? À déposer sur cahier-de-prepa le jeudi 4 janvier 2024 à 10h00

Devoir Maison n°9. Autour de la guitare

Nous allons étudier quelques aspects de la guitare :

— La guitare comporte six cordes : Mi grave, La, Ré, Sol, Si, Mi aigu.

— Les fréquences fondamentales théoriques de vibration de ces cordes, notées f_{ac} sont données dans le tableau ci-dessous (1).

Corde	Fréquence (f_{ac})
Mi grave	$82,4$ Hz
La	$110,0$ Hz
Ré	$146,8$ Hz
Sol	196 Hz
Si	$246,9$ Hz
Mi aigu	$329,6$ Hz

TABLE 1 – Fréquences fondamentales de vibration des cordes de guitare

I Accordeur de guitare

On souhaite accorder une corde légèrement désaccordée : on notera f_{co} la fréquence fondamentale de vibration de la corde en question. Principe de l'accordeur

— Sélection de la corde à accorder (donc f_{ac} est fixée).

— Création d'un signal carré de référence de fréquence f_{ac}.

— Enregistrement du signal $u_e(t)$ provenant de l'excitation de la corde à accorder : signal quelconque, d'amplitude assez faible, de fréquence f_{co}.

— Amplification et filtrage de ce signal.

— Extraction de la fondamentale du signal : obtention d'un signal sinusoïdal de fréquence f_{co} par l'utilisation d'un filtre à fréquence caractéristique réglable par le signal extérieur de référence.

— Mise en forme de ce signal : obtention d'un signal carré de fréquence f_{co}.

— On a donc à disposition deux signaux carrés (signaux logiques) de fréquences respectives f_{ac} et f_{co}. Dans les accordeurs récents le traitement est numérique : les signaux sont envoyés dans un calculateur numérique intégré qui calcule l'écart de fréquence et indique à l'utilisateur quand la corde est accordée, c'est-à-dire quand $f_{co} = f_{ac}$.

Ce principe général est schématisé sur la figure 1.

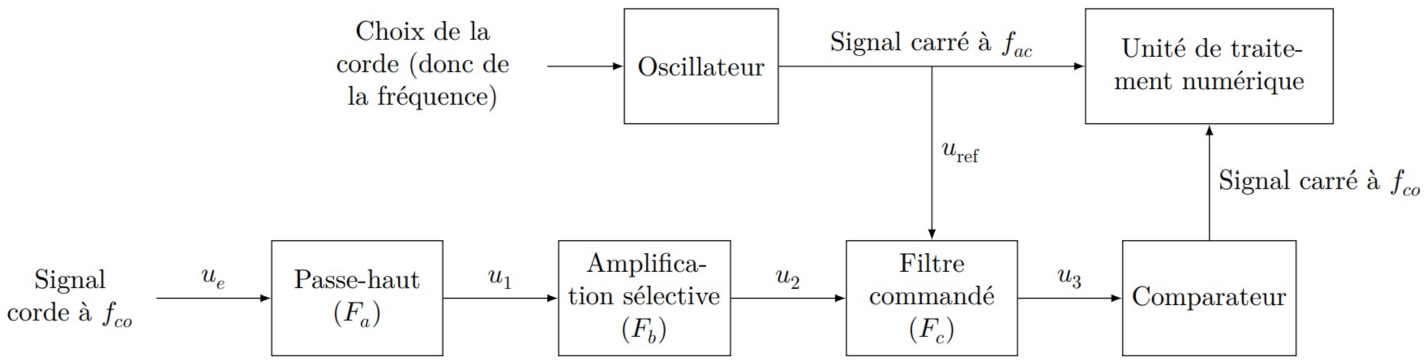


FIGURE 1 – Principe de fonctionnement de l'accordeur de guitare

Cette partie s'intéresse au traitement du signal venant de la corde.

I.1 Le signal

La figure 2 montre un exemple de signal électrique à la sortie du micro d'une guitare électrique.

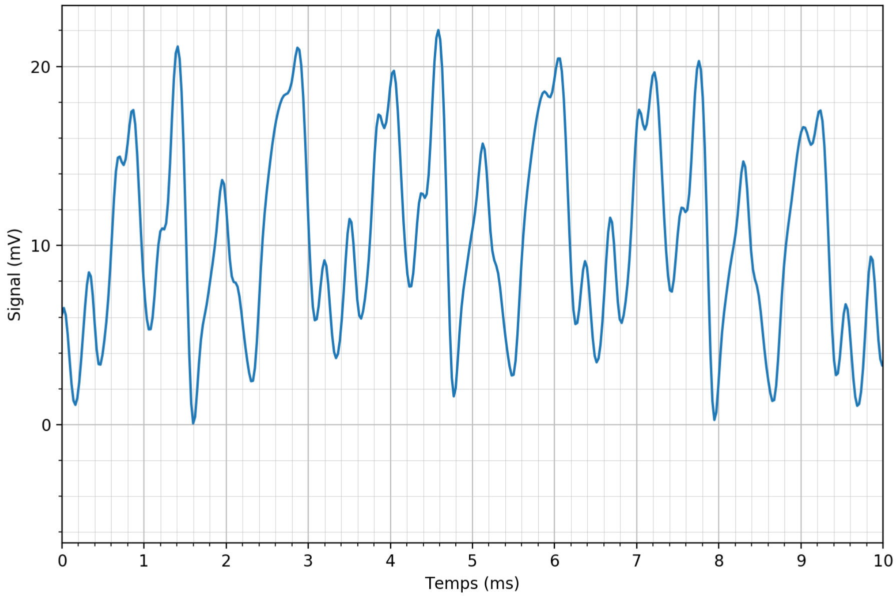


FIGURE 2 – signal de la guitare

Q1. Donner une valeur approchée de la valeur moyenne de ce signal.

Q2. Donner une estimation de la valeur de la fréquence de ce signal (on peut supposer qu'en première approximation le signal est périodique).

Q3. De quelle corde de guitare s'agit-il ?

Q4. L'analyse spectrale de ce signal fera-t-elle apparaitre des harmoniques ? Justifier.

I.2 Premier filtre

Avant toute chose, le signal électrique provenant du micro de la guitare est envoyé sur le filtre de la figure 3 (filtre (F_a)).

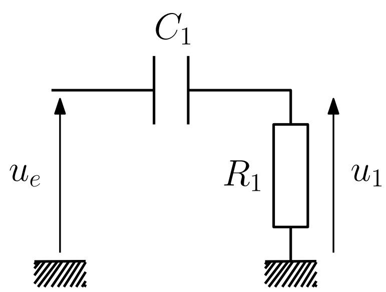


FIGURE 3 – Filtre (F_a)

Q5. De quel type de filtre s'agit-il ?

Q6. En supposant l'entrée sinusoïdale, définir et exprimer la fonction de transfert $\underline{H}_1(j\omega)$ de ce filtre en fonction de R_1, C_1 et de la pulsation ω du signal.

Q7. Faire apparaître une pulsation caractéristique ω_1 en fonction de R_1 et C_1 et préciser sa signification.

Q8. Tracer l'allure du diagramme de Bode asymptotique relatif au gain. *La construction sera bien évidemment justifiée !*

Q9. On a choisi $R_1 = 100\text{k}\Omega$ et $C_1 = 100\text{nF}$. Calculer la fréquence de coupure f_1 à -3 dB de ce filtre. Au vu de l'allure du signal de la figure 2, quel est le rôle de ce premier filtre ?

I.3 Deuxième filtre

Dans cette sous-partie, les signaux sont sinusoïdaux et les amplificateurs linéaires intégrés (ALI) sont supposés idéaux et fonctionnent en régime linéaire.

I.3.a) Préambule

Soit le filtre de la figure 4.

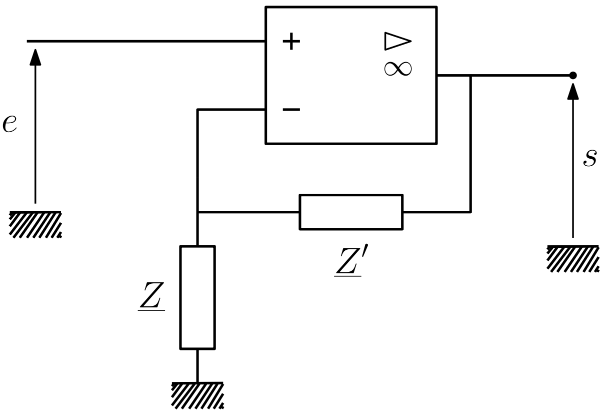


FIGURE 4 – Filtre à ALI

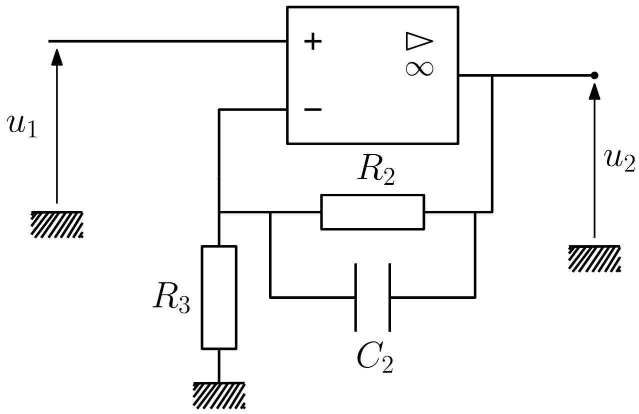


FIGURE 5 – Filtre (F_b)

Q10. Rappeler les hypothèses du modèle de l'ALI idéal.

Q11. Pourquoi peut-on supposer que les ALI des deux montages figures 4 et 5 fonctionnent en régime linéaire ?

Q12. Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}$ du montage de la figure 4 en fonction de $\underline{Z}$ et $\underline{Z}'$.

Q13. Que devient $\underline{H}$ si $\underline{Z}$ et $\underline{Z}'$ sont des résistances ($\underline{Z} = R, \underline{Z}' = R'$) ? Quel est, dans ce cas, l'intérêt du montage ?

I.3.b) Amplification (légèrement) sélective

En sortie du filtre de la figure 3 le signal $u_1(t)$ est envoyé sur le filtre de la figure 5 (filtre (F_b)).

Q14. Quelle est l'impédance $\underline{Z}_{\text{eq}}$ de la branche constituée par R_2 en parallèle avec C_2 ?

Q15. Déduire de la question Q12 l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}_2$ de ce filtre en fonction de R_2, R_3 et C_2.

Q16. Mettre $\underline{H}_2$ sous la forme

$$\underline{H}_2 = 1 + \frac{G_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_2}}$$

et donner les expressions de G_0 et ω_2.

Q17. Quelle est la limite de $|\underline{H}_2|$ en basse fréquence ? en haute fréquence ?

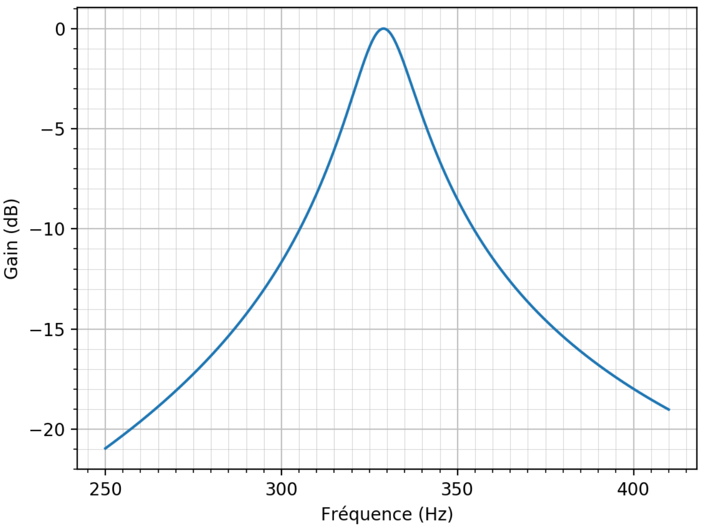
Q18. Calculer numériquement la fréquence caractéristique f_2 correspondant à ω_2 si $R_2 = 680\text{k}\Omega, R_3 = 6\text{k}\Omega$ et $C_2 = 470\text{pF}$ ainsi que son gain G_0.
Expliquer quel est le rôle de ce second filtre.

I.4 Filtrage (très) sélectif

On souhaite maintenant sélectionner la fréquence fondamentale f_{co} du signal u_2, dont la valeur est à priori voisine de celle de la fréquence fondamentale théorique de vibration de la corde sélectionnée sur l'accordeur (f_{ac}) (on suppose que la corde est légèrement désaccordée). On suppose pour la suite que c'est la corde Mi aigüe que l'on souhaite accorder.

Le principe du filtre (F_c) est que sa fréquence caractéristique soit réglée par le signal de référence de fréquence f_{ac}.

La figure 6 représente le diagramme de Bode relatif au gain du filtre (F_c) tracé à deux échelles différentes.



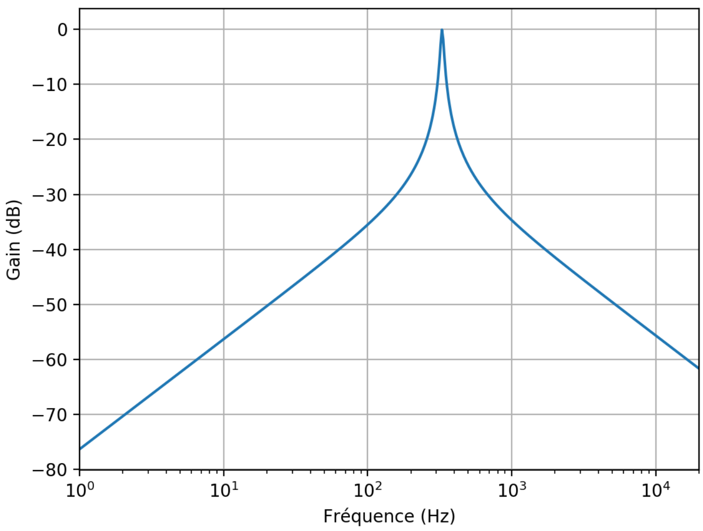


FIGURE 6 – Diagramme de Bode en gain du filtre (F_c)

Q19. Dire en le justifiant rapidement, de quel type de filtre il s'agit. Quelle est sa fréquence centrale caractéristique ?

Q20. Donner une estimation de sa bande-passante à -3 dB après l'avoir définie.

Q21. Si la corde est désaccordée à $f_{co} = 315$ Hz, estimer, en le justifiant, de quel facteur est atténuée sa composante spectrale fondamentale en sortie de ce filtre.

I.5 Analyse spectrale

La figure 7 correspond au spectre du signal d'entrée u_e représenté sur la figure 2.

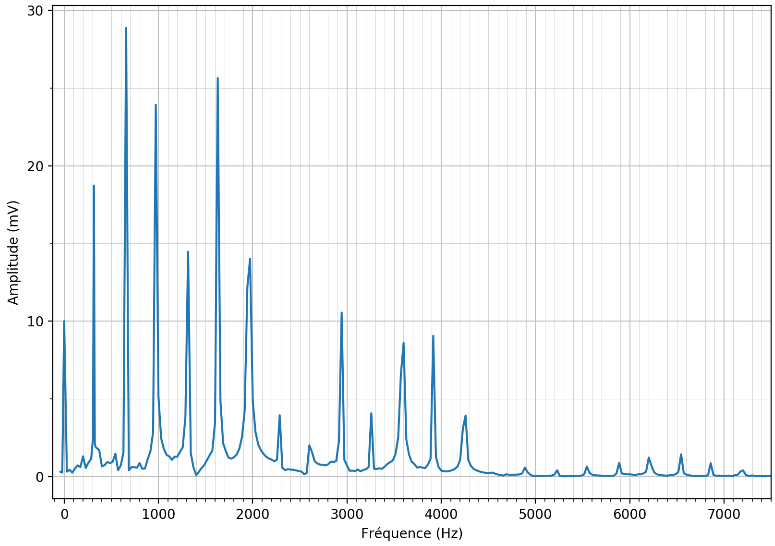


FIGURE 7 – Spectre du signal d'entrée

Q22. Justifier qu'il est parfaitement cohérent qu'il s'agisse du spectre du signal de la figure 2.

Q23. En le justifiant soigneusement, dire quel spectre de la figure 8 correspond à la sortie du premier filtre (F_a).

Q24. Même question, pour la sortie du filtre (F_b).

Q25. Tracer l'allure du spectre du signal en sortie du filtre (F_c). Tracer l'allure du signal (temporel) correspondant.

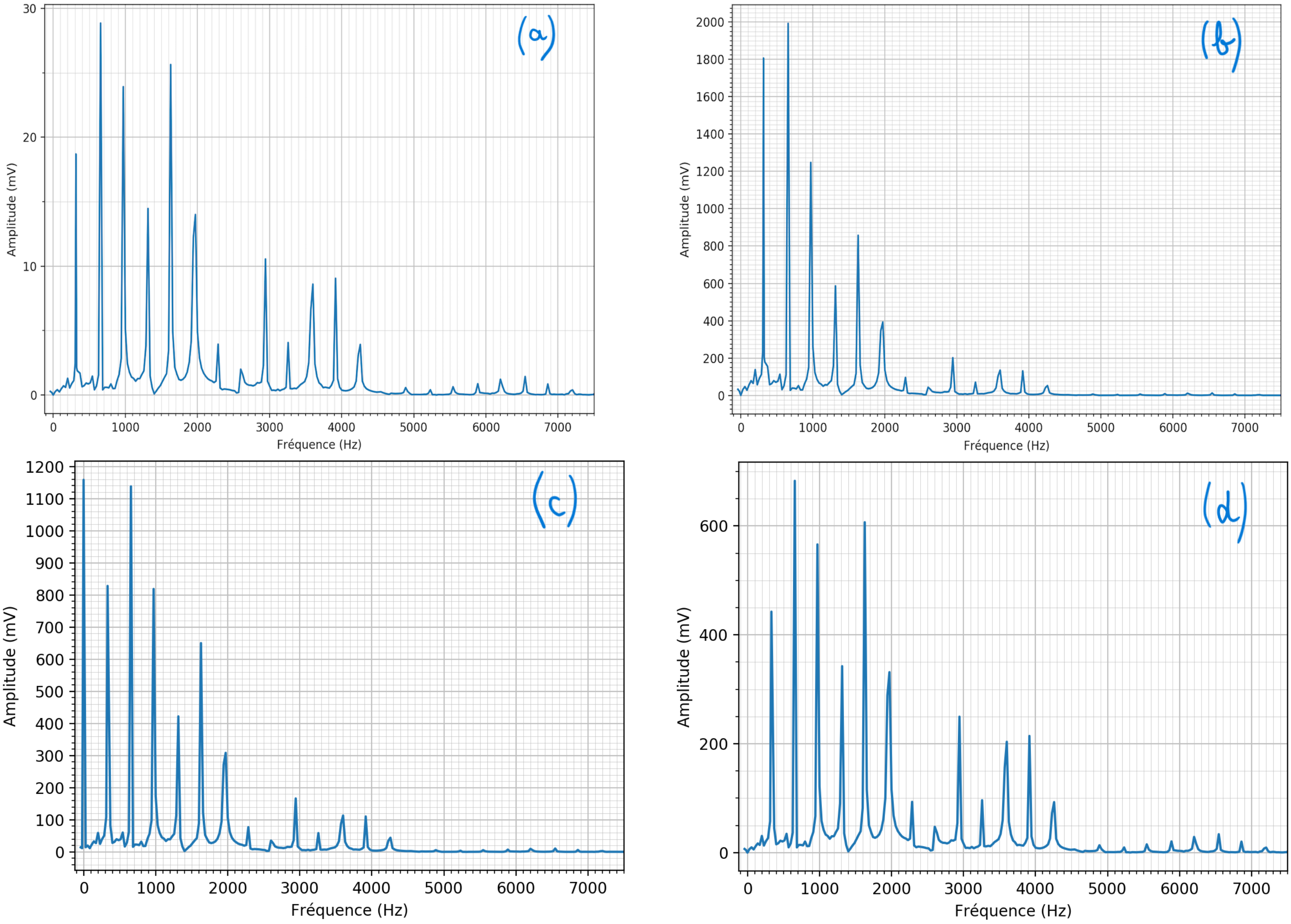


FIGURE 8 – Spectres

II Propagation d'une onde sur une corde

On étudie une corde de longueur L, de masse linéique μ (homogène à une masse par unité de longueur) tendue avec une force T_0.

On note $y(x,t)$ le déplacement vertical, par rapport à la situation de repos, du point de la corde d'abscisse x à l'instant t.

Sur la figure 9 est représentée l'allure de la corde à $t = 0$: $y(x, t = 0) = f(x)$.

L'onde se propage dans le sens des x croissants, à la célérité $c = 300\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

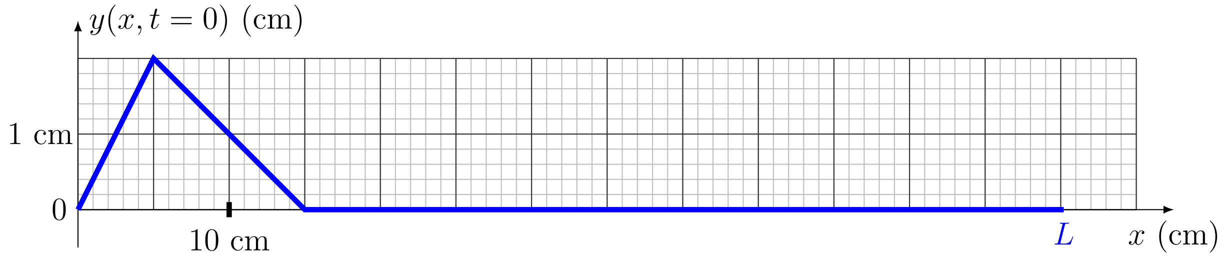
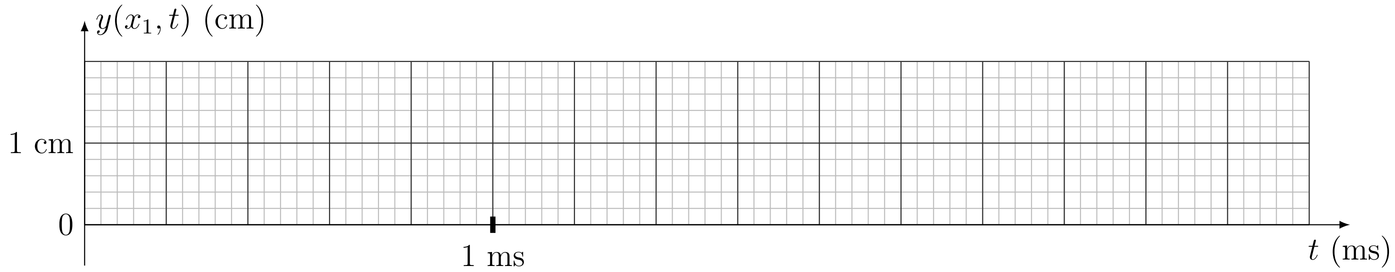


FIGURE 9 – Onde le long de la corde à l'instant $t = 0$

Q26. Représenter l'allure de la corde à l'instant $t_1 = 1,5$ ms, sur la figure ci-dessus.

Q27. À quel instant l'onde arrive-t-elle en $x_1 = 65$ cm ?

Q28. Représenter le déplacement vertical du point de la corde situé à l'abscisse $x_1 = 65$ cm de la corde en fonction du temps, ci-dessous.



Q29. Établir que $y(x,t)$ peut s'écrire en fonction de f, x, c et t.

Q30. Par analyse dimensionnelle, déterminer l'expression de la célérité de l'onde le long de la corde en fonction de μ et T_0.

On introduira un facteur A adimensionné.

Joyeuses Fêtes !