Thème II. Mouvements et interactions (Mécanique)

TD n°15 Mouvement de particules chargées dans des champs électrique et magnétique, uniformes et stationnaires

Méthode : Comment travailler des exercices ?

Avant la séance de TD :

- ★ Sur une feuille de brouillon, avec un crayon à la main et le chapitre ouvert sous les yeux.
- ★ Essayer des « trucs » même si cela n'aboutit pas.
- ★ Faire des schémas complets et suffisamment grands.
- ★ Ne rien écrire sur l'énoncé de TD afin de pouvoir refaire les exercices après la correction en classe.
- ★ Réfléchir environ 10 à 15 min sur chaque exercice demandé. Si vous bloquez complètement sur une question/un exercice, passez à la suite au bout de 10 min, et me poser des questions soit directement soit par mail `nvalade.pcsi@gmail.com` .

Après la séance de TD :

- ★ Refaire les exercices corrigés ensemble, sans regarder le corrigé dans un premier temps.
- ★ Une fois l'exercice terminé ou si vous êtes totalement bloqué, reprendre avec le corrigé.

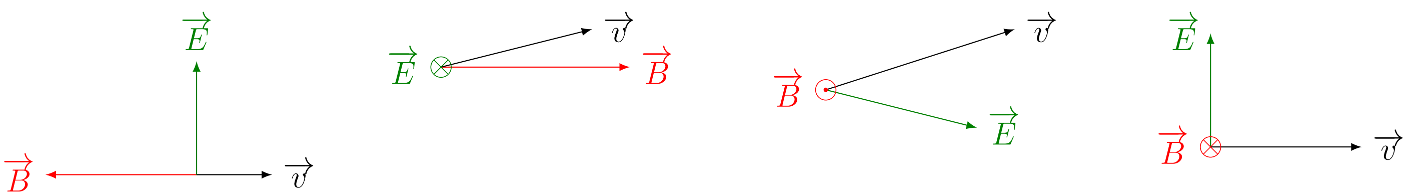
I Exercices d'application directe du cours

Exercice n°1 Force de Lorentz

Capacités exigibles : *Exprimer la force de Lorentz.*

Tracer sur les schémas ci-dessous les vecteurs forces $\overrightarrow{f_E}$ et $\overrightarrow{f_B}$. On suppose que les particules ont toutes une charge positive.

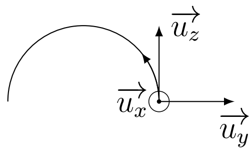
On rappelle qu'un vecteur noté $\odot$ est de direction perpendiculaire au plan de la feuille et orienté de la feuille vers vous (il « sort » de la feuille), alors qu'un vecteur noté $\otimes$ est de direction perpendiculaire au plan de la feuille mais orienté de la feuille vers le sol (il « s'enfonce » dans la feuille).



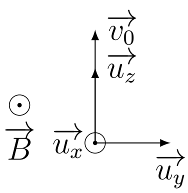
Exercice n°2 Sens du mouvement

Capacités exigibles : *Exprimer la force de Lorentz.*

Q1. Le schéma ci-contre montre la trajectoire d'un électron dans un champ magnétique uniforme et stationnaire. Déterminer l'orientation du champ magnétique $\overrightarrow{B}$.



Q2. Un proton entre dans une zone où règne un champ magnétique uniforme et stationnaire dans la configuration représentée ci-contre.
Déterminer le sens de la trajectoire.



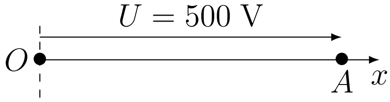
Exercice n°3 Microscope électronique

Capacités exigibles :

✓ *Justifier qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule.*

✓ *Effectuer un bilan énergétique pour déterminer la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel.*

Dans le canon d'un microscope électronique, un faisceau d'électrons est extrait de la cathode et accéléré par une anode avec une différence de potentiel U.



La charge de l'électron est $-e = -1,602.10^{-19}$ C, sa masse $m = 9,1.10^{-31}$ kg. On donne également la constante de Planck $h = 6,6.10^{-34}$ J · s et la vitesse de la lumière dans le vide $c = 3,0.10^{8}$ m · s^{-1}.

Q1. Un électron est extrait de la cathode en O sans vitesse initiale. Par une méthode énergétique, déterminer sa vitesse en A.

II Exercices d'approfondissement

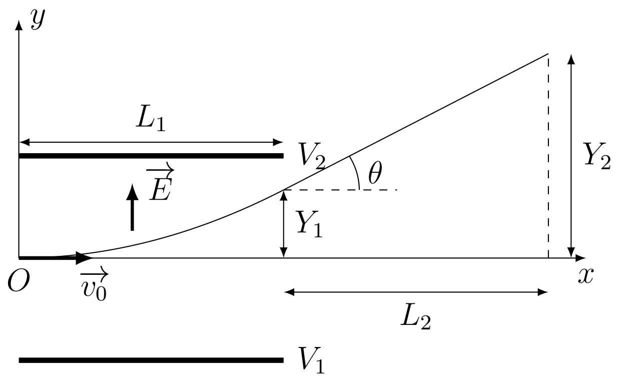
Exercice n°4 Extraction de protons

Capacités exigibles :

✓ *Mettre en équation le mouvement et le caractériser comme un mouvement à vecteur accélération constant.*

✓ *Effectuer un bilan énergétique pour déterminer la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel.*

Une méthode d'extraction du faisceau de protons accélérés par un cyclotron consiste à faire passer le dernier tour dans un déflecteur électrostatique provoquant une légère déviation vers l'extérieur. Le schéma de principe est proposé ci-dessous.



Un proton de masse $m = 1,67.10^{-27}$ kg, de charge $e = 1,60.10^{-19}$ C et d'énergie cinétique $\mathscr{E}_c = 5,0$ MeV entre en O dans le déflecteur constitué de deux électrodes planes portées aux potentiels électriques V_1 et V_2 générant un champ électrostatique uniforme $\overrightarrow{E} = E\overrightarrow{u_y}$ avec $E = 6,0$ MV · m^{-1}.
La longueur du déflecteur est notée L_1.

Q1. Quel est le signe de $V_1 - V_2$ pour que le proton soit effectivement dévié dans le sens des y croissants ?

Q2. La vitesse du proton en O est $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{u_x}$. Calculer v_0 en considérant le proton comme non relativiste.

Q3. Déterminer l'équation de sa trajectoire. En déduire le déplacement Y_1 en sortie du déflecteur. Quelle valeur doit-on donner à L_1 pour obtenir un déplacement $Y_1 = 1,0$ mm ?

Q4. Caractériser la trajectoire du proton après être sorti du déflecteur.

Q5. Exprimer puis calculer la déflexion angulaire θ. En déduire le déplacement Y_2 pour $L_2 = 2,0$ m.

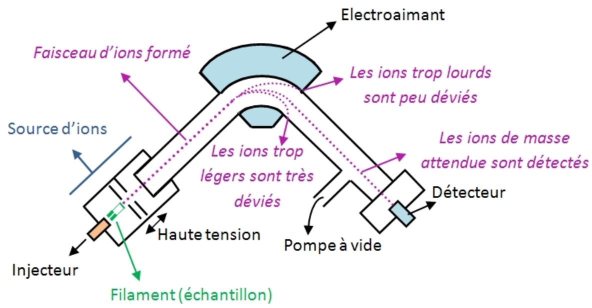
Exercice n°5 Spectromètre de masse

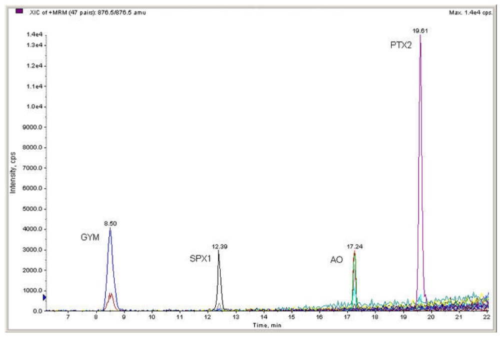
Capacités exigibles :

✓ *Justifier qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule.*

✓ *Effectuer un bilan énergétique pour déterminer la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel.*

✓ *Déterminer le rayon de la trajectoire et le sens de parcours.*





Données :

— Charge élémentaire $e = 1,602176634.10^{-19}$ C

— Unité de l'électron-Volt : 1 eV $= 1,602176634.10^{-19}$ J

— Nombre d'Avogadro $\mathscr{N}_{\mathscr{A}} = 6,022.10^{23}$ mol^{-1}.

— Les deux principaux isotopes de l'uranium sont $^{235}_{92}U$ et $^{238}_{92}U$ de masses molaires respectives $235,0439$ g · mol^{-1} et $238,0508$ g · mol^{-1}.

La France produit l'essentiel de son électricité – environ 75 % – à partir de centrales électriques nucléaires. Ces centrales utilisent comme source d'énergie un « combustible » constitué d'oxyde d'uranium enrichi en uranium 235, seul isotope fissible, afin d'atteindre une teneur de l'ordre de 4 % . Avant utilisation dans une centrale, le minerai doit donc d'abord être traité afin de produire ce combustible. L'enrichissement de l'uranium a pour but d'élever la teneur en ^{235}U de l'uranium de départ à une valeur optimale pour l'application souhaitée. Une des méthodes est la spectrographie de masse qui reste la méthode la plus sensible d'analyse isotopique.

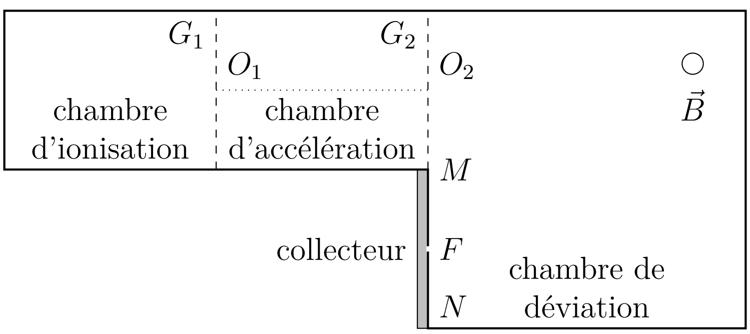
Un spectrographe de masse se compose de quatre parties :

— La chambre d'ionisation dans laquelle des atomes d'uranium $^{235}_{92}U$ et $^{238}_{92}U$ de masses respectives m_1 et m_2 portés à haute température sont ionisés en ions U^+. On considérera qu'à la sortie de cette chambre, en O_1, la vitesse des ions est quasi nulle.

— La chambre d'accélération dans laquelle les ions sont accélérés entre O_1 et O_2 sous l'action d'une différence de potentiel établie entre les deux grilles G_1 et G_2.

— La chambre de déviation dans laquelle les ions sont déviés par un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B}$ de direction perpendiculaire au plan de la figure.

— Un collecteur d'ions est disposé entre M et N. Une fente centrée sur O_2 de largeur L dans le plan de la figure permet de choisir la largeur du faisceau incident. Une fente collectrice centrée sur F est placée entre M et N et a pour largeur L' dans le plan de la figure.



Les chambres sont sous vide, ce qui permet de considérer que les particules n'interagissent pas entre elles. On négligera le poids des ions devant la force électromagnétique et on admettra qu'à la sortie de la chambre d'accélération, les vitesses des ions sont contenues dans le plan de la figure.

A Préliminaires

Q1. Justifier que le poids des atomes d'uranium est bien négligeable devant la force de Lorentz électrique et magnétique (on proposera des valeurs raisonnables des champs électrique, magnétique et de la vitesse de la particule chargée).

B Accélération des ions

Q2. Établir l'expression de l'augmentation de l'énergie cinétique des ions U^+ entre O_1 et O_2. On l'exprimera en fonction de la différence de potentiel $V_{G1} - V_{G2}$.
Quel doit être le signe de la différence de potentiel $V_{G1} - V_{G2}$ pour que les ions soient accélérés entre O_1 et O_2 ?

Q3. Établir les expressions des vitesses v_{235} et v_{238} respectivement des ions ${}^{235}_{92}U^+$ et ${}^{238}_{92}U^+$ lorsqu'ils parviennent en O_2 en fonction de m_{235}, m_{238} et $U = V_{G_1} - V_{G_2}$.

Q4. L'énergie cinétique acquise par les ions en O_2 est de 15,0 keV. En déduire la valeur de la tension U appliquée entre les deux grilles.
Déterminer numériquement les vitesses v_{235} et v_{238} en respectant les chiffres significatifs.

C Déviation des ions

Q5. Quel doit être le sens du champ magnétique $\overrightarrow{B}$ régnant dans la chambre de déviation pour que les ions puissent atteindre le collecteur ?

Q6. Montrer que le mouvement dans le champ magnétique est uniforme.

Q7. Par une méthode de votre choix, déterminer la nature de la trajectoire d'un faisceau homocinétique d'ions ${}^{235}_{92}U^+$ dans la zone où règne le champ magnétique. Exprimer leur rayon R_{235} en fonction de m_{235}, e, U et $B = \left\|\overrightarrow{B}\right\|$.
Faire de même pour un faisceau homocinétique d'ions ${}^{238}_{92}U^+$, on notera R_{238} le rayon de leur trajectoire.

Q8. Le collecteur consiste en un récipient métallique muni d'une fente centrée en F de largeur L' placée entre M et N qui permet de recueillir les isotopes 235.
Quelle doit être la valeur du champ magnétique régnant dans le spectromètre sachant que la fente F est placée à $D = 940$ mm de O_2 ?

Q9. Le faisceau d'ions émis en O_2 est un faisceau parallèle dans le plan de la figure. La fente du collecteur a une largeur de $L' = 4,0$ mm dans le plan de la figure.
Peut-il y avoir séparation isotopique dans le récipient du collecteur ?

III Extrait du cahier d'entraînement de physique-chimie

Préliminaires

Entraînement 15.1 — Électron-volt.

Le produit d'une charge électrique par une tension est une énergie.

En multipliant la charge élémentaire $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C par une tension de 1 V, on obtient une unité adaptée à la physique des particules, l'électron-volt, noté eV. On a $1\,\text{eV} = 1{,}6 \times 10^{-19}$ J.

a) Que vaut 1 J en eV ? ....

b) L'énergie d'un photon rouge est de $2{,}48 \times 10^{-19}$ J.
Convertir en eV. ....

c) L'énergie d'un photon violet est de 3,1 eV.
Convertir en J. ....

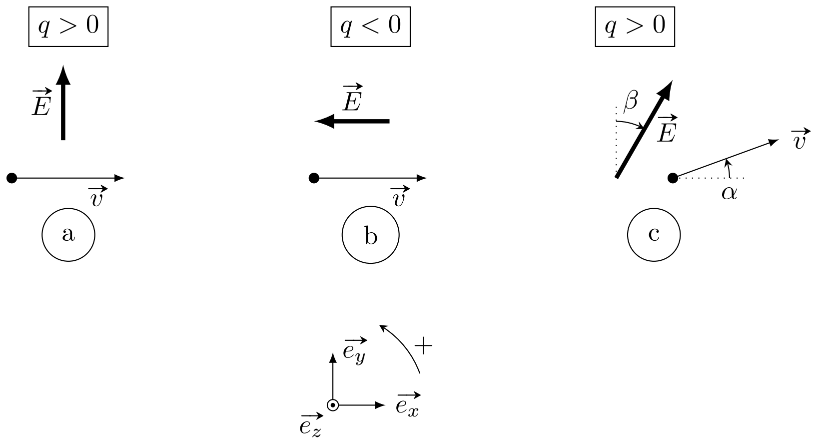
d) Quel photon a la plus grande énergie ?
Le rouge ou le violet ? ....

Force de Lorentz

On rappelle l'expression de la force de Lorentz $\overrightarrow{F_L} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$.

Entraînement 15.5 — Composante électrique de la force de Lorentz.

Dans la base $(\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$, exprimer (en fonction de q, de E et éventuellement de α et β) la composante électrique de la force de Lorentz, définie par $\vec{F}_{L,\text{électrique}} = q\vec{E}$.

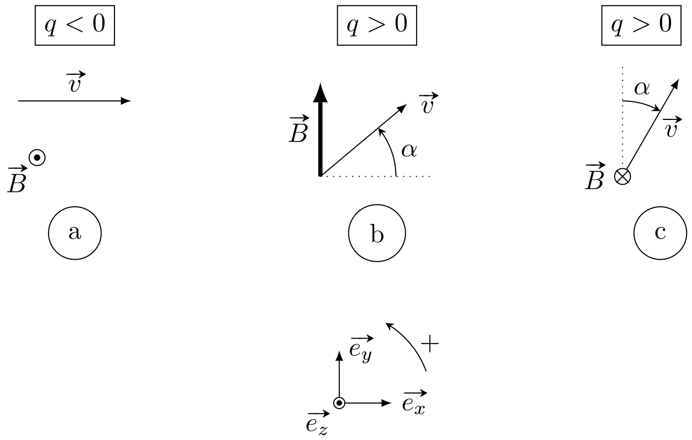


a) $\vec{F}_{L,\text{électrique}} =$ ....

b) $\vec{F}_{L,\text{électrique}} =$ ....

c) $\vec{F}_{L,\text{électrique}} =$ ....

Entraînement 15.6 — Composante magnétique de la force de Lorentz.



Dans la base $(\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$, exprimer (en fonction de q, de v, de B, et éventuellement de α) la composante magnétique de la force de Lorentz, définie par $\vec{F}_{L,\text{magnétique}} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$.

a) $\vec{F}_{L,\text{magnétique}} = \ldots$

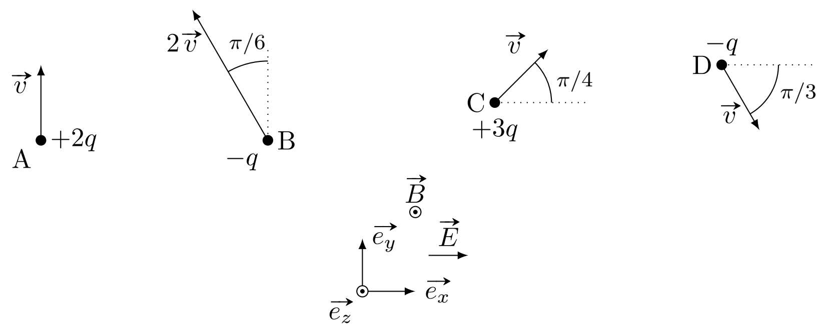
b) $\vec{F}_{L,\text{magnétique}} = \ldots$

c) $\vec{F}_{L,\text{magnétique}} = \ldots$

Entraînement 15.7 — Puissance de la force de Lorentz.

On se place dans une base $(\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$, et on considère :

- un champ électrique constant dans tout l'espace : $\vec{E} = E\vec{e_x}$;
- un champ magnétique constant dans tout l'espace : $\vec{B} = B\vec{e_z}$.



On rappelle que la puissance d'une force $\vec{F}$ appliquée à une particule de vitesse $\vec{v}$ est $\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}$.

Donner l'expression de la puissance des forces subies par chacune des particules A, B, C et D.

a) $\mathcal{P}_{\text{A}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

b) $\mathcal{P}_{\text{B}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

c) $\mathcal{P}_{\text{C}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

d) $\mathcal{P}_{\text{D}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

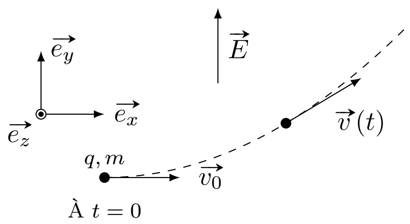
Mouvement dans un champ électrique

Entraînement 15.8 — Champ perpendiculaire à la vitesse initiale.

On étudie le mouvement d'une particule de charge $q > 0$ et de masse m dans une zone où règne un champ électrique $\vec{E} = E\vec{e_y}$.

À l'instant initial, la vitesse est orthogonale au champ électrique : $\vec{v}(t=0) = v_0\vec{e_x}$.

L'étude du mouvement permet d'établir l'expression de la vitesse en fonction du temps :



$$\vec{v}(t) = v_0\vec{e_x} + \frac{qE}{m}t\vec{e_y}.$$

a) À quel instant t_0 la particule double sa vitesse (par rapport à la vitesse initiale) ? ......

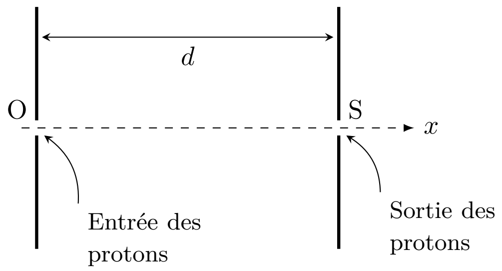
b) À quel instant t_1 l'énergie cinétique de la particule a quadruplé ? ....

c) Quelle est la valeur de l'angle $\alpha = (\vec{e_x}, \vec{v})$ à l'instant t_1 ? ....

Entraînement 15.9 — Champ colinéaire à la vitesse initiale.

Une proton de masse $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg entre en O, avec une vitesse initiale négligeable, dans un condensateur plan.

Une tension U est appliquée entre les deux armatures séparées d'une distance $d = 5{,}0$ cm. Le champ électrique $\vec{E}$ entre les plaques est supposé uniforme et orienté dans le sens des x croissants. Sa norme est $E = \dfrac{U}{d}$.



La variation d'énergie cinétique entre l'entrée O et la sortie S vérifie :

$$\mathcal{E}_c(\mathrm{S}) - \mathcal{E}_c(\mathrm{O}) = qU.$$

Le champ électrique de claquage de l'air vaut $E_{\max} = 3 \times 10^7\ \mathrm{V \cdot m^{-1}}$.

a) Quelle est la tension maximale $U_{\max}$ qui peut être appliquée aux bornes du condensateur sans qu'il n'y ait de claquage ? ....

b) L'énergie cinétique du proton en sortie du condensateur est alors égale à :

(a) 6 keV (b) 1,5 MeV (c) 0,24 pJ (d) 9,6 mJ

(plusieurs réponses sont possibles)

....

En associant l'un après l'autre de tels condensateurs plans, on peut augmenter l'énergie cinétique des protons : l'énergie cinétique $\mathcal{E}_{c,n}$ à la sortie du condensateur n vérifie la relation :

$$\mathcal{E}_{c,n} - \mathcal{E}_{c,n-1} = qU.$$

c) La suite $(\mathcal{E}_{c,n})_n$ est une suite :

(a) arithmétique (b) géométrique (c) arithmético-géométrique

. . . .

d) En déduire l'expression de $\mathcal{E}_{c,n}$ en fonction de n, q et U. . . . .

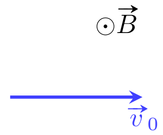
On souhaite atteindre une vitesse $v = \dfrac{c}{10}$, où c est la célérité de la lumière dans le vide par une mise en série de condensateurs.

e) Quel est le nombre de condensateurs plans nécessaires pour atteindre une telle vitesse avec une tension $U = 1\,\text{MV}$ aux bornes de chaque condensateur ? . . . .

Particule dans un champ magnétique

Entraînement 15.10 — Étude d'une trajectoire.

On considère une particule de masse m et de charge $q < 0$ placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e_z}$. On note $\vec{v}(t)$ le vecteur vitesse et $\vec{v_0}$ sa valeur initiale.



On représente la situation par le schéma ci-contre :

a) Exprimer l'accélération $\vec{a}$ en fonction de q, m, $\vec{v}$ et $\vec{B}$.

On pourra négliger le poids de la particule. . . . .

On admet que le mouvement est circulaire de rayon R et de centre C.

b) Exprimer la vitesse dans le repère de coordonnées polaires d'origine C. . . . .

c) En déduire l'expression de la force de Lorentz en coordonnées polaires . . . .

d) Exprimer l'accélération en coordonnées polaires . . . .

e) Reprendre le PFD pour exprimer le rayon R . . . .

f) Calculer la période T du mouvement circulaire . . . .