

? Lundi 4 décembre 2023

Devoir Surveillé n°5 (1) – Durée : 2 heures

La calculatrice est AUTORISÉE.

⚠ Consignes à respecter

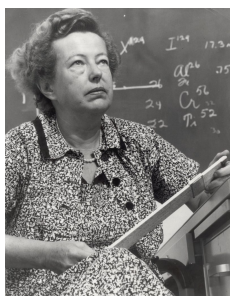
- Lire la totalité de l'énoncé et commencer par les exercices les plus abordables.
- Présentation de la copie :
 - Prendre une **nouvelle copie double pour chaque exercice**.
 - Tirer un **trait horizontal** à travers toute la copie **entre chaque question**.
 - Encadrer les expressions littérales et souligner les résultats numériques.
 - **Numéroter les pages** sous la forme x/nombre total de pages.
- Rédaction :
 - Faire des **schémas** grands, beaux, complets, lisibles.
 - **Justifier** toutes vos réponses.
 - Applications numériques : nombre de **chiffres significatifs adapté** et avec une **unité**.

Ce sujet comporte 4 exercices totalement indépendants qui peuvent être traités dans l'ordre souhaité. L'énoncé est constitué de 7 pages.

RENDRE LA PREMIÈRE FEUILLE DE L'ÉNONCÉ AVEC VOTRE COPIE

NOM : _____ Prénom : _____

Exercice n°0 Quel est le point commun entre ces femmes ?



Exercice n°1 Questions de cours : les filtres (~ 15 min)

Répondre directement sur l'énoncé pour les questions de cet exercice.

Q1. Quelle est la définition du gain d'un filtre :

☐ $G = \frac{u_s}{u_e}$
 ☐ $G = \left| \frac{u_s}{u_e} \right|$
 ☐ $G = \left| \frac{u_s}{u_e} \right|$
 ☐ $G = 20 \log \left| \frac{u_s}{u_e} \right|$

Q2. Quelle est la définition du gain en décibel d'un filtre :

☐ $G_{dB} = \frac{|u_s|}{|u_e|}$
 ☐ $G_{dB} = \left| \frac{u_s}{u_e} \right|$
 ☐ $G_{dB} = 20 \log \left| \frac{u_s}{u_e} \right|$
 ☐ $G_{dB} = 20 \log \left(\frac{u_s}{u_e} \right)$

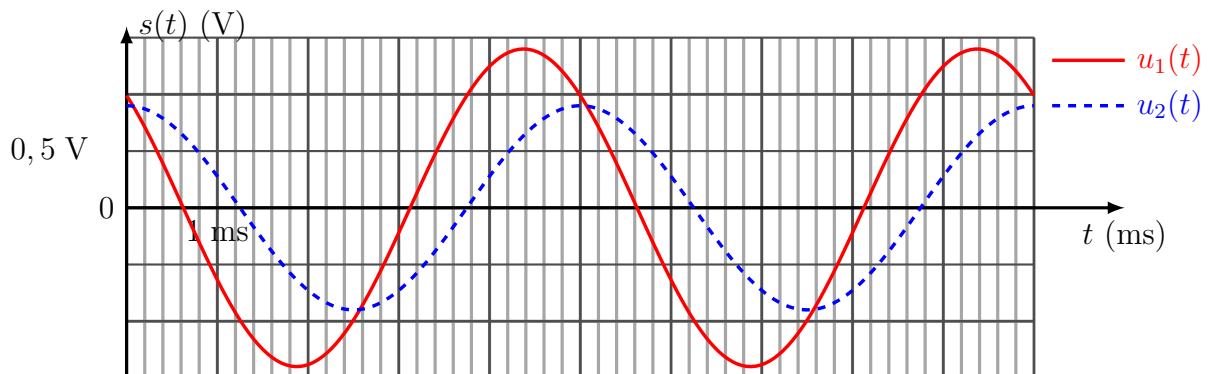
Q3. La phase d'un filtre correspond :

- ☐ Au déphasage du signal d'entrée par rapport au signal de sortie.
☐ Au déphasage du signal de sortie par rapport au signal d'entrée.
☐ À l'argument de la fonction de transfert.
☐ À l'opposé de l'argument de la fonction de transfert.

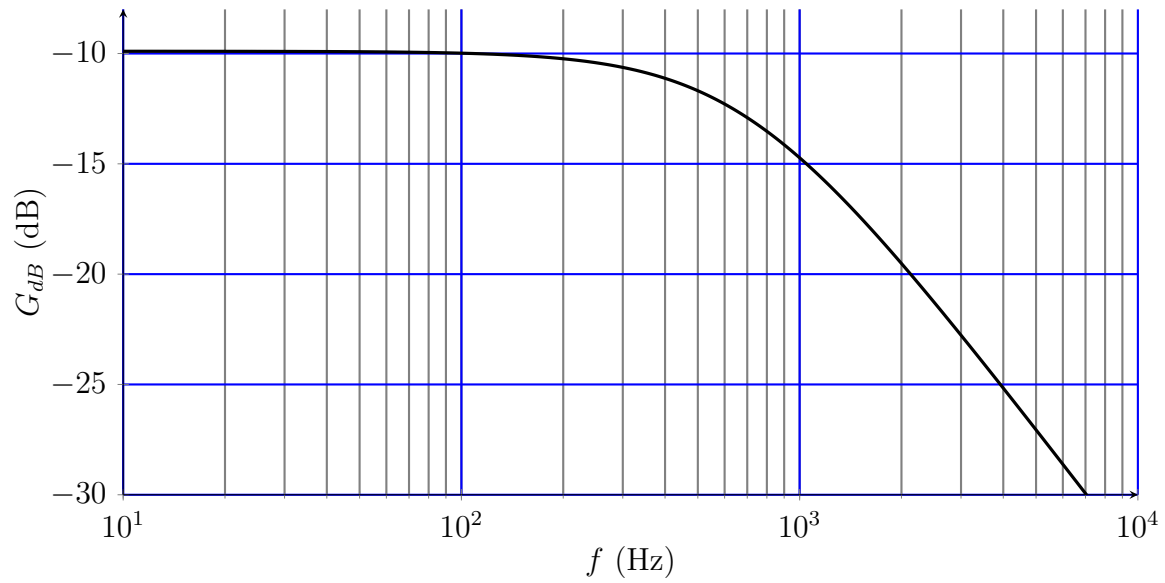
Q4. Une pulsation de coupure d'un filtre peut être définie comme la pulsation ω_c telle que :

☐ $|H(\omega_c)| = |H|_{\max} - 3$
 ☐ $|H(\omega_c)| = |H|_{\max} - 20$
 ☐ $|H(\omega_c)| = \frac{|H|_{\max}}{3}$
 ☐ $|H(\omega_c)| = \frac{|H|_{\max}}{\sqrt{2}}$
☐ $G_{dB}(\omega_c) = G_{dB,\max} - 3$
 ☐ $G_{dB}(\omega_c) = G_{dB,\max} - 20$
 ☐ $G_{dB}(\omega_c) = \frac{G_{dB,\max}}{3}$
 ☐ $G_{dB}(\omega_c) = \frac{G_{dB,\max}}{\sqrt{2}}$

Q5. Déterminer le déphasage de u_2 par rapport à u_1 .



On donne le diagramme de Bode d'un filtre ci-dessous.



Q6. Quelle est la nature de ce filtre ?

Q7. Que vaut la fréquence de coupure de ce filtre ?

Q8. Que vaut le gain en décibel à 3000 Hz ?

Exercice n°2 Questions sur les TP (~ 10 min)

Cet exercice sera traité directement sur l'énoncé.

On souhaite mesurer la constante de raideur d'un ressort en mesurant sa longueur à l'équilibre pour différentes masses et sa longueur à vide. On obtient les mesures suivantes, et on en déduit les valeurs de k .

```
1 l0=13.6*10**-2 # m
2 m=np.array([50,100,150,200,250,300,70,170])*10**-3 # kg
3 leq=np.array([15.1,16,17.1,18.5,19.9,21.4,15.6,17.6])*10**-2 # m
4 k=m*9.81/(leq-l0)
5 print(k)
6 [32.7 40.875 42.04285714 40.04081633 38.92857143 37.73076923
7 34.335 41.6925 ]
```

Q9. Écrire les trois lignes de codes permettant d'obtenir la valeur moyenne, l'écart-type et l'incertitude-type sur la moyenne.

```
1 k_moy= ..... # valeur moyenne
2
3 s_k= ..... # écart-type
4
5 u_k= ..... # incertitude-type sur la moyenne
```

On obtient pour la valeur moyenne 38,54318926609106 unitéSI et pour l'écart-type 1,2138069162826393 unitéSI.

Q10. Écrire le résultat de l'expérience. On n'oubliera pas d'indiquer précisément l'« unité SI ».

Le constructeur du ressort annonce pour la constante de raideur la valeur $39 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ avec une précision de $0,5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

Q11. Que vaut l'incertitude-type sur la valeur annoncée par le constructeur ?

Q12. En déduire l'écart normalisé (ou z-score) entre les deux valeurs de k et conclure.

Exercice n°3 Étude parasismique d'un gratte-ciel (~ 1 heure)

La construction parasismique (ou anti-sismique) regroupe l'étude du comportement des bâtiments et structures sujets à un chargement dynamique du type sismique et la réalisation de bâtiments et infrastructures résistant aux séismes. Les objectifs principaux de la construction parasismique sont de comprendre l'interaction entre les bâtiments ou autres infrastructures de génie civil et le sol ; prévoir les conséquences potentielles des tremblements de terre et, finalement, concevoir et construire des structures résistant aux tremblements de terre, conformément aux normes de construction locales.

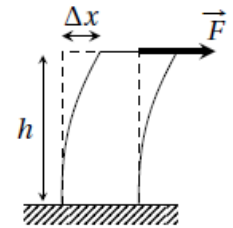
Les tremblements de terre représentent des sources très énergétiques (un gros séisme libère une énergie qui peut être 2 ordres de grandeur au-delà de celle des plus importantes explosions nucléaires) et les mouvements associés aux ondes élastiques se propageant dans le manteau peuvent être mesurés à la surface. Les plus gros tremblements de Terre excitent un spectre très large de vibrations allant de $3,0 \cdot 10^{-4}$ Hz à 20 Hz. Dans cette gamme de fréquence, on distingue classiquement les ondes longue-période, de fréquence inférieure à 0,1 Hz, et les ondes courte-période, de fréquence supérieure à 1 Hz.

De part leur très grande taille, les gratte-ciels sont des bâtiments particulièrement sensibles aux séismes et une étude dynamique de leurs propriétés est nécessaire. Nous allons appuyer notre étude sur le Burj Khalifa, situé à Dubaï aux Émirats arabes unis, qui est depuis 2009 la plus haute tour du monde, avec ces 830 mètres.

Sa structure est basée sur un ensemble de poutres en acier représentant une masse totale de $m \approx 4000$ tonnes sur une hauteur maximale de $h \approx 800$ mètres.

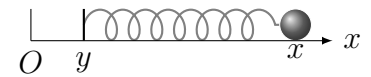
Modélisation simple de l'élasticité du bâtiment

On considère un gratte-ciel de hauteur h et on souhaite étudier le déplacement horizontal de son sommet, repéré par son abscisse $x(t)$.



On modélise le sommet du gratte-ciel par un point matériel de masse $m \approx 4000$ tonnes, repéré par son abscisse x sur un axe horizontal, et la force de cisaillement par une force de rappel élastique $\vec{F}_{el}$ associée à un ressort de raideur $k = 8 \cdot 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ et **de longueur à vide nulle**.

Pour modéliser le tremblement de terre, on considère que le point d'attache du ressort n'est pas fixe et se déplace sinusoïdalement sur l'axe horizontal. Sa position est repérée par l'abscisse $y(t) = y_0 \cos(\omega t)$, avec $y_0 = 1 \text{ cm}$.



Le poids, bien que non négligeable, est compensé par la réaction du sol et les deux forces n'interviennent pas dans la direction horizontale.

Q13. Donner l'expression de la longueur $\ell(t)$ du ressort en fonction de $x(t)$ et $y(t)$. En déduire l'expression de la force de rappel élastique $\vec{F}_{el}$.

Prise en compte de la dissipation d'énergie par les poutres

Une quantité énorme d'énergie est dissipée par les interactions métalliques lors de la flexion d'une poutre. Pour modéliser cette dissipation d'énergie, on ajoute une force de frottement qui s'oppose à la vitesse $\vec{F} = -\lambda \frac{dx}{dt} \vec{u}_x$, avec $\lambda = 10^6 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$.

Q14. Établir l'équation du mouvement vérifiée par $x(t)$ et la mettre sous forme canonique

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x} + \omega_0^2 x(t) = \omega_0^2 y(t)$$

On identifiera les expressions de ω_0 et Q en fonction de λ , m et k .

Pour trouver la solution particulière de cette équation, on se place en régime sinusoïdal forcé à la pulsation ω . On introduit la grandeur complexe $\underline{y}(t) = y_0 e^{j\omega t}$ et on cherche une solution complexe de la forme $\underline{x}(t) = x_0 e^{j(\omega t + \varphi)} = \underline{x}_0 e^{j\omega t}$ pour laquelle on introduit l'amplitude complexe $\underline{x}_0 = x_0 e^{j\varphi}$.

Q15. Montrer que l'amplitude complexe des oscillations s'exprime

$$\underline{x}_0(\omega) = \frac{y_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

Q16. Déterminer les équivalents de $\underline{x_0}(\omega)$ à basses et hautes fréquences. Que signifie « basse fréquence » et « haute fréquence » ?

En déduire les valeurs de l'amplitude x_0 et du déphasage φ de x par rapport à y à basse et haute fréquences.

Q17. Montrer que l'amplitude admet un maximum lorsque $Q > \frac{\sqrt{2}}{2}$. Établir l'expression de la pulsation ω_r à laquelle cette résonance intervient.

Q18. Tracer l'allure de $x_0(\omega)$ lorsque $Q = 2$ et $Q = 0,5$.

On se place dans le cas où la résonance existe et on suppose que l'amplitude la pulsation de résonance ω_r est peu différente de la pulsation ω_0 .

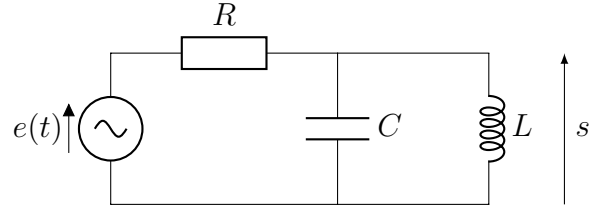
Q19. Établir l'expression de l'amplitude $x_0(\omega_0)$ en fonction de y_0 et Q .

Q20. Quelle valeur maximale du facteur de qualité permet de s'assurer que l'amplitude des vibrations du sommet ne dépasse pas 10 cm (pour une amplitude du tremblement de terre de 1 cm) ? En déduire la valeur minimale coefficient de frottement λ .

Quelle valeur minimale de λ permet d'annuler la résonance ?

Exercice n°4 Étude d'un circuit en RSF (~ 30 min)

On étudie le circuit ci-contre alimenté par une source idéale de tension de fem $e(t) = E \cos(\omega t)$.
En régime sinusoïdal forcé, la tension s s'écrit sous la forme $s(t) = S \cos(\omega t + \varphi)$.



- Q21. À l'aide des comportements asymptotiques des dipôles, déterminer les valeurs de s à basses et hautes fréquences.
Q22. Exprimer l'admittance équivalente de l'association parallèle, et représenter le circuit électrique équivalent.
Q23. Établir l'expression de l'amplitude complexe $\underline{S}$ de la tension $\underline{s}(t)$ et la mettre sous la forme

$$\underline{S} = \frac{E}{1 + Rj \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right)}$$

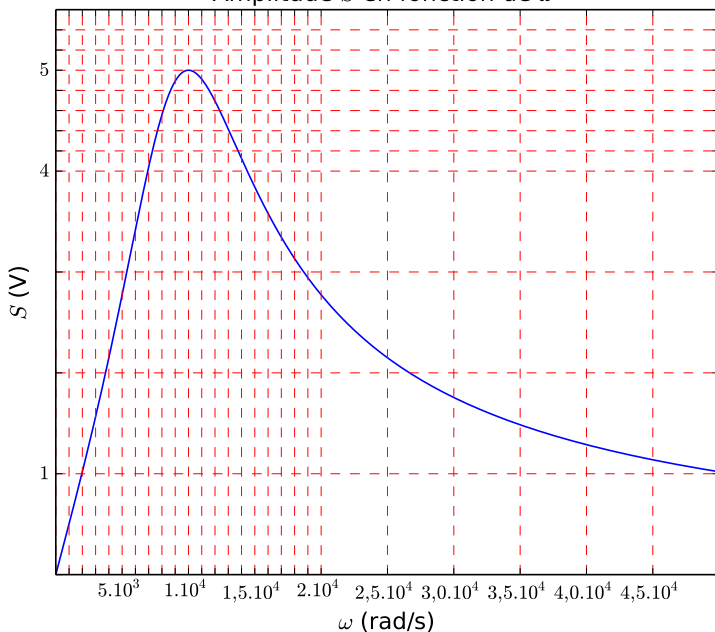
On admet que l'expression de l'amplitude complexe se met sous la forme

$$\underline{S} = \frac{E}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

avec $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$ et $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

- Q24. En déduire l'expression de l'amplitude S .
Q25. Pour quelle valeur de la pulsation ω l'amplitude S est-elle maximale ? Comment s'appelle ce phénomène ?
Q26. Rappeler la relation entre le facteur de qualité, la largeur $\Delta\omega$ de la bande passante et ω_0 .
Q27. Déterminer les valeurs du facteur de qualité et de la pulsation propre avec les graphes ci-dessous.

Amplitude S en fonction de ω



Déphasage ϕ en fonction de ω

