Thème I. Ondes et signaux (Ondes)

# Chapitre n°10 Propagation d'un signal

## Pré-requis

- Seconde : Thème Ondes et signaux
  - Émission et perception d'un son.
- Première : Thème Ondes et signaux
  - Ondes mécaniques : onde mécanique progressive, ondes mécaniques périodiques et sinusoïdales, relations période, longueur d'onde, célérité,...

## Objectifs du chapitre

— Compléter les notions déjà acquises au lycée, en introduisant un peu de formalisme, notamment pour les expressions des signaux transportés par des ondes progressives quelconques ou sinusoïdales.

## Plan du cours



## Programme officiel

| **Notions et contenus** | **Capacités exigibles** |
|---|---|
| **1.6. Propagation d'un signal** | |
| Exemples de signaux.<br>Signal sinusoïdal. | Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques. |
| **Propagation d'un signal dans un milieu illimité, non dispersif et transparent** | |
| Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle non dispersive.<br>Célérité, retard temporel. | Écrire les signaux sous la forme $f(x-ct)$ ou $g(x+ct)$.<br>Écrire les signaux sous la forme $f(t-x/c)$ ou $g(t+x/c)$.<br>Prévoir, dans le cas d'une onde progressive, l'évolution temporelle à position fixée et l'évolution spatiale à différents instants. |
| Modèle de l'onde progressive sinusoïdale unidimensionnelle. Vitesse de phase, déphasage, double périodicité spatiale et temporelle. | Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustique, mécanique et électromagnétique.<br>Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la vitesse de phase.<br>Relier le déphasage entre les signaux perçus en deux points distincts au retard dû à la propagation.<br>[TP] Mesurer la vitesse de phase, la longueur d'onde et le déphasage dû à la propagation d'un phénomène ondulatoire. |
| Milieux dispersifs ou non dispersifs. | Définir un milieu dispersif.<br>Citer des exemples de situations de propagation dispersive et non dispersive |

# Ai-je bien appris mon cours ?

1 – ☺ – ☹ – Quelles sont les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques ?

2 – ☺ – ☹ – Donner quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustique, mécanique et électromagnétique.

3 – ☺ – ☹ – Donner les écritures des signaux transportés par des ondes progressives pour une propagation unidimensionnelle non dispersive.

4 – ☺ – ☹ – Donner l'écriture d'un signal transporté par une onde progressive sinusoïdale unidimensionnelle.

5 – ☺ – ☹ – Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la vitesse de phase.

6 – ☺ – ☹ – Donner l'expression du déphasage entre les signaux perçus en deux points distincts en fonction du retard dû à la propagation.

7 – ☺ – ☹ – Définir ce qu'est un milieu dispersif. Donner des exemples.

# I Ondes et signaux

## I.1 Qu'est-ce qu'une onde ? un signal ?

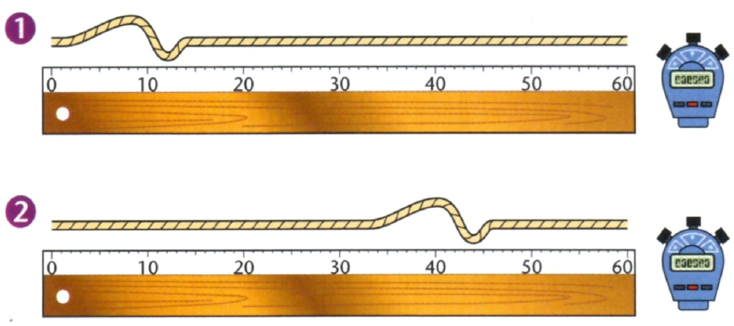
Capacité exigible : **Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.**

**Définitions : onde et signal**

- Une **onde** est un phénomène de propagation spatiale d'une perturbation locale dans un milieu.
  **Une onde transporte de l'énergie sans transporter de matière** (la perturbation se propage sur de grandes distances, mais un point du milieu reste globalement au même endroit).
  L'énergie transportée par l'onde peut être cinétique, électrique, électromagnétique ...
  L'onde se déplace avec une vitesse, appelée **célérité** notée $c$, qui dépend des caractéristiques du milieu de propagation.
- Un **signal physique** est une **grandeur physique**, nulle dans l'état de repos et devenant non nulle avec la perturbation liée à une onde. On dit que **le signal est transporté par l'onde**.

**Exemple 1. Ondes et signaux associés**

- Onde le long d'une corde de guitare, de piano ... :




http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/general/onde_transversale.php

Le signal transporté est le déplacement transversal de la corde lorsque le musicien en joue. Notons $y$ le déplacement vertical.

Si on fige le temps (on prend une photo de la corde à $t_0$), on se rend compte que le déplacement vertical dépend de la position : $y = y(x)$ à $t_0$ fixé.

Si on regarde un point de la corde à l'abscisse $x_0$ fixée, on se rend compte que la hauteur de la corde en ce point $x_0$ de l'espace dépend du temps : $y = y(t)$ à $x_0$ fixé.

Le signal est donc une fonction à la fois du temps et de l'espace : $y = y(x,t)$

- Onde à la surface de l'eau.

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/cuve_ondes/propagation_onde_circulaire.php

Le signal transporté est le déplacement transversal d'un point à la surface de l'eau.

Les mêmes conclusions que pour la corde peuvent être faites.

- Onde acoustique. http://physique.ostralo.net/ondesonoretuyau/

Le signal transporté est la surpression locale de l'air par rapport à la pression d'équilibre $P_0$ (environ 1 bar) au passage de l'onde acoustique.

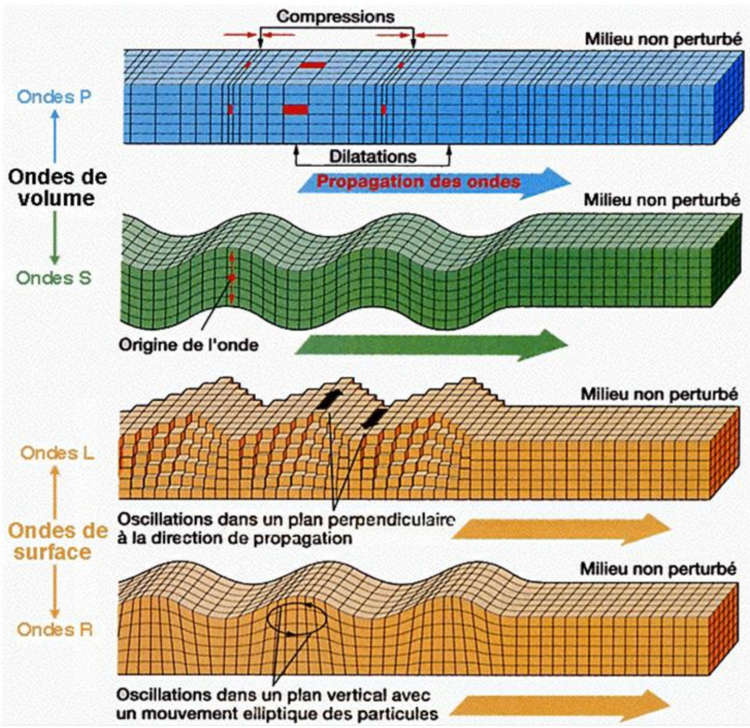
À un instant $t_0$ donné, la pression n'est pas la même en tous points, donc $p = p(x)$, à $t_0$ fixé.

En un point d'abscisse $x_0$ donnée, la pression évolue au cours du temps, donc $p = p(t)$ à $x_0$ fixé.

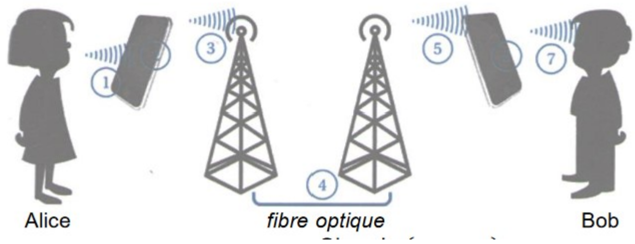
La surpression acoustique est donc une fonction à la fois du temps et de l'espace : $p = p(x,t)$

- Ondes sismiques.

Elles sont de différentes natures : les ondes P (primaires) de compression et S (secondaires) de cisaillement en volume, et les ondes L (Love) d'ondulations horizontales et R (Rayleigh) en surface d'ondulations verticales.



**Exemple 2.** Alice parle avec Bob par l'intermédiaire de leurs téléphones portables. Quels sont les signaux physiques qui interviennent dans cette situation ?




| Milieu | Signal $s(x,y,z,t)$ |
|---|---|
| ① et ⑦ Dans l'air : onde acoustique. | Surpression $p(x,y,z,t)$)de l'air. |
| ② et ⑥ Dans les circuits du téléphone : onde électrique. | Tension $u(x,y,z,t)$ et Intensité $i(x,y,z,t)$<br>Dans l'ARQS, on peut négliger le phénomène de propagation en considérant qu'il est instantané : $u(t)$, et $i(t)$. |
| ③et ⑤ Dans l'air : onde électromagnétique. | Champ électrique $\overrightarrow{E}(x,y,z,t)$ et magnétique $\overrightarrow{B}(x,y,z,t)$. |
| ④ Dans la fibre optique : onde lumineuse. | Champ électrique $\overrightarrow{E}(x,y,z,t)$ et magnétique $\overrightarrow{B}(x,y,z,t)$. |

## Définitions : ondes transversale et longitudinale

- Une **onde est transversale** lorsque le mouvement local de la matière est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde.
- Une **onde est longitudinale** lorsque le mouvement local de la matière est parallèle à la direction de propagation de l'onde.

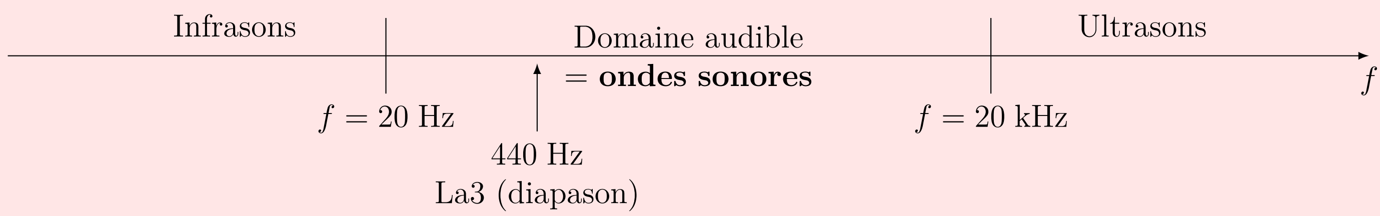
http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/general/onde_transversale.php
http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/general/onde_longitudinale.php

## I.2 Ondes acoustiques

Capacité exigible : **Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques.**

## À retenir : Ondes acoustiques

Le signal transporté par une onde acoustique est la **surpression acoustique**, qui est nulle en l'absence d'onde acoustique, positive en une zone de surpression (couches de fluides compressées) et négative en une zone de dépression (couches de fluides dilatées).




Une onde acoustique nécessite un milieu matériel pour se propager.

Les ondes acoustiques se propagent d'autant plus vite que le milieu est dense.

- Dans l'air : $c \approx 340\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$
- Dans l'eau : $c \approx 1500\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

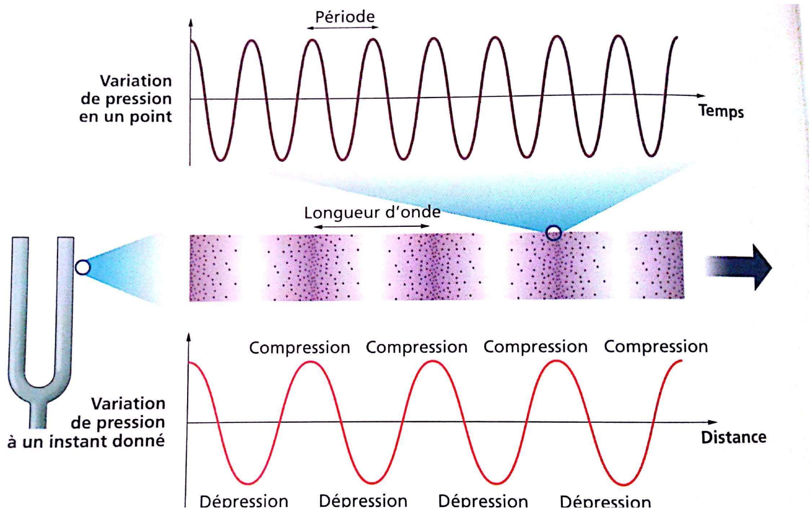



FIGURE 1 – Ondes acoustiques

## I.3 Ondes électromagnétiques

https://www.edumedia-sciences.com/fr/media/222-onde-transverse-electro-magnetique
https://www.geogebra.org/m/1AYD1Kob

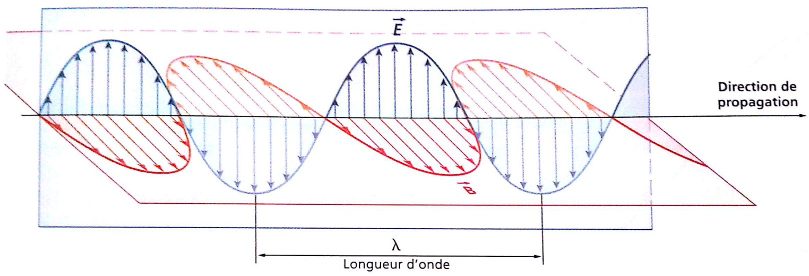
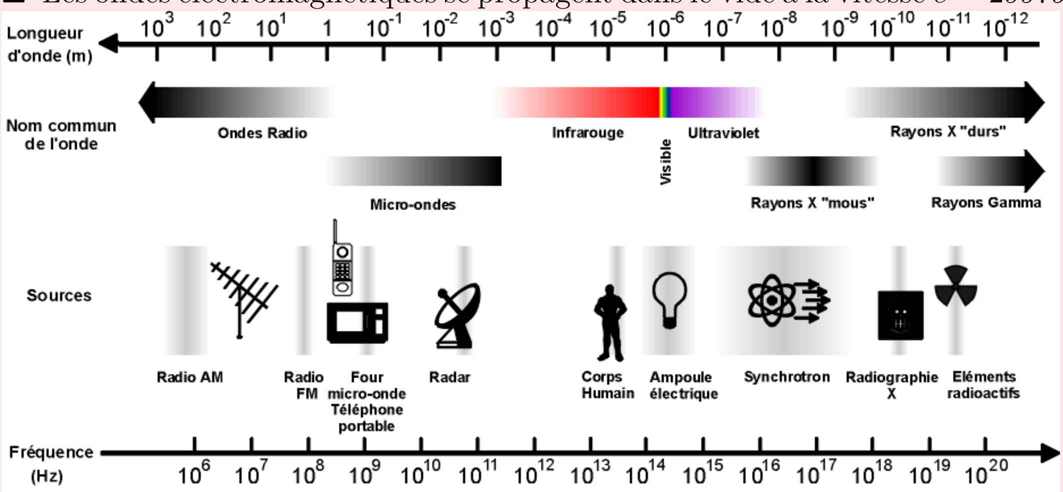



FIGURE 2 – Ondes électromagnétiques

### ♥ À retenir : Ondes électromagnétiques

- Le signal transporté par une onde électromagnétique est le **champ électrique** $\overrightarrow{E}$ et le **champ magnétique** $\overrightarrow{B}$ (l'étude de la propagation d'une telle onde sera développée en PC/PSI).
- Le signal transporté par une **onde électrique**, c'est-à-dire une onde électromagnétique guidée le long d'un câble de transmission constitué de deux conducteurs, est l'**intensité du courant** circulant dans les conducteurs et la **tension** entre les deux conducteurs.
- Les ondes électromagnétiques se propagent dans le vide à la vitesse $c = 299792458\ \mathrm{m\cdot s^{-1}} \approx 3,0.10^8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$




Téléphonie :
300 à 3400 Hz

Ondes radio :
100 MHz

Wifi :
2,4 GHz et 5 GHz

Visible :
$4.10^{14}$ à $8.10^{14}$ Hz

### I.4 Cadre de l'étude

Cette année, conformément au programme, nous étudierons le cas d'une **propagation** :

— **unidimensionnelle** : la propagation a lieu dans une seule direction de l'espace ;
— **linéaire** : pas d'apparition de nouvelles fréquences lors de la propagation ;
— **non dispersive** : célérité indépendante de la fréquence ;
— **sans déformation ni atténuation**.

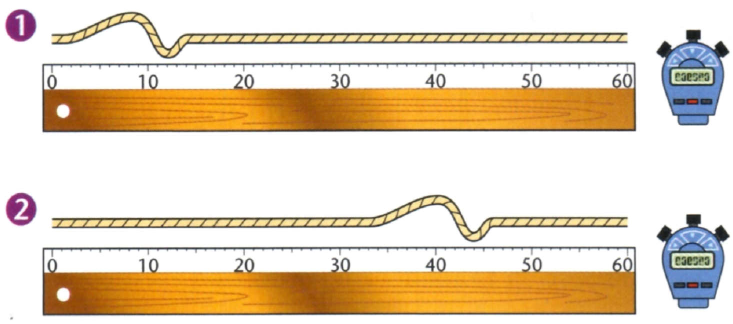
## II Ondes progressives

### II.1 Position du problème

**Définition : Onde progressive**

Une **onde progressive** est une perturbation qui se retrouve à l'identique un peu plus loin un peu plus tard, et qui transporte de l'énergie, par opposition aux ondes stationnaires (cf chapitre suivant).

On souhaite décrire mathématiquement la propagation d'une perturbation le long d'une corde tendue comme ci-dessous.




**Définitions**

Le signal transporté par une onde progressive peut être représenté de deux points de vue :

**Représentation spatiale** : on regarde **à un instant** $t$ **fixé** la perturbation dans tout l'espace, en fonction de $x$. *Cela revient à prendre une photo de l'onde à un instant t fixé.*

**Représentation temporelle** : on regarde **en une position** $x$ **fixée** la perturbation sur toute sa durée, en fonction de $t$. *Cela revient à placer un détecteur du signal en une position $x$ fixée et réaliser l'enregistrement de la perturbation au cours du temps.*

### II.2 Représentation spatiale et expression du signal

<u>**Capacité exigible :**</u> **Écrire les signaux sous la forme** $f(x-ct)$ **ou** $g(x+ct)$**.**

**Expression mathématique. Point de vue spatial**

On étudie la **propagation d'une onde progressive, le long d'une corde dans le sens des** $x$ **croissants** à la célérité $c$. À l'instant $t=0$, la corde possède une forme décrite par $s(x,t=0)=F(x)$, où $f$ est une fonction quelconque d'une variable $x$, décrite par la photo à $t=0$. À l'instant $t>0$, la corde possède la forme $s(x,t)$ par la photo à $t$.

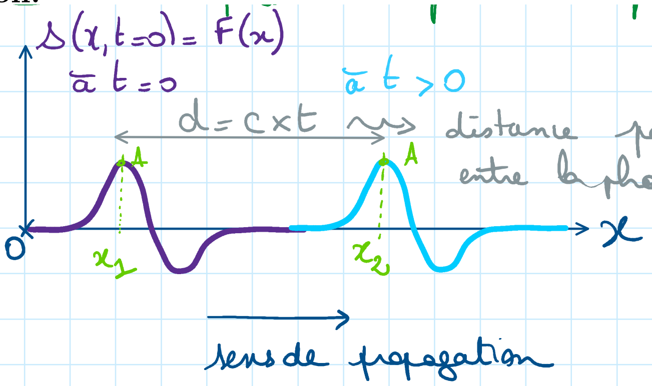
R1. En comparant les deux photos, de quelle distance $d$ a progressé la perturbation entre 0 et $t$ ?

R2. À quel endroit se trouve, à l'instant $t=0$, la perturbation qui est identique à celle se trouvant en $x$ à l'instant $t$ ? En déduire l'expression de $s(x,t)$ en fonction de $s(???,t=0)$.

R3. En déduire l'expression du signal $s(x,t)$, en $x$ à l'instant $t$ à l'aide de la fonction d'une seule variable $F$.

R4. Reproduire ce raisonnement pour une onde se propageant dans le sens inverse, c'est-à-dire celui des $x$ décroissants. Montrer alors que $s(x,t)=s(???,0)=G(???)$

**Solution:**




distance parcourue par l'onde entre la photo à 0 et la photo à $t>0$

$$\begin{pmatrix}\text{perturbation en } x_2 \\ \text{à } t>0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{perturbation en } x_1 \\ \text{à } t=0\end{pmatrix}$$

$$s(x_2, t) = s(x_1, t=0)$$

$$s(x_2, t) = s(x_2 - d, t=0)$$

$$s(x_2, t) = s(x_2 - c\times t, t=0)$$

Ce qui est vrai $\forall x$, et $\forall t$

$$\boxed{\begin{aligned} s(x,t) &= s(x-ct, t=0) \\ s(x,t) &= F(x-ct) \end{aligned}}$$

<u>Exemple</u> : × si à $t=0$ $\quad s(x,0) = S_m \cos(kx)$

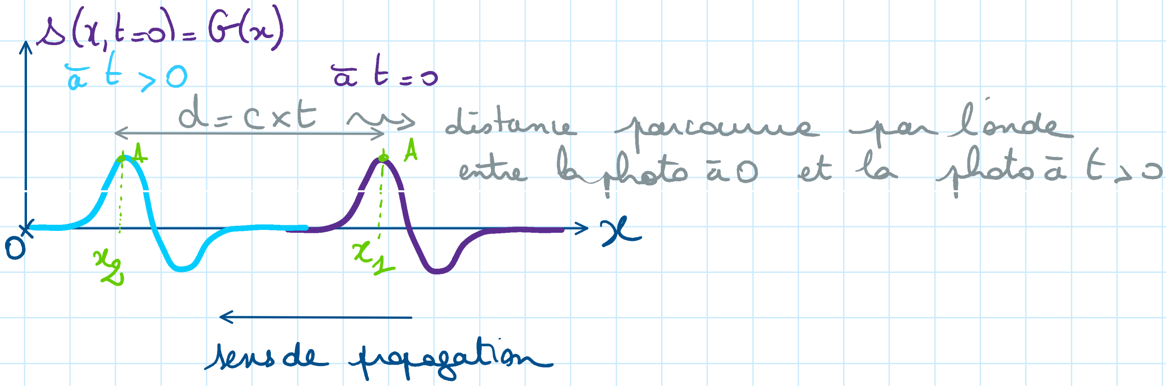
$\forall x, \forall t \quad s(x,t) = S_m \cos(k(x-ct))$

× $s(x,t) = A e^{-(x-ct)} \times \cos(k(x-ct))$ est une onde progressive se propageant dans le sens des $x$ croissants.

<u>Contre-exemple</u> : $s(x,t) = A\cos(\omega t) \times \cos(kx)$ n'est pas une onde progressive

**Solution:**

Onde progressive dans le sens des $x$ décroissant




$$\begin{pmatrix}\text{perturbation en } x_2 \\ \text{à } t>0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{perturbation en } x_1 \\ \text{à } t=0\end{pmatrix}$$

$$s(x_2, t) = s(x_1, t=0)$$

$$s(x_2, t) = s(x_2 + d, t=0)$$

$$s(x_2, t) = s(x_2 + c \times t, t=0)$$

Ce qui est vrai $\forall x$, et $\forall t$

$$\boxed{\begin{aligned} s(x,t) &= s(x+ct, t=0) \\ s(x,t) &= G(x+ct) \end{aligned}}$$

## II.3 Représentation temporelle et expression du signal

**Capacité exigible :** **Écrire les signaux sous la forme $f(t - x/c)$ ou $g(t + x/c)$.**

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/general/evolution_temporelle.php

### Expression mathématique. Point de vue temporel

On suppose qu'un émetteur placé en $O$ (d'abscisse $x = 0$) émet une onde se **propageant dans le sens des $x$ croissants** à la célérité $c$, en direction des points d'abscisses $x > 0$. On note $s(x, t)$ le signal physique transporté par cette onde. L'onde émise en $O$ est caractérisée par le signal $s(x = 0, t) = f(t)$ où $f(t)$ est une fonction quelconque d'une variable $t$. L'onde arrive en $M$ (d'abscisse $x$) avec un retard égal à la durée du trajet entre $O$ et $M$

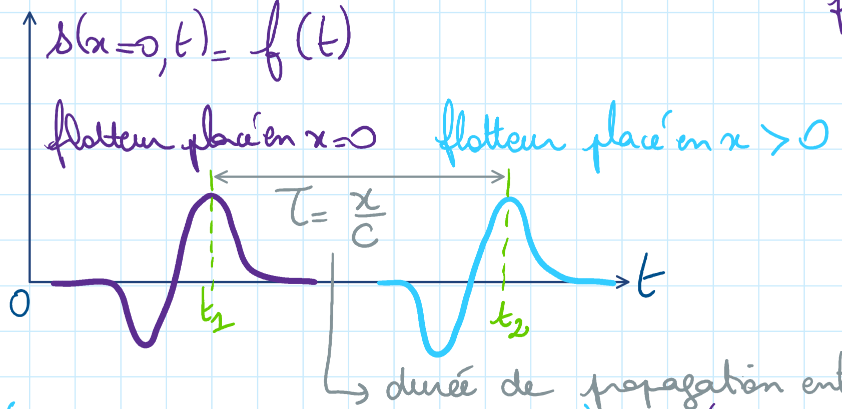
R1. Représenter l'allure du signal en $x = 0$ et en $x$ en fonction du temps.

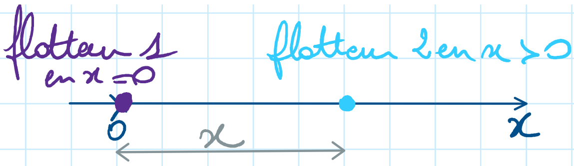
R2. Donner l'expression du retard.

R3. À quel instant la perturbation se trouvant en $x = 0$ est-elle identique à celle se trouvant en $x$ à l'instant $t$. En déduire l'expression de $s(x, t)$ en fonction de $s(x = 0, ???)$.

R4. En déduire l'expression du signal en $M$ à l'instant $t$ en fonction de $f$.

**Solution:**




$$\left(\text{perturbation mesurée par le flotteur 2 à l'instant } t_2\right) = \left(\text{perturbation mesurée par le flotteur 1 à l'instant } t_1\right)$$

$$s(x, t_2) = s(x=0, t_1)$$

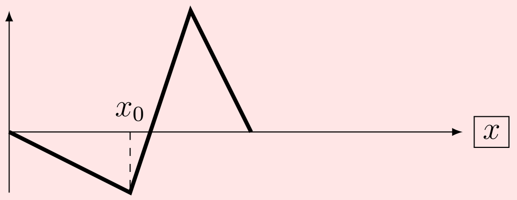
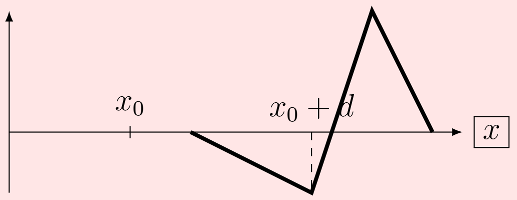
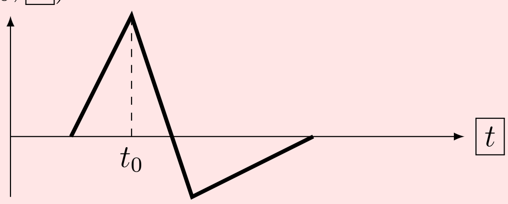
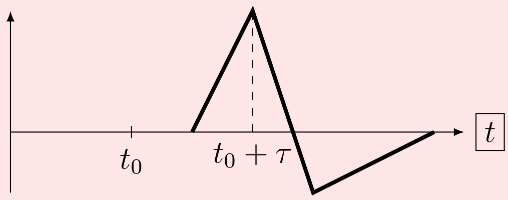
$$s(x, t_2) = s(x=0, t_2 - \tau)$$

$$s(x, t_2) = s\left(x=0, t_2 - \frac{x}{c}\right)$$

$$\boxed{\begin{aligned} \forall x, \forall t \quad s(x,t) &= s\left(x=0, t - \frac{x}{c}\right) \\ s(x,t) &= f\left(t - \frac{x}{c}\right) \end{aligned}}$$

## II.4 Bilan

**À retenir : Écriture des signaux progressifs**

| **Représentation spatiale** | **Représentation temporelle** |
|---|---|
| $\boxed{\text{En fonction de } x}$, à un instant $t_0$ donné.<br>*Ex : on prend une photo d'une corde à un instant donné.* | $\boxed{\text{En fonction du temps } t}$, en l'enregistrant en un point fixe de l'espace d'abscisse $x_0$.<br>*Ex : son enregistré par un micro fixe, hauteur d'une vague enregistré par un capteur fixe dans l'eau.* |
| <u>**À deux instants différents**</u> :<br>Signal mesuré à l'instant $t_0$ , en fonction de $x$ :<br>$s(\boxed{x}, t_0)$<br><br>Signal mesuré à l'instant $t_1 > t_0$, en fonction de $x$ :<br>$s(\boxed{x}, t_1)$<br> | <u>**En deux points différents**</u> :<br>Signal mesuré à une abscisse $x_0$, en fonction de $t$ :<br>$s(x_0, \boxed{t})$<br><br>Signal mesuré en $x_1 > x_0$, en fonction de $t$ :<br>$s(x_1, \boxed{t})$<br> |
| Écriture pour une propagation selon $+\overrightarrow{u_x}$ :<br>$s(x,t) = s(x - ct, 0) = f(x - ct)$ | Écriture pour une propagation selon $+\overrightarrow{u_x}$ :<br>$s(x,t) = s\left(0, t - \dfrac{x}{c}\right) = f\left(t - \dfrac{x}{c}\right)$ |
| Écriture pour une propagation selon $-\overrightarrow{u_x}$ :<br>$s(x,t) = s(x + ct, 0) = g(x + ct)$ | Écriture pour une propagation selon $-\overrightarrow{u_x}$ :<br>$s(x,t) = s\left(0, t + \dfrac{x}{c}\right) = g\left(t + \dfrac{x}{c}\right)$ |

# III Ondes progressives harmoniques

## III.1 Écriture du signal transporté par une onde progressive sinusoïdale

**À connaître : Onde progressive sinusoïdale**

Une onde progressive sinusoïdale est un cas particulier d'onde progressive pour lequel la fonction associée au signal est une fonction sinusoïdale.

Le signal transporté par une **onde progressive sinusoïdale se propageant dans le sens des** $x$ **croissants** s'écrit :

$$s(x,t) = S_m \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi_0\right) = S_m \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}x + \varphi_0\right)$$

- $S_m$ l'amplitude (de la même unité que $s$), avec $S_m > 0$ ;
- $\omega$ la pulsation temporelle (en $\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$) ;
- $c$ la célérité de l'onde (en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$) ;
- $\varphi_0$ la phase à l'origine (des temps et des abscisses) en rad.

Le signal transporté par une **onde progressive sinusoïdale se propageant dans le sens des** $x$ **décroissants** s'écrit :

$$s(x,t) = S_m \cos\left(\omega\left(t + \frac{x}{c}\right) + \varphi_0\right) = S_m \cos\left(\omega t + \frac{\omega}{c}x + \varphi_0\right)$$

## III.2 Double périodicité spatiale et temporelle

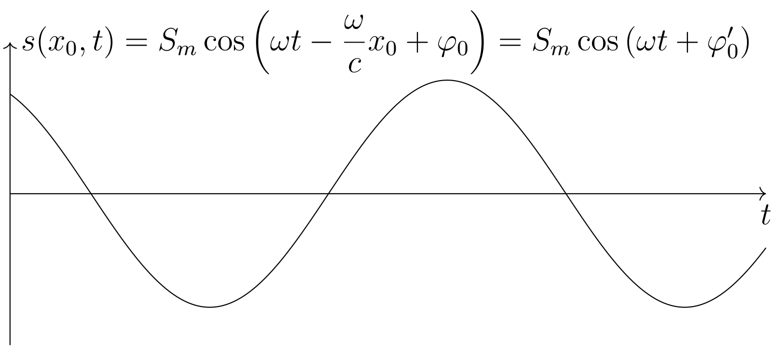
**Capacité exigible : Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité.**
http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/general/evolution_temporelle.php

### Double périodicité spatiale et temporelle

On étudie une onde progressive sinusoïdale se propageant dans la direction des $x$ croissants. On note $S_m$ son amplitude, $c$ sa célérité, $\omega$ sa pulsation et $\varphi_0$ sa phase à l'origine des temps et des positions.

R1. Représenter le signal en fonction du temps à $x$ fixé. Déterminer l'expression de la période temporelle $T$ définie comme étant la plus petite durée non nulle telle que $\forall x$ et $\forall t$, $s(x, t+T) = s(x,t)$.

**Solution:** Représentation du signal en fonction du temps (en $x_0$ fixé).



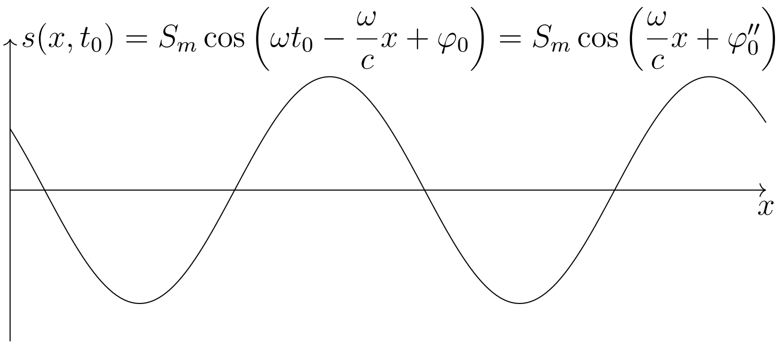

On définit la **période temporelle $T$** comme étant la plus petite durée non nulle telle que : $\forall x$ et $\forall t$, $s(x, t+T) = s(x,t)$
c'est-à-dire tq $\forall x, t$ $S_m \cos(\omega(t+T) + \varphi_0') = S_m \cos(\omega t + \varphi_0')$
$\Leftrightarrow \omega(t+T) + \varphi_0' = \omega t + \varphi_0' + 2n\pi$ , avec $n \in \mathbb{Z}$ ou $\omega(t+T) + \varphi_0' = -(\omega t + \varphi_0') + 2n\pi$ , avec $n \in \mathbb{Z}$
$\Leftrightarrow \omega T = 2n\pi$ , avec $n \in \mathbb{Z}$ ou $2(\omega t + \varphi_0') + \omega T = 2n\pi$ , avec $n \in \mathbb{Z}$ : Cette dernière solution ne peut pas être vérifiée pour tout $x$ et pour tout $t$, donc ce n'est pas la solution du problème.

On en déduit que $T$ est la plus petite durée (positive, non nulle) telle que $T = \dfrac{2n\pi}{\omega}$, où $n \in \mathbb{Z}$

La plus petite durée qui vérifie cela est telle que $T\omega = 2\pi$, soit $\boxed{\omega = \dfrac{2\pi}{T}}$

R2. Représenter le signal en fonction de la position $x$ à $t$ fixé. Déterminer l'expression de la période spatiale $\lambda$ définie comme étant la plus petite distance non nulle telle que $\forall x$ et $\forall t$, $s(x+\lambda, t) = s(x,t)$.

**Solution:** Représentation le signal en fonction de la position $x$ (à $t_0$ fixé).




On définit **la période spatiale $\lambda$ (longueur d'onde)** comme étant la plus petite distance non nulle telle que $\forall x$ et $\forall t$, $s(x+\lambda,t) = s(x,t)$.
c'est-à-dire tq $\forall x, t$ $S_m \cos\left(\dfrac{\omega}{c}(x+\lambda) + \varphi_0''\right) = S_m \cos\left(\dfrac{\omega}{c}x + \varphi_0''\right)$
$\Leftrightarrow \dfrac{\omega}{c}(x+\lambda) + \varphi_0'' = \dfrac{\omega}{c}x + \varphi_0'' + 2n\pi$, avec $n \in \mathbb{Z}$ ou $\dfrac{\omega}{c}(x+\lambda) + \varphi_0'' = -\dfrac{\omega}{c}x - \varphi_0'' + 2n\pi$, avec $n \in \mathbb{Z}$
$\Leftrightarrow \dfrac{\omega}{c}\lambda = 2n\pi$, avec $n \in \mathbb{Z}$ ou $\dfrac{\omega}{c}(2x+\lambda) + 2\varphi_0'' = 2n\pi$ , avec $n \in \mathbb{Z}$ : cette deuxième solution ne peut être vérifiée pour tout $x$ et pour tout $t$, donc n'est pas solution du problème.

On en déduit que $\lambda$ est la plus petite distance non nulle telle que $\lambda = 2n\pi\dfrac{c}{\omega}$, avec $n \in \mathbb{Z}$.

Soit $\boxed{\lambda = 2\pi\dfrac{c}{\omega}}$

R3. En déduire un lien entre périodicité spatiale et la périodicité temporelle.

**Solution:**
Avec $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, on retrouve $\boxed{\lambda = cT = \dfrac{c}{f}}$, avec $f = \dfrac{1}{T}$ la fréquence.

Par analogie avec la pulsation temporelle $\omega$, on introduit la **pulsation spatiale** $\boxed{k = \dfrac{2\pi}{\lambda}}$

$k$ est la norme du vecteur d'onde $\overrightarrow{k} = k\overrightarrow{u_x}$, où $\overrightarrow{u_x}$ est le vecteur dans la direction et le sens de propagation de l'onde.

On en déduit la relation $\boxed{k = \dfrac{\omega}{c}}$

## À connaître : Relations pour les ondes progressives harmoniques

- **Caractéristiques temporelles**
  - Période temporelle : $T$ en seconde (s)
  - Fréquence : $f = \dfrac{1}{T}$ en Hertz (1 Hz=1 s$^{-1}$)
  - Pulsation : $\omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$ ( $\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$)
- **Caractéristiques spatiales**
  - Période spatiale : $\lambda$ en mètre (m)
  - Pulsation spatiale : $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ en m$^{-1}$
- **Liens entre les caractéristiques temporelles et spatiales** : $\lambda = cT \qquad k = \dfrac{\omega}{c}$

## III.3 Déphasage

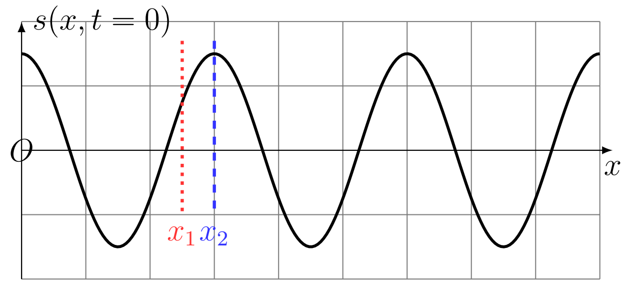
<u>Capacité exigible</u> : **Relier le déphasage entre les signaux perçus en deux points distincts au retard dû à la propagation.**

Un son sinusoïdal de fréquence $f$ est émis par un haut-parleur situé à l'origine de l'axe $(Ox)$ :

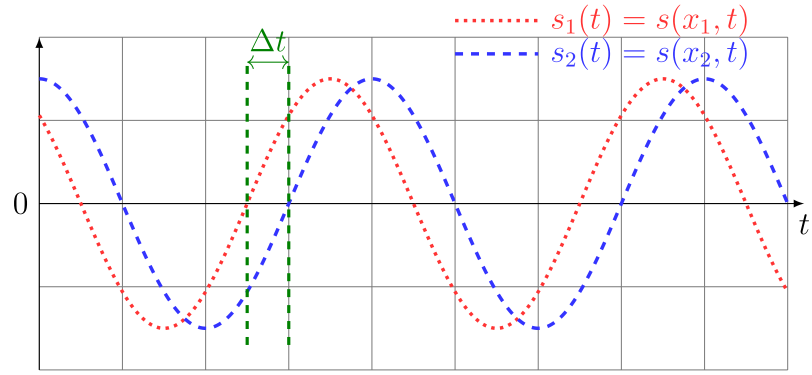
$$s(x=0,t) = S_m\cos(\omega t)$$

et se propage dans le sens des $x$ croissants, donc $s(x,t) = s\left(x=0, t-\dfrac{x}{c}\right) = S_m\cos\left(\omega t - \omega\dfrac{x}{c}\right)$

Deux microphones sont placés aux abscisses $x_1 > 0$ et $x_2 > x_1$.




Signaux mesurés en $x_1$ et $x_2$ en fonction du temps :




➞ Signal mesuré en $x_1$ :

$$\begin{aligned} s_1(t) &= s(x_1,t) \\ &= s\left(x=0, t-\frac{x_1}{c}\right) \\ &= S_m\cos\Big(\omega t \underbrace{-\omega\frac{x_1}{c}}_{\varphi_1}\Big) \end{aligned}$$

➞ Signal mesuré en $x_2$ :

$$s_2(t) = S_m\cos\Big(\omega t \underbrace{-\omega\frac{x_2}{c}}_{\varphi_2}\Big)$$

➞ Expression du déphasage de $s_2(t)$ par rapport à $s_1(t)$, noté $\Delta\varphi_{2/1} = \varphi_2 - \varphi_1$, où $\varphi_1$ (resp. $\varphi_2$) est la phase à l'origine des temps de $s_1$ en $x_1$ (resp. $s_2$ en $x_2$) :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{2/1} &= \varphi_2 - \varphi_1 \\ &= -\omega\frac{x_2}{c} + \omega\frac{x_1}{c} \\ &= -\frac{\omega}{c}\left(x_2 - x_1\right) \end{aligned}$$

➞ Le déphasage $\Delta\varphi_{2/1}$ peut s'exprimer en fonction du retard $\Delta t$ (=durée mise par l'onde pour aller de $x_1$ vers $x_2$) lié à la propagation entre les deux microphones :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{2/1} &= -\frac{\omega}{c}\left(x_2 - x_1\right) \\ &= -\omega\Delta t \\ &= -2\pi f\Delta t \end{aligned}$$

## III.4 Milieu dispersif et vitesse de phase

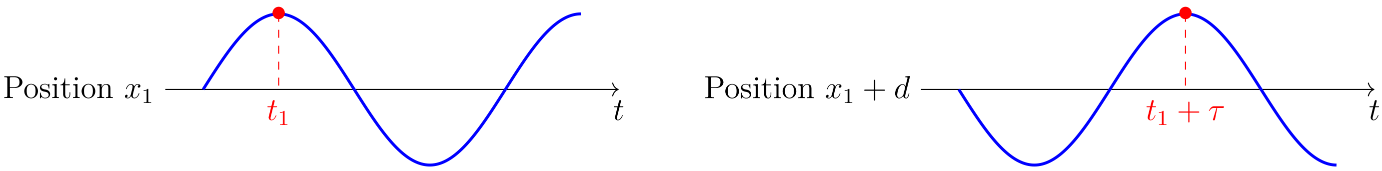
**Définition : Vitesse de phase**

La **vitesse de phase** est la vitesse à laquelle se déplacent les surfaces équiphases d'une onde monochromatique.

Pour une onde monochromatique $s(x,t) = S_m \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$, on définit la phase en $x$ à l'instant $t$ :

$$\Phi(x,t) = \omega t - kx + \varphi_0$$

Si à l'instant $t_1$ à la position $x_1$ : $\Phi(x_1, t_1) = \omega t_1 - kx_1 + \varphi_0$
L'onde se propage d'une distance $d$ en une durée $\tau$ : $\Phi(x_1 + d, t_1 + \tau) = \omega(t_1 + \tau) - k(x_1 + d) + \varphi_0$




On peut alors écrire :

$$\begin{aligned}
\Phi(x_1, t_1) &= \Phi(x_1 + d, t_1 + \tau) \\
\omega t_1 - kx_1 + \varphi_0 &= \omega(t_1 + \tau) - k(x_1 + d) + \varphi_0 \\
0 &= \omega\tau - kd \\
\frac{d}{\tau} &= \frac{\omega}{k} \\
\frac{d}{\tau} &= \frac{2\pi f}{\frac{2\pi}{\lambda}} \\
\frac{d}{\tau} &= f\lambda
\end{aligned}$$

L'onde parcourt la distance $d$ en une durée $\tau$, on en déduit l'expression de la vitesse de phase : $v_\Phi = \dfrac{d}{\tau} = \dfrac{\omega}{k} = \lambda f$

**Définition : Milieu dispersif**

Un **milieu est dit dispersif** si la vitesse de phase $v_\Phi$ dépend de la fréquence ou de la longueur d'onde. Pour un milieu non dispersif, on définit la célérité de l'onde comme la valeur commune des vitesses de phases.

Si le milieu est dispersif, les différentes composantes spectrales d'un signal ne vont pas à la même vitesse et donc le signal peut se déformer lors de la propagation. Il s'agit de la principale limite des transmissions réelles.

**Une onde non sinusoïdale se propageant dans un milieu dispersif va nécessairement se déformer**, et ne peut donc pas être une onde progressive.

**Exemple 3. Propagation dispersive/non dispersive**

La propagation de la lumière dans l'air est non dispersive. La propagation de la lumière dans l'eau ou dans le verre est dispersive : les radiations lumineuses ne se propagent pas à la même vitesse et sont alors dispersées. On observe ainsi les arcs-en-ciel, et les spectres de lumières polychromatiques à l'aide des prismes.