (autrement dit, on ferme l'interrupteur), et on étudie l'évolution des grandeurs électriques du circuit pour $t > 0$.



— Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur et la mettre sous forme canonique en identifiant ω_0 et Q.

— Pour $R = 100\ \Omega$, $L = 100$ mH et $C = 100$ nF, déterminer la solution générale de l'équation différentielle.

— Représenter l'évolution temporelle de u_c.

Exercice n°1 Zébulon

Le petit Thomas se désespère : son jouet favoris, Zébulon, personnage monté sur ressort, n'oscille plus aussi bien qu'avant. Zébulon (masse $m = 0.20\,\mathrm{kg}$) est relié au sol par l'intermédiaire d'un ressort de raideur initiale $k = 15\,\mathrm{N\,m^{-1}}$ et de longueur à vide l_0. De plus Zébulon est soumis à une force de frottement fluide $\overrightarrow{F} = -h\overrightarrow{v}$. On note Oz l'axe vertical ascendant, Zébulon est repéré par sa cote z par rapport au sol horizontal.

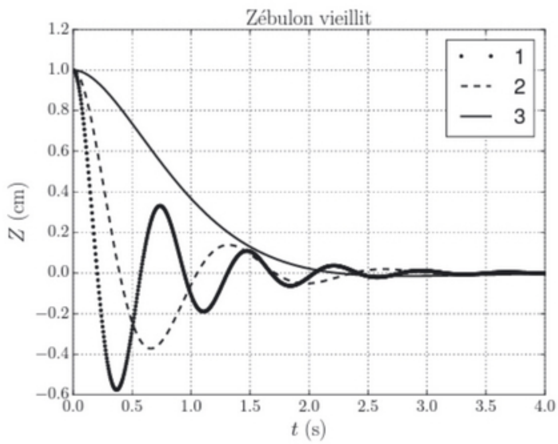
1. Quelle est l'unité de h ? Quelles sont les actions mécaniques auxquelles est soumis Zébulon ?

2. Déterminer la position d'équilibre z_{eq} de Zébulon.

3. Déterminer l'équation du mouvement de Zébulon vérifiée par z.

4. On pose $Z(t) = z(t) - z_{eq}$. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $Z(t)$, on en déterminera l'éventuelle pulsation propre et facteur de qualité.

Les courbes ci–contre montrent l'évolution des oscillations de Zébulon à mesure qu'il prend de l'âge.



5. Déduire de l'examen de ces courbes, lequel des deux paramètres m ou k est affecté par le vieillissement de Zébulon. Ce paramètre croît–il ou décroît–il avec l'âge de Zébulon ?

Pour un régime pseudo–périodique, on définit le décrément logarithmique

$$\delta = \ln \frac{Z(t)}{Z(t+T)}$$

où T est la pseudo–période des oscillations.

6. En utilisant le décrément logarithmique et les courbes précédentes, déterminer la valeur du coefficient de frottement h.

Sujet n°3 Gaspard

Question de cours

On donne l'équation différentielle du RLC série en réponse à un échelon de tension (condensateur initialement déchargé, à $t = 0$, on allume le générateur)

$$LC\frac{\mathrm{d}^2u_c}{\mathrm{d}t^2} + RC\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + u_C = E$$

- La mettre sous forme canonique en identifiant ω_0 et Q.
- Pour $R = 200\ \Omega$, $L = 100$ mH et $C = 10\ \mu$F, déterminer la solution de l'équation différentielle.
- Représenter l'évolution temporelle de u_c.

Exercice n°1 Suspension d'un véhicule

On considère un véhicule de masse m. Le système de suspension de ce véhicule peut être représenté par l'association d'un ressort, de constante de raideur k et de longueur à vide l_0, et d'un amortisseur provoquant une force de frottement de type fluide $\overrightarrow{f} = -\lambda\overrightarrow{v}$. Toute autre source de frottements est négligée.

1. Faire trois schémas : l'un pour le système à vide à l'équilibre, le deuxième pour le système à l'équilibre et le troisième pour le système à un instant quelconque.

2. On néglige le poids du système de suspension et des roues. Déterminer la relation entre la longueur à vide et la longueur d'équilibre du ressort du système.

3. Établir l'équation différentielle du mouvement vertical du véhicule lorsqu'il est écarté de sa position d'équilibre.

4. Déterminer le coefficient λ pour que le régime d'amortissement soit critique.

5. L'usure des amortisseurs due au temps entraîne une diminution du coefficient λ d'un cinquième de sa valeur initiale :

$$\lambda' = \lambda\left(1 - \frac{1}{5}\right)$$

Qualifier le régime d'amortissement dans ce cas.

6. Un trou dans la chaussée écarte le ressort de sa position d'équilibre d'une longueur h_0. En considérant que la vitesse verticale est nulle en h_0, résoudre l'équation différentielle régissant l'évolution du mouvement vertical du véhicule.

7. Déterminer le temps nécessaire pour que les oscillations du véhicule deviennent négligeables.

Applications numériques : $m = 800$kg ; $k = 31000\,\mathrm{N.m^{-1}}$; $l_0 = 50$cm. On considérera les oscillations du véhicule négligeables lorsque leur amplitude maximale est divisée par un facteur e^{10}.