

Thème II. Mouvements et interactions (Mécanique) TD n°13 Lois de Newton

💡 Méthode : Comment travailler des exercices ?

Avant la séance de TD :

- ★ Sur une feuille de brouillon, avec un crayon à la main et le chapitre ouvert sous les yeux.
- ★ Essayer des « trucs » même si cela n'aboutit pas.
- ★ Faire des schémas complets et suffisamment grands.
- ★ Ne rien écrire sur l'énoncé de TD afin de pouvoir refaire les exercices après la correction en classe.
- ★ Réfléchir environ 10 à 15 min sur chaque exercice demandé. Si vous bloquez complètement sur une question/un exercice, passez à la suite au bout de 10 min, et me poser des questions soit directement soit par mail nvalade.pcsi@gmail.com.

Après la séance de TD :

- ★ Refaire les exercices corrigés ensemble, sans regarder le corrigé dans un premier temps.
- ★ Une fois l'exercice terminé ou si vous êtes totalement bloqué, reprendre avec le corrigé.

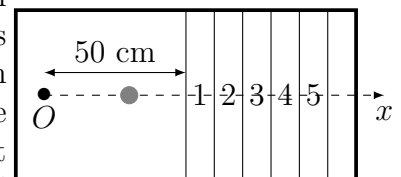
I Exercices d'application directe du cours

Exercice n°1 Jeu de palet anglais

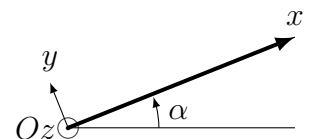
Capacités exigibles :

- ✓ Établir un bilan des forces sur un système et en rendre compte sur une figure.
- ✓ Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel.
- ✓ Exploiter les lois de Coulomb fournies dans les trois situations : équilibre, mise en mouvement, freinage.

Dans le jeu de palet anglais, le joueur dispose de cinq palets (petits disques de masse $m = 50 \text{ g}$) qu'il doit faire glisser sur une planche en bois posée sur un plan horizontal afin d'en placer un dans chaque zone de 1 à 5, délimitées par des traits distants de 10 cm . À la date $t = 0$ le joueur lance un palet depuis le point O en lui conférant une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$. Les frottements entre le palet et la planche sont modélisés par les lois de Coulomb avec un coefficient dynamique de frottement solide $f = 0,30$. L'accélération de la pesanteur est $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Le référentiel terrestre sera supposé galiléen.



Une variante au jeu de palet anglais consiste à incliner la planche d'un angle $\alpha = 20^\circ$, les règles restant les mêmes.



Q1. Établir trois équations liant $x(t)$, R_T et R_N .

Q2. Quelle valeur donner maintenant à v_0 pour que le centre de masse du palet s'arrête au milieu de la zone 5 ?

Q3. À quelle condition sur le coefficient de frottement statique f_s les palets ne redescendent-ils pas après s'être immobilisés ?

Exercice n°2 Coup franc

Capacités exigibles :

- ✓ Établir un bilan des forces sur un système et en rendre compte sur une figure.
- ✓ Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel.
- ✓ Exploiter, sans la résoudre analytiquement, une équation différentielle : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats obtenus par simulation numérique.

On étudie un coup franc de football tiré à 20 m, face au but de hauteur 2,44 m. Le ballon de masse $m = 430$ g est assimilé à un point matériel M posé sur le sol initialement en O . Le mur, de hauteur 1,90 m, est situé à 9,15 m du ballon. Le ballon est lancé avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ initiale de norme $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et formant un angle α de 20° avec l'horizontale. L'origine des dates correspond au départ du ballon.

- Q1. Dans un premier temps, on néglige totalement les frottements de l'air. Établir l'équation de la trajectoire.
- Q2. Le ballon passe-t-il au dessus du mur ? Le tir est-il cadré ? Quelle est la durée du tir ?

On constate sur un terrain que ces résultats ne sont pas compatibles avec l'expérience. On souhaite modéliser les frottements par une force de la forme $\vec{F} = -h\vec{v}$ où h est une constante positive de valeur $4 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\vec{v}$ le vecteur vitesse de M à chaque instant.

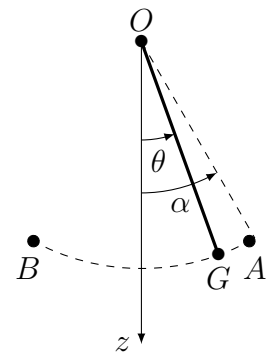
- Q3. Montrer que le vecteur vitesse de la balle vérifie une équation différentielle du premier ordre.
- Q4. Montrer que le vecteur vitesse tend vers un vecteur vitesse limite. Calculer sa norme.

Exercice n°3 Tarzan et Jane

Capacités exigibles :

- ✓ Établir un bilan des forces sur un système et en rendre compte sur une figure.
- ✓ Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel.
- ✓ Établir l'équation du mouvement du pendule simple.

La liane a été popularisée au cinéma comme moyen de locomotion très apprécié de Tarzan. Afin de retrouver Jane, celui-ci saisit l'extrémité d'une liane et se laisse penduler jusqu'à sa bien-aimée. La position du centre de masse G de Tarzan est repérée par l'angle θ que fait la liane avec l'axe (Oz) vertical descendant. Sa position initiale est notée A et est repérée par l'angle $\alpha = 30^\circ$. Jane se situe au point B défini par $\theta_B = -\alpha$. La masse de Tarzan, peau de bête comprise, est $m = 80$ kg, celle de Jane est $m' = 50$ kg. La longueur de la liane est $OG = L = 10$ m et sa masse est négligée. Nous négligeons tout frottement et prenons pour valeur de l'accélération de la pesanteur $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. La liane utilisée par Tarzan est usée et ne pourra résister à des tensions supérieures à 2,0 kN.



Le but de cet exercice est de déterminer si Tarzan pourra retrouver Jane puis la ramener en A .

- Q1. Appliquer le principe fondamental de la dynamique à Tarzan dans le référentiel terrestre.
- Q2. En projetant sur la base polaire obtenir deux équations : l'équation différentielle du mouvement de Tarzan et l'une renseignant sur la tension T de la corde.
- Q3. Intégrer l'équation du mouvement après l'avoir multipliée par $\dot{\theta}$ pour obtenir une relation liant $\dot{\theta}$, θ et les données de l'énoncé.
- Q4. En déduire une expression de la tension de la corde en fonction de θ et des données de l'exercice. Conclure.

Exercice n°4 Pendule simple

Capacités exigibles :

- ✓ Établir un bilan des forces sur un système et en rendre compte sur une figure.
- ✓ Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel.
- ✓ Établir l'équation du mouvement du pendule simple.

On considère un pendule simple de longueur ℓ dont la masse m est soumise, en plus de son poids et de la tension du fil, à une force de frottement fluide de type $\vec{f} = -h\vec{v}$.

Q1. Déterminer l'équation du mouvement sur la variable θ .

Q2. Dans le cas où l'amplitude des oscillations est faible devant 1 radian, quelle équation connue retrouve-t-on ?

Q3. À quelle condition sur m , ℓ , h et g le système peut-il présenter un mouvement pseudo-périodique ?

Q4. Résoudre complètement l'équation différentielle dans le cas précédent si à $t = 0$, $\theta(0) = 0$ et $\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0 > 0$.

On pourra introduire une pseudo-pulsation Ω et une constante de temps τ .

II Résolution de problèmes

Exercice n°5 Bobby et sa fronde

Bobby s'est fabriqué une fronde en accrochant un caillou au bout d'une ficelle. Le bras tendu au dessus de sa tête, il fait tourner la fronde (dans un plan horizontal) à la vitesse angulaire $\omega = 120$ tours/minute) puis la lâche. À quelle distance de Bobby le caillou va-t-il atterrir ?

Exercice n°6 Décollage d'un point sur un plateau oscillant

Un point matériel M de masse m est posé sur un plateau horizontal. Le plateau est animé d'un mouvement vibratoire vertical d'équation $z(t) = A \cos(\omega t)$.

À quelle condition M décolle-t-il du plateau ?

Exercice n°7 Frottements solides sur un manège en rotation uniforme

La plateforme en forme de disque horizontal d'un manège tourne autour de son axe vertical (Δ) à la vitesse angulaire constante $\omega = 10$ tour $\cdot$ min $^{-1}$.

À quelle condition portant sur le frottement une personne peut-elle rester debout sans déraiper lorsqu'elle se situe à une distance $a = 3,0$ m de l'axe (Δ) ?

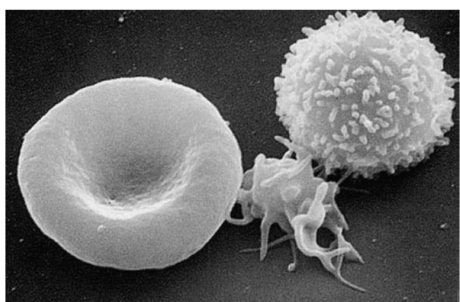
Exercice n°8 Vitesse de sédimentation du plasma sanguin

La Vitesse de Sédimentation fait partie des examens de routine effectués au cours d'un bilan sanguin permettant de détecter des phénomènes inflammatoires ou infectieux.

La Vitesse de Sédimentation à la première heure correspond à la **hauteur** (exprimée en millimètres) de globules rouges ayant sédimenté en une heure au fond d'un tube à essai, le sang ayant été rendu incoagulable.

Déterminer la fourchette dans laquelle doit se trouver la vitesse de sédimentation à la première heure d'un sang sain.

Doc. 1 Aspect, en microscopie électronique à balayage, des cellules du sang : de gauche à droite, érythrocyte, plaquette et leucocyte (source Wikipedia)



Doc 2. Caractéristique des cellules du sang

Cellules	Dimension	Numération ($10^3 / \text{mm}^3$)
Erythrocytes (globules rouges)	De $6,8 \mu\text{m}$ à $7,3 \mu\text{m}$	De 4500 à 6000
Thrombocytes (plaquettes)	De $2 \mu\text{m}$ à $4 \mu\text{m}$	De 150 à 450
Leucocytes (globules blancs)	De $4 \mu\text{m}$ à $12 \mu\text{m}$	De 4 à 10

Les globules rouges peuvent être considérés cylindriques de hauteur égale à $1/5^{\text{ème}}$ de son diamètre.

Doc 3. Forces de frottement

Un objet sphérique en mouvement à vitesse de norme v dans un fluide subit une force de frottement fluide. On propose deux modèles de frottement fluide :

- le modèle de Stokes, pour lequel la force de frottement est d'expression : $\vec{f} = -6\pi\eta R \vec{v}$
- le modèle quadratique, pour lequel la force de frottement est d'expression : $\vec{f} = -\frac{1}{2}\rho\pi R^2 C_x v \vec{v}$

Dans ces expressions, R est le rayon de l'objet, ρ la masse volumique du fluide dans lequel se déplace l'objet, η la viscosité du fluide dans lequel se déplace l'objet, C_x le coefficient de traînée, de valeur $C_x = 0,5$ pour une sphère.

Doc 4. Nombre de Reynolds R_e

L'adéquation à l'une ou l'autre des deux forces de frottement proposées dans le **doc.3** peut être testée en considérant le nombre de Reynolds, grandeur adimensionnée d'expression : $R_e = \frac{\rho L v}{\eta}$, avec L est une grandeur caractéristique des dimensions de l'objet, ρ la masse volumique du fluide, η la viscosité du fluide, v la norme de la vitesse de l'objet.

On admettra que le modèle de Stokes reste acceptable si le nombre de Reynolds R_e est au maximum de l'ordre de quelques dizaines, et que le modèle quadratique est acceptable pour un nombre de Reynolds supérieur à 1000.

Doc 5. Valeurs numériques

- Hauteur d'un tube à essais 70 mm
- Diamètre d'un tube à essais 12 mm
- Accélération de la pesanteur $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- Masse volumique du plasma $\rho_p = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Masse volumique des globules rouges $\rho_g = 1,3 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Viscosité dynamique du plasma $\eta = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ uSI}$

III Extrait du cahier d'entraînement de physique-chimie

Pour commencer



Entraînement 11.1 — Une relation algébrique.



La vitesse v (en régime permanent) d'un mobile vérifie l'équation

$$m_1(v - v_1) + m_2(v - v_2) = p.$$

Donner l'expression de v (en fonction de m_1 , m_2 , v_1 , v_2 et p)



Entraînement 11.2 — Un système de deux équations.



Un problème de mécanique fait intervenir une force d'intensité F et un angle $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. En projetant la seconde loi de Newton sur deux axes, on aboutit au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} T + F \sin \alpha = mR\omega^2 \\ F \cos \alpha = mg. \end{cases}$$

a) Déterminer F en fonction des données T , m , R , ω et g

b) Déterminer α en fonction des données T , m , R , ω et g



Entraînement 11.3 — Quelques équations différentielles.



Résoudre les équations différentielles suivantes, sachant que $v = 0$ à $t = t_0$, et que les paramètres a_0 et k sont des constantes.

a) $\frac{dv}{dt} = a_0$

b) $\frac{dv}{dt} = -kv$

c) $\frac{dv}{dt} = -kv + a_0$

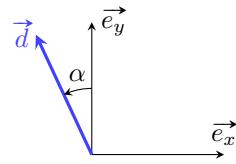
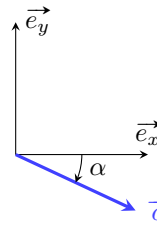
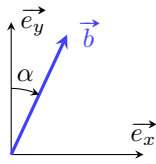
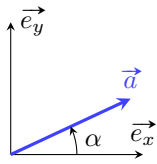
Décomposition de vecteurs



Entraînement 11.4 — Des projections.



On considère les vecteurs suivants :



Décomposer dans la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$ les vecteurs :

a) $\vec{a}$

c) $\vec{c}$

b) $\vec{b}$

d) $\vec{d}$

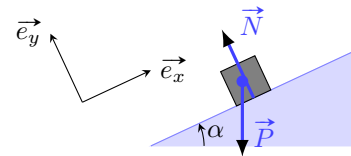


Entraînement 11.5 — Sur un plan incliné.



On considère la situation représentée ci-contre.

Décomposer dans la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$ les vecteurs suivants.



a) $\vec{P}$

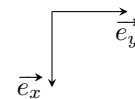
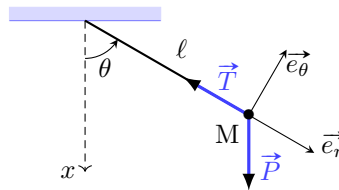
b) $\vec{N}$



Entraînement 11.6 — Avec un pendule simple.



On considère la situation



Décomposer dans la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ les vecteurs suivants :

a) $\vec{P}$

c) $\vec{P} + \vec{T}$

b) $\vec{T}$



Entraînement 11.7 — Avec un pendule simple (suite).



On se place dans la même situation que ci-dessus. Décomposer dans la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$:

a) $\vec{P}$

c) $\vec{P} + \vec{T}$

b) $\vec{T}$

Étude de systèmes en équilibre

Entraînement 11.13 — Tension d'un fil.

Une bille d'acier de poids $P = 2,0\text{ N}$, fixée à l'extrémité d'un fil de longueur $\ell = 50\text{ cm}$ est attirée par un aimant exerçant une force $F = 1,0\text{ N}$. À l'équilibre, le fil s'incline d'un angle α et l'on a

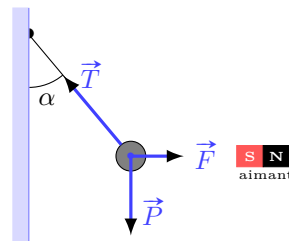
$$\vec{T} + \vec{F} + \vec{P} = \vec{0},$$

où $\vec{T}$ est la tension exercée par le fil.

Calculer les valeurs numériques de :

a) la tension T du fil

b) l'angle α (en radian)



Entraînement 11.14 — Masse suspendue.

Un objet qui pèse 800 N est suspendu en équilibre à l'aide de deux cordes symétriques qui font un angle $\theta = 20^\circ$ avec la direction horizontale.

Le point A est soumis à trois forces :

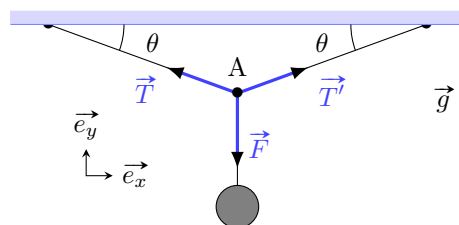
$$\vec{T}, \vec{T}' \text{ et } \vec{F}.$$

On note $\vec{R}$ la résultante des forces.

a) Exprimer la composante horizontale R_x en fonction de T , T' et θ

b) Exprimer la composante verticale R_y en fonction de T , T' , F et θ

c) Déterminer la tension T en résolvant l'équation $\vec{R} = \vec{0}$



Mouvements rectilignes

Entraînement 11.15 — Chute avec frottement.

Un corps de masse $m = 2\text{ kg}$ tombe verticalement avec une accélération de $a = 9\text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Lors de sa chute il subit la force de pesanteur ainsi qu'une force de frottement due à l'air.

On prendra $g = 9,8\text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ pour l'intensité du champ de pesanteur.

Combien vaut l'intensité de la force de frottement ?



Entraînement 11.16 — Contact dans un ascenseur.



Un homme de masse $m = 80 \text{ kg}$ est dans un ascenseur qui monte avec une accélération $a = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. On note $\vec{F}$ la force exercée par l'homme sur le plancher de l'ascenseur.

On prendra $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ pour l'intensité du champ de pesanteur.

Combien vaut l'intensité de $\vec{F}$?

Entraînement 11.17 — Calcul d'une action de contact.

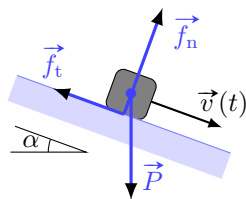


Un bloc de masse m , de poids $\vec{P}$ glisse à une vitesse $v(t)$, variable au cours du temps, sur un support plan qui exerce une action de contact.

Celle-ci se décompose en deux actions :

- une action normale à la surface $\vec{f}_n$;
- une action de frottement $\vec{f}_t$ opposée à la vitesse de glissement.

Le plan est incliné d'un angle α , comme figuré ci-dessous.



Déterminer (en fonction d'au moins une des données P , $v(t)$, m et α) :

a) l'intensité de l'action normale f_n

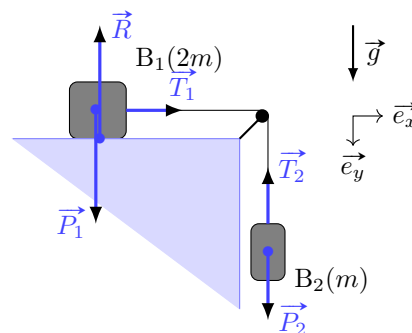
b) l'intensité du frottement f_t

Entraînement 11.18 — Calcul d'une accélération.



Deux blocs B_1 et B_2 de masse respective $2m$ et m sont reliés par un fil. On passe le fil dans la gorge d'une poulie, puis on maintient le bloc B_1 sur la table alors que l'autre est suspendu dans l'air. On libère le bloc B_1 qui glisse alors sur la table. On note T_1 et T_2 les tensions exercées par le fil sur les blocs, a_1 et a_2 les accélérations respectives des blocs B_1 et B_2 , et g le champ de pesanteur.

Les frottements sont négligeables.



a) Exprimer a_1 en fonction de m et T_1

b) Exprimer l'accélération a_2 de B_2 en fonction de m , g et T_2

Le fil étant inextensible et sans masse on a $a_1 = a_2$ et $T_1 = T_2$.

c) En déduire l'accélération en fonction uniquement de g