

? Lundi 4 décembre 2023

Devoir Surveillé n°5 (2) – Durée : 2 heures

La calculatrice est AUTORISÉE.

⚠ Consignes à respecter

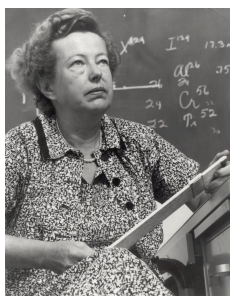
- Lire la totalité de l'énoncé et commencer par les exercices les plus abordables.
- Présentation de la copie :
 - Prendre une **nouvelle copie double pour chaque exercice**.
 - Tirer un **trait horizontal** à travers toute la copie **entre chaque question**.
 - Encadrer les expressions littérales et souligner les résultats numériques.
 - **Numéroter les pages** sous la forme x/nombre total de pages.
- Rédaction :
 - Faire des **schémas** grands, beaux, complets, lisibles.
 - **Justifier** toutes vos réponses.
 - Applications numériques : nombre de **chiffres significatifs adapté** et avec une **unité**.

Ce sujet comporte 4 exercices totalement indépendants qui peuvent être traités dans l'ordre souhaité. L'énoncé est constitué de 6 pages.

RENDRE LA PREMIÈRE FEUILLE DE L'ÉNONCÉ AVEC VOTRE COPIE

NOM : _____ Prénom : _____

Exercice n°0 Quel est le point commun entre ces femmes ?



Exercice n°1 Questions de cours : les filtres (~ 15 min)

Répondre directement sur l'énoncé pour les questions de cet exercice.

Q1. Quelle est la définition du gain d'un filtre :

☐ $G = \frac{u_s}{u_e}$
 ☐ $G = \frac{|u_s|}{|u_e|}$
 ☐ $G = \left| \frac{u_s}{u_e} \right|$
 ☐ $G = 20 \log \left| \frac{u_s}{u_e} \right|$

Q2. Quelle est la définition du gain en décibel d'un filtre :

☐ $G_{dB} = \frac{|u_s|}{|u_e|}$
 ☐ $G_{dB} = \left| \frac{u_s}{u_e} \right|$
 ☐ $G_{dB} = 20 \log \left| \frac{u_s}{u_e} \right|$
 ☐ $G_{dB} = 20 \log \left(\frac{u_s}{u_e} \right)$

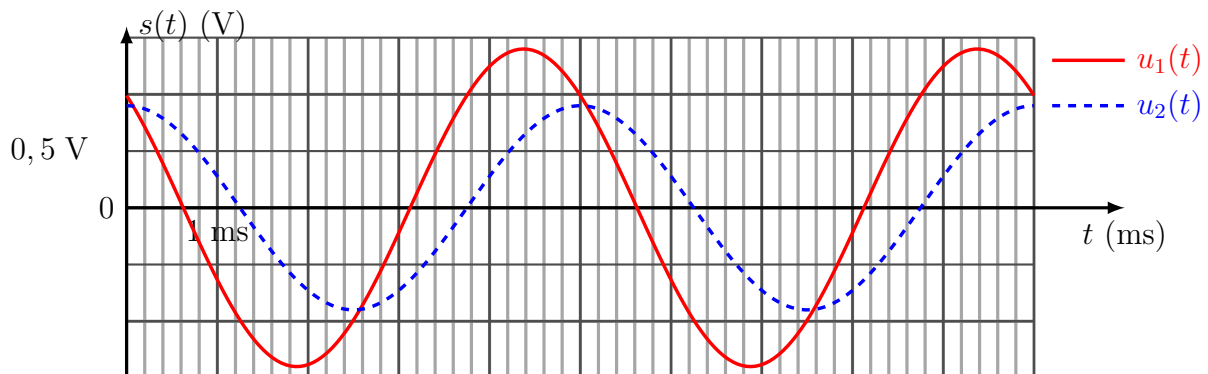
Q3. La phase d'un filtre correspond :

- ☐ Au déphasage du signal d'entrée par rapport au signal de sortie.
☐ Au déphasage du signal de sortie par rapport au signal d'entrée.
☐ À l'argument de la fonction de transfert.
☐ À l'opposé de l'argument de la fonction de transfert.

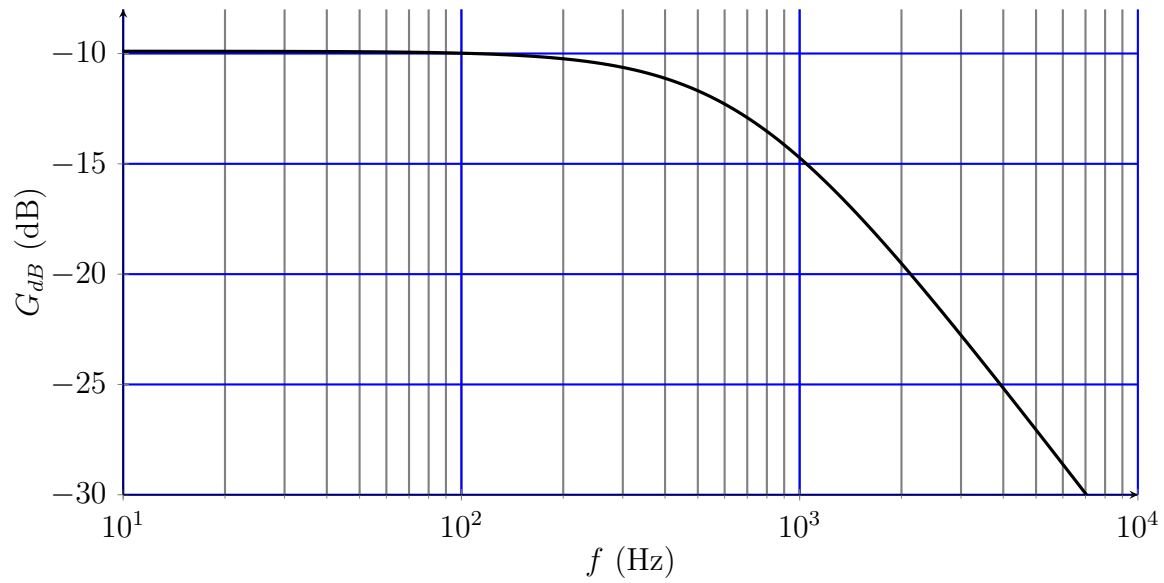
Q4. Une pulsation de coupure d'un filtre peut être définie comme la pulsation ω_c telle que :

☐ $|H(\omega_c)| = |H|_{\max} - 3$
 ☐ $|H(\omega_c)| = |H|_{\max} - 20$
 ☐ $|H(\omega_c)| = \frac{|H|_{\max}}{3}$
 ☐ $|H(\omega_c)| = \frac{|H|_{\max}}{\sqrt{2}}$
☐ $G_{dB}(\omega_c) = G_{dB,\max} - 3$
 ☐ $G_{dB}(\omega_c) = G_{dB,\max} - 20$
 ☐ $G_{dB}(\omega_c) = \frac{G_{dB,\max}}{3}$
 ☐ $G_{dB}(\omega_c) = \frac{G_{dB,\max}}{\sqrt{2}}$

Q5. Déterminer le déphasage de u_2 par rapport à u_1 .



On donne le diagramme de Bode d'un filtre ci-dessous.



Q6. Quelle est la nature de ce filtre ?

Q7. Que vaut la fréquence de coupure de ce filtre ?

Q8. Que vaut le gain en décibel à 3000 Hz ?

Exercice n°2 Questions sur les TP (~ 10 min)

Cet exercice sera traité directement sur l'énoncé.

On souhaite mesurer la constante de raideur d'un ressort en mesurant sa longueur à l'équilibre pour différentes masses et sa longueur à vide. On obtient les mesures suivantes, et on en déduit les valeurs de k .

```
1 l0=13.6*10**-2 # m
2 m=np.array([50,100,150,200,250,300,70,170])*10**-3 # kg
3 leq=np.array([15.1,16,17.1,18.5,19.9,21.4,15.6,17.6])*10**-2 # m
4 k=m*9.81/(leq-l0)
5 print(k)
6 [32.7 40.875 42.04285714 40.04081633 38.92857143 37.73076923
7 34.335 41.6925 ]
```

Q9. Écrire les trois lignes de codes permettant d'obtenir la valeur moyenne, l'écart-type et l'incertitude-type sur la moyenne.

```
1 k_moy= ..... # valeur moyenne
2
3 s_k= ..... # écart-type
4
5 u_k= ..... # incertitude-type sur la moyenne
```

On obtient pour la valeur moyenne 38,54318926609106 unitéSI et pour l'écart-type 1,2138069162826393 unitéSI.

Q10. Écrire le résultat de l'expérience. On n'oubliera pas d'indiquer précisément l'« unité SI ».

Le constructeur du ressort annonce pour la constante de raideur la valeur $39 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ avec une précision de $0,5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

Q11. Que vaut l'incertitude-type sur la valeur annoncée par le constructeur ?

Q12. En déduire l'écart normalisé (ou z-score) entre les deux valeurs de k et conclure.

Exercice n°3 Étude d'un sismographe (~ 1 heure)

On modélise un sismographe par un pendule élastique vertical dont l'extrémité supérieure S est fixée au boîtier de l'instrument, lui-même solidaire du sol.

Le pendule est constitué d'un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 , et d'une masse m dont le centre d'inertie sera noté M . La masse est également soumise à une force de frottement visqueux de la forme $-\beta \vec{v}$ (assimilée à l'action d'un piston solidaire du boîtier) : dans cette expression, β est une constante et $\vec{v} = \frac{d\vec{SM}}{dt}$ est la vitesse de la masse par rapport à S .

À l'instant initial l'altitude du point S coïncide avec celle d'un point O fixe dans un référentiel $\mathcal{R}_0$ galiléen. On pourra utiliser le repère (O, x, y, z) associé à $\mathcal{R}_0$.

L'axe (x) est orienté à la verticale vers le bas.

On note X la distance SM et g l'intensité de la pesanteur.

Dans un premier temps on étudie le mouvement du point M en l'absence de perturbation (autrement dit S est immobile dans $\mathcal{R}_0$).

Q13. Quelle est l'expression X_{eq} de X à l'équilibre ?

Q14. La masse est lâchée en dehors de sa position d'équilibre. Établir l'équation différentielle de son mouvement, à laquelle obéit la fonction $X(t)$. Elle fera intervenir les constantes β , k , m , g , ℓ_0 .

Q15. On pose $Y = X - X_{\text{eq}}$.

Montrer que l'équation différentielle précédente peut s'écrire sous la forme

$$\ddot{Y} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{Y} + \omega_0^2 Y = 0$$

où l'on précisera les expressions des constantes Q et ω_0 en fonction de β , k , m .

On étudie maintenant la réaction du système au passage d'une onde sismique modélisée par une oscillation sinusoïdale d'amplitude a constante.

L'abscisse du point de suspension S dans le référentiel $\mathcal{R}_0$ est $x_S = a \cos(\omega t)$.

Au passage de l'onde sismique, l'équation différentielle précédente devient :

$$\ddot{Y} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{Y} + \omega_0^2 Y = a\omega^2 \cos(\omega t)$$

En régime forcé, on recherche la solution sous la forme $Y(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$.

On introduit la pulsation relative $u = \frac{\omega}{\omega_0}$.

Q16. Établir l'expression de l'amplitude complexe $\underline{A}$ de $\underline{Y}$, et montrer qu'elle se met sous la forme suivante :

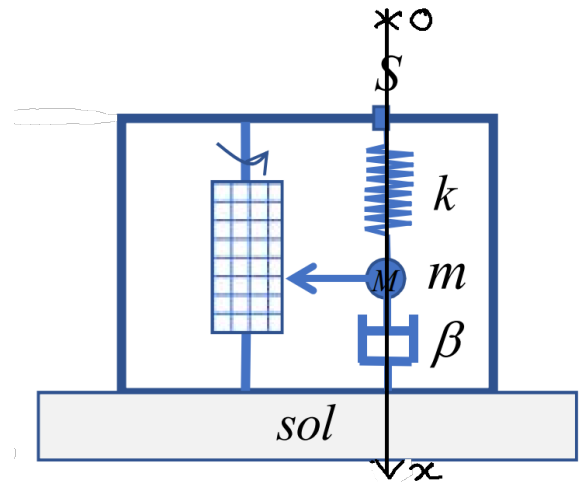
$$\underline{A} = \frac{a}{\frac{1}{u^2} - 1 + \frac{j}{Qu}}$$

Q17. Montrer que l'amplitude A est maximale pour une certaine valeur u_{max} de u que l'on exprimera en fonction de Q .

On pourra introduire la variable $v = \frac{1}{u^2}$ et étudier la fonction $g(v)$ telle que $A = \frac{a}{\sqrt{g(v)}}$

On mesure $u_{\text{max}} = 1,192$, $k = 0,50 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ et $m = 200 \text{ g}$.

Q18. En déduire la valeur du facteur de qualité Q et la valeur du coefficient de frottement β .



Q19. Quelles sont les valeurs de l'amplitude des oscillations de la masse dans les deux cas limites : d'une part, pour $u \ll 1$ et $u \gg 1$ d'autre part ? Expliquer qualitativement le résultat obtenu dans chaque cas.

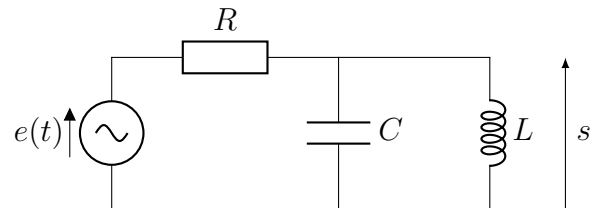
On peut considérer une onde sismique réelle comme une superposition d'ondes sinusoïdales de pulsations comprises entre deux valeurs données $\omega_{\min}$ et $\omega_{\max}$. On rappelle que le but d'un sismographe est d'enregistrer le plus fidèlement possible les mouvements verticaux du sol.

Q20. Comment faut-il choisir ω_0 par rapport aux valeurs $\omega_{\min}$ et/ou $\omega_{\max}$ pour fabriquer un sismographe ?

Exercice n°4 Étude d'un circuit en RSF (~ 30 min)

On étudie le circuit ci-contre alimenté par une source idéale de tension de fem $e(t) = E \cos(\omega t)$.

En régime sinusoïdal forcé, la tension s s'écrit sous la forme $s(t) = S \cos(\omega t + \varphi)$.



Q21. À l'aide des comportements asymptotiques des dipôles, déterminer les valeurs de s à basses et hautes fréquences.

Q22. Établir l'expression de l'amplitude complexe $\underline{S}$ de la tension $\underline{s}(t)$ et la mettre sous la forme

$$\underline{S} = \frac{E}{1 + Rj \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right)}$$

En déduire l'expression de l'amplitude S .

Q23. Pour quelle valeur de la pulsation ω l'amplitude S est-elle maximale ? Comment s'appelle ce phénomène ?
On notera cette pulsation ω_0 .

Q24. Rappeler la relation entre le facteur de qualité, la largeur $\Delta\omega$ de la bande passante et ω_0 .

Q25. Déterminer les valeurs du facteur de qualité et de la pulsation propre avec les graphes ci-dessous.

