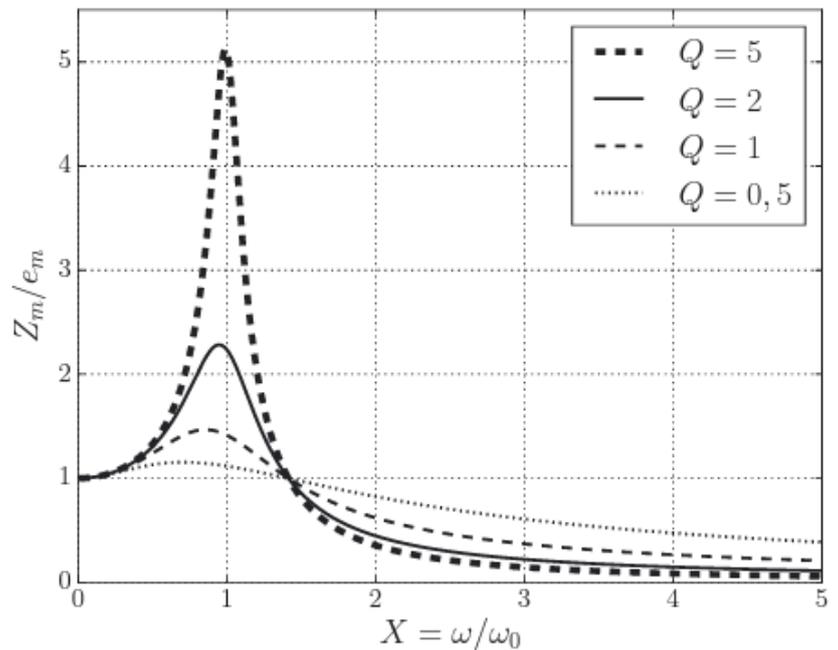
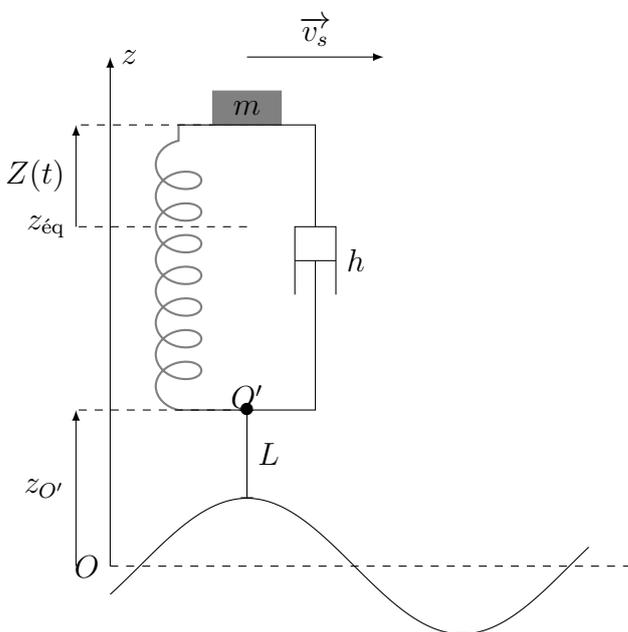


Thème I. Ondes et signaux TD n°7 Oscillateurs amortis en RSF

Exercice n°1 Skieur

Marc est un skieur peu expérimenté. Parvenant en bas de piste sur une portion horizontale présentant des ondulations assez marquées creusées par les dameuses, il ralentit fortement, se raidit et a la désagréable impression de se faire secouer. En observant autour de lui, il remarque que des skieurs qui vont vite ou qui sont souples sur leurs jambes passent le champ de bosses sans désagrément observable. Nous allons tenter d'expliquer ce phénomène.

Dans le cadre d'une modélisation simple, le skieur est assimilé à un corps de masse M et chacune de ses jambes est représentée par un ressort, de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 , en parallèle avec un amortisseur de coefficient d'amortissement h . Chaque jambe porte la masse $m = M/2$. On prendra $M = 80$ kg et $k = 3,0 \cdot 10^2$ N · m⁻¹.



Le skieur, animé d'un mouvement horizontal rectiligne uniforme de vitesse $\vec{v}_s = v_s \vec{u}_x$, glisse sur une piste dont le profil impose au centre O' d'un de ses genoux une cote $z_{O'}(t) = L + E_m \cos\left(\frac{2\pi v_s t}{\lambda}\right)$.

On repère le mouvement vertical de m par sa cote $Z(t)$ comptée à partir de sa position d'équilibre quand le skieur est au repos et que $z_{O'} = L$. On admet que la force exercée par l'amortisseur sur m est donnée par $\vec{f} = -h \left(\frac{dz}{dt} - \frac{dz_{O'}}{dt} \right) \vec{u}_z$.

Q1. Déterminer la position z_{eq} à l'équilibre.

Q2. Déterminer dans le référentiel terrestre \mathcal{R} supposé galiléen l'équation du mouvement vertical de la masse m , vérifiée par $Z(t)$.

Q3. L'écrire sous la forme $\ddot{Z} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{Z} + \omega_0^2 Z = \omega_0^2 \cos(\omega t) + \frac{\omega_0}{Q} \omega \sin(\omega t)$ et identifier ω , ω_0 et Q .

Q4. Justifier que l'on peut écrire, en régime forcé, $Z(t) = Z_m \cos(\omega t + \varphi)$.

Q5. Montrer que l'amplitude du skieur s'écrit $Z_m = \frac{\sqrt{1 + \frac{X^2}{Q^2}}}{\sqrt{(1 - X^2)^2 + \frac{X^2}{Q^2}}} E_m$, avec $X = \frac{\omega}{\omega_0}$.

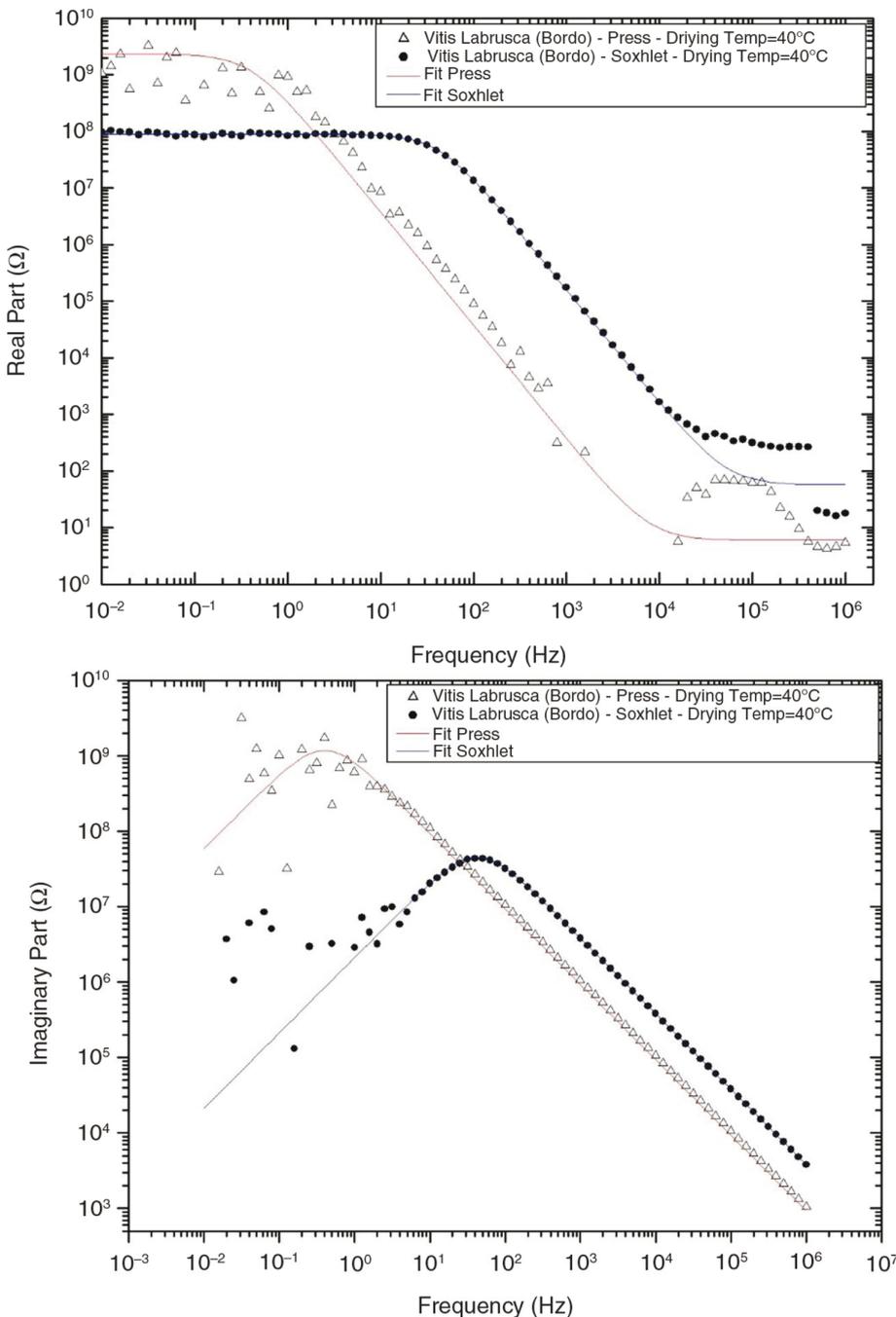
Q6. Le graphe ci-dessus montre l'évolution du rapport $\frac{Z_m}{E_m}$ en fonction de X pour plusieurs valeurs de Q . Commenter les observations de Marc.

Exercice n°2 Contrôle de qualité d'huiles de pépins de raisin

Les documents présentés ci-dessous sont tirés de l'article intitulé « Influence de la température de l'indice de réfraction et de l'impédance électrique de pépins de raisin (*Vitis vinifera*, *Vitis labrusca*) huiles extraites par Soxhlet et pressage mécanique » publié par Vieira DS, M. Menezes, Gonçalves G., H. Mukai, Lenzi EK, Pereira NC, Fernandes PRG en 2015.

L'étude propose différentes méthodes de contrôle de qualité d'huiles de pépins de raisin. L'une d'entre elles utilise la mesure de l'impédance électrique d'un échantillon d'huile. Les graines étudiées ont été collectées à partir de vignobles situés dans deux villes du sud du Brésil. Dans les deux procédés d'extraction, les graines ont été séchées à 40 °C et à 80°C, respectivement, avant l'extraction de l'huile.

Une partie des résultats expérimentaux obtenus est proposée ci-dessous (la partie réelle et la partie imaginaire sont représentées en fonction de la pulsation) :



Dans l'article, une modélisation électrique du système est proposée et fait intervenir trois composants : deux résistances R_1 et R_2 et un condensateur de capacité C_1 . L'article propose les résultats suivants :

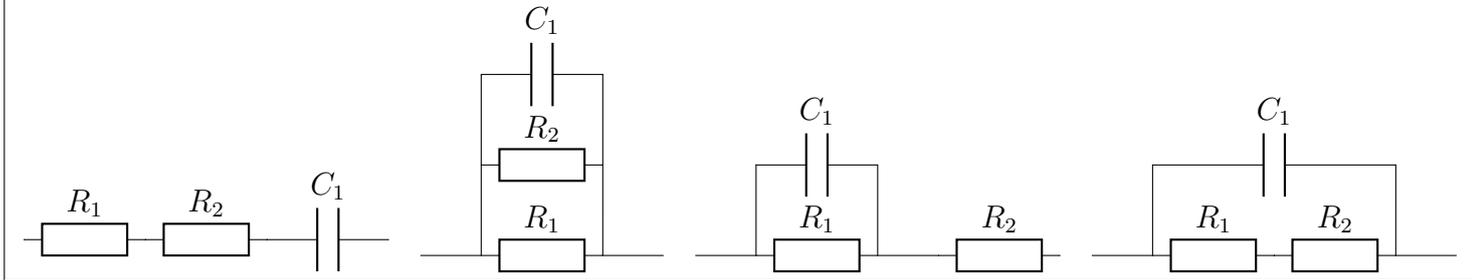
Méthode d'extraction	Type de pépins de raisin	Température de séchage (° C)	Paramètres d'ajustement obtenus avec circuit électrique équivalent monté sur des données expérimentales à 20 ° C		
			R_1 (Ω)	C_1 (F)	R_2 (Ω)
Soxhlet	<i>Vitis labrusca</i> (Bordo)	40	$8,98 \times 10^7$	$4,18 \times 10^{-11}$	56.99
		80	$1,17 \times 10^7$	$2,42 \times 10^{-10}$	4.02
	<i>Vitis vinifera</i> (Cabernet)	40	$3,78 \times 10^7$	$3,46 \times 10^{-11}$	91.62
		80	$1,9 \times 10^7$	$8,09 \times 10^{-11}$	50.69
Pressage mécanique	<i>Vitis labrusca</i> (Bordo)	40	$2,34 \times 10^9$	$1,70 \times 10^{-10}$	5,96
		80	$1,95 \times 10^9$	$4,82 \times 10^{-11}$	55.95
	<i>Vitis vinifera</i> (Cabernet)	40	$2,76 \times 10^9$	$3,95 \times 10^{-11}$	110,4
		80	$1,96 \times 10^9$	$4,35 \times 10^{-11}$	90.32

Proposer un dipôle équivalent au système et rendre compte des résultats expérimentaux. Retrouver les valeurs des composants utilisés dans un cas que vous préciserez. Comparez aux résultats publiés.

« Coups de pouce »

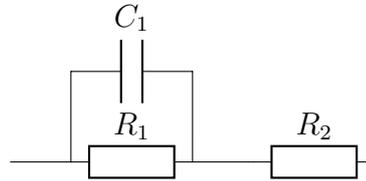
Q1. Pour la modélisation proposée, trouver les quatre possibilités d'association sont possibles.

Q2. Les quatre associations possibles :



Q3. Parmi les quatre possibilités d'association, trois peuvent être éliminés en utilisant le comportement asymptotique du condensateur et les graphes fournis

Q4. La seule association qui puisse convenir est :



Q5. Pour la seule association qui convienne :

établir l'expression de l'impédance équivalente, en séparant partie réelle et partie imaginaire.

Étudier les comportements asymptotiques et faire le lien avec les graphes pour en déduire les valeurs des trois composants.

Q6. Du comportement de la partie réelle à BF et à HF vous pouvez en déduire les deux résistances.

Déterminer les asymptotes de la partie imaginaire à BF et HF justifier qu'elles se croisent en $\omega_1 = \frac{1}{R_1 C_1}$ et en déduire C_1 .