

? Lundi 24 avril 2023

Devoir Surveillé n°9 (1) – Durée : 4 heures

La calculatrice est autorisée.

Chapitres concernés

- Mécanique : Mouvement d'un solide
- Thermodynamique : Description d'un système thermodynamique ; Premier principe

⚠ Consignes à respecter

- Lire la **totalité** de l'énoncé et commencer par les exercices les plus abordables.
- Présentation de la copie :
 - Prendre une **nouvelle copie double pour chaque exercice**.
 - Tirer un **trait horizontal** à travers toute la copie **entre chaque question**.
 - Encadrer les expressions littérales et souligner les résultats numériques.
 - Numérotter les pages sous la forme x/nombre total de pages.
- Rédaction :
 - Faire des **schémas** grands, beaux, complets, lisibles.
 - **Justifier** toutes vos réponses.
 - Applications numériques : nombre de **chiffres significatifs adapté** et avec une **unité**.

Ce sujet comporte 3 exercices totalement indépendants qui peuvent être traités dans l'ordre souhaité.

L'énoncé est constitué de 7 pages.

Les copies de concours sont numérisées en couleur, pour cela, vous devez respecter les consignes suivantes :

- Composer à l'encre BLEUE ou NOIRE NON EFFAÇABLE. Pas de stylo plume ni de stylos « friction ».
- Si vous souhaitez réaliser des schémas ou mettre des résultats en évidence, vous pouvez utiliser des couleurs, SAUF LE VERT ET LE TURQUOISE. Vous pouvez également utiliser des feutres ou des surligneurs.
- Ne pas utiliser de correcteur (tipex par exemple).

Données

- Masse volumique de l'eau liquide : $\rho_\ell = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Capacité thermique massique de l'eau liquide $c_\ell = 4,18 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Masse molaire de l'air $M_a = 28,9 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Masse molaire de l'eau $M_e = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Accélération de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Problème n°1 Le hockey (~ 2 heures)

Le hockey sur glace est un sport d'équipe se jouant sur une patinoire. L'objectif de chaque équipe est de marquer des buts en envoyant un disque de caoutchouc, appelé palet, à l'intérieur du but adverse situé à une extrémité de la patinoire. Les joueurs se déplacent en patins à glace et dirigent le palet à l'aide d'un bâton de hockey également appelé crosse. Cette dernière est composée de deux parties : le manche qui permet au joueur de tenir la crosse et la palette qui permet de taper dans le palet. Le terrain de jeu, la patinoire, mesure 60 mètres de long sur 30 mètres de large.

Les parties I et II sont liées, et portent sur la mécanique. La durée conseillée pour traiter ces deux parties est de 1 heure.

Les parties III et IV sont indépendantes entre elles et de ce qui précède, portent sur la thermodynamique. La durée conseillée pour traiter ces deux parties est de 1 heure.

I Étude de la crosse

Pour manipuler le palet, les joueurs utilisent une crosse de hockey composée d'un manche et d'une palette. La crosse est suspendue par l'extrémité supérieure du manche (point O) à un axe horizontal (Oz) fixe par une liaison pivot supposée parfaite et peut ainsi osciller. L'axe (Oz) est dirigé vers l'avant de la figure 1. L'écart de la crosse de hockey avec la verticale est repéré par l'angle θ .

La crosse possède :

- une masse totale M ,
- un centre de masse G qu'on considérera situé sur le manche avec $OG = h$,
- un moment d'inertie total J par rapport à l'axe (Oz).

Les vecteurs \vec{u}_x , \vec{u}_y et \vec{u}_z sont des vecteurs unitaires dirigés respectivement selon les axes (Ox), (Oy) et (Oz).

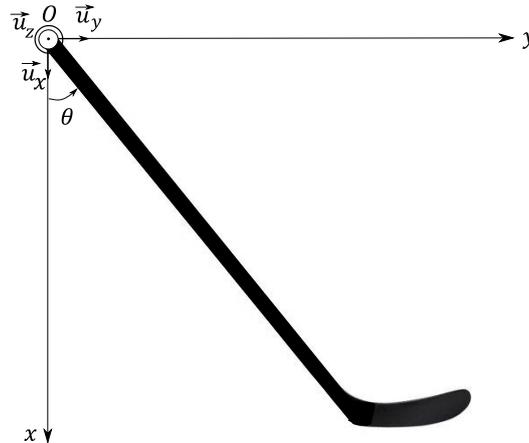


FIGURE 1 – Schéma de la crosse de hockey

Q1. Rappeler le théorème du moment cinétique pour un solide en rotation autour d'un axe orienté (Oz).

En l'appliquant et en négligeant les frottements de l'air, montrer que l'équation différentielle du mouvement de la crosse peut se mettre sous la forme :

$$J\ddot{\theta} + Mgh \sin(\theta) = 0 \quad (1)$$

Q2. Dans le cas d'oscillations de faible amplitude au voisinage de la position d'équilibre, réécrire l'équation (1). L'équation obtenue sera notée (2).

Q3. En déduire l'expression de la période des oscillations.

Q4. Établir une intégrale première du mouvement à partir de l'équation (1). Cette équation sera notée (3).

Q5. Expliquer en quoi cette équation (3) fait apparaître les différentes formes d'énergies.

Que traduit cette équation ?

II Prise en compte des frottements fluides

On modélise les frottements fluides par un couple de moment par rapport à l'axe (Oz) $\Gamma_f = -\alpha\omega$, où α est une constante.

- Q6. Exprimer la puissance de ces frottements fluides. Pourquoi peut-on affirmer que α est positive ?
- Q7. En utilisant le théorème de la puissance cinétique, établir l'équation différentielle qui régit le mouvement de la crose et l'écrire sous la forme :

$$\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{\theta} + \omega_0^2 \sin(\theta) = 0 \quad (4)$$

Exprimer les deux grandeurs ω_0 et Q en fonction de J , M , g , h et α .

Quels sont les noms de ces deux grandeurs ? leurs unités ?

On se restreint à l'étude des oscillations de faible amplitude, c'est-à-dire tel que $\forall t, |\theta(t)| \ll 1$ rad.

Les frottements étant faibles, on observe un régime pseudo-périodique.

- Q8. À quelle condition sur Q le régime peut-il être pseudo-périodique ?
- Q9. Établir l'expression de la solution générale $\theta(t)$ en fonction de ω_0 , Q , t et de deux constantes d'intégration qu'on introduira.
- Q10. Identifier une pseudo-pulsation Ω et une constante de temps τ caractéristique de l'évolution.
- Q11. Représenter l'allure de l'évolution de $\theta(t)$ si $\theta(0) = \theta_0$ et $\dot{\theta}(0) = 0$ (on ne cherchera pas à déterminer les deux constantes d'intégration pour cela).

III Étude de la glace

Dans certains pays, des patinoires naturelles se forment en hiver à la surface des lacs gelés et sont alors utilisées pour des matchs de hockey amateurs.

Document. La solidité de la glace

La couleur de la glace peut donner une indication de sa solidité. La glace bleue pâle est la plus solide. La glace blanche opaque ou glace de neige est, en général, seulement à moitié aussi solide que la glace bleue pâle. La glace grise n'est pas sécuritaire. L'épaisseur de la glace doit être de 15 cm pour la marche ou le patinage individuels, 20 cm pour le patinage en groupe ou les jeux et 25 cm pour les motoneiges.

Source : <http://www.croixrouge.ca>

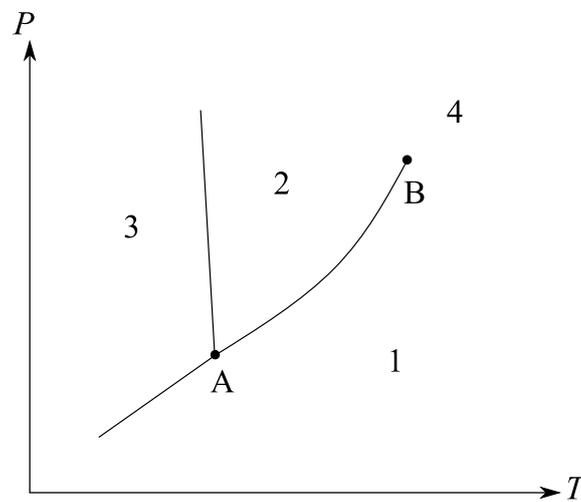


FIGURE 2 – Diagramme de phase (P, T) de l'eau

Q12. Le diagramme de phases de l'eau est présenté sur la figure 2.

Recopier ce diagramme et identifier les domaines d'existence des différentes phases.

Préciser le nom des points caractéristiques A et B. Les définir.

Q13. Lors du déplacement des joueurs de hockey sur la glace, la lame du patin crée une fine couche d'eau liquide à la surface de la glace. Donner une cause physique à sa création.

Pourquoi la glace ne doit pas être trop froide pour pouvoir glisser dessus ?

IV Ammoniac, un fluide réfrigérant

L'ammoniac, nommé aussi R717, est un fluide réfrigérant qui trouve principalement une application dans le froid industriel, grâce notamment à sa grande efficacité énergétique. De nombreuses patinoires canadiennes utilisent l'ammoniac pour la fabrication de la glace. Pour obtenir une qualité de glace optimale, la patinoire doit être réfrigérée. On fait ainsi circuler près de 50 tonnes d'ammoniac dans une centaine de kilomètres de canalisations pour assurer 10 cm de glace à 10 °C sur l'ensemble de la piste.

On s'intéresse à la problématique de son stockage dans une usine chimique à la température de 20 °C, dans une citerne de 40 m³ ne contenant que de l'ammoniac pur (pas d'air).

La masse volumique du liquide et la pression de vapeur saturante sont tabulées pour différentes températures dans les tables thermodynamiques.

Sa masse molaire est de 17,0 g · mol⁻¹.

T (°C)	$P_{\text{sat}}(T)$ (bar)	v_L (L · kg ⁻¹)	v_g (m ³ · kg ⁻¹)
-50	0,4086	1,4245	2,6265
-20	1,919	1,5038	0,6233
0	4,2962	1,5660	0,2892
10	6,1529	1,6008	0,2054
20	8,5762	1,6386	0,1492
50	20,331	1,7765	0,0634
132,5	113,01	4,222	4,222 · 10 ⁻³

TABLE 1 – Données de l'ammoniac : pour les différentes températures, sont donnés la pression de vapeur saturante, le volume massique de la phase liquide saturée, et le volume massique de la phase gazeuse saturée.

- Q14. Commenter la dépendance du volume massique de la phase liquide saturée avec la température.
Commenter la dépendance du volume massique de la phase gazeuse saturée avec la température.
Comparer les volumes massiques de la phase liquide et de la phase gazeuse.
- Q15. Pourquoi les deux volumes massiques de la dernière ligne sont-ils égaux ? Comment s'appelle ce point particulier ?
- Q16. Représenter le diagramme de Clapeyron pour l'équilibre liquide-vapeur. On représentera dessus : la courbe de saturation, la courbe de rosée, la courbe d'ébullition, les trois isothermes à 0 °C, 20 °C, et 50 °C. Indiquer le point critique.
- Q17. Une masse $m = 2,0 \cdot 10^3$ kg d'ammoniac se trouve dans la citerne.
Quel est l'état du système ? Que vaut sa pression ?
Déterminer la masse de liquide et la masse de gaz présentes dans la citerne.
- Q18. En cas d'échauffement jusqu'à 110 °C (lors de l'incendie de l'usine chimique par exemple), dans quel état se trouve l'ammoniac ? Comment sera la pression dans le réservoir ?
- Q19. Une masse $m_2 = 2,0 \cdot 10^4$ kg d'ammoniac se trouve dans la citerne.
Quel est l'état du système ? Que vaut sa pression ?
Déterminer la masse de liquide et la masse de gaz présentes dans la citerne.
- Q20. En cas d'échauffement jusqu'à 110 °C (lors de l'incendie de l'usine chimique par exemple), dans quel état se trouve l'ammoniac ? Comment sera la pression dans le réservoir ?
- Q21. Expliquer pourquoi stocker un fluide dans de bonnes conditions de sécurité demande que le volume massique du fluide transporté soit supérieur au volume critique.
- Q22. En déduire la masse maximale d'ammoniac qui peut être stockée dans la citerne.

Problème n°2 Gaz parfait (~ 1 heure)

I Risque d'hypoxie

Cette partie est extrait d'un sujet portant sur l'exploration des très grandes profondeurs à l'aide de sous-marins autonomes et s'attache à discuter des contraintes de sécurité liées à ces expéditions.

La puissance électrique disponible assure, entre autres, le fonctionnement du système de contrôle de l'atmosphère de la capsule pendant plus de 50 heures. Ce système permet de maintenir une composition de l'air intérieur de l'habitable correspondant à celle de l'atmosphère terrestre au niveau de la mer.

On considère que, **lors d'une inspiration, un être humain inspire toujours le même volume V_p d'air** dont la composition est celle de l'air ambiant dans lequel il se trouve. L'étude d'un cycle respiratoire montre que **seul un quart du dioxygène inspiré est effectivement consommé par les poumons.**

Q23. Quelle est la composition moyenne de l'air présent dans l'atmosphère terrestre au niveau de la mer ?

On suppose que le système de contrôle de l'atmosphère cesse de fonctionner et on note n_i et P_{O_2i} respectivement la quantité de matière de dioxygène présente dans l'habitable et la pression partielle en dioxygène après la i -ème respiration après l'arrêt de ce système.

On suppose que l'air se comporte comme un gaz parfait.

Dans l'habitable, le nombre de moles de gaz total, la pression P_0 totale, la température T_0 et le volume V sont constants.

Q24. Exprimer la quantité de matière d'oxygène n_i , présente dans la capsule en fonction de P_{O_2i} , V , R , T_0 , après la i ° inspiration.

Q25. Exprimer la quantité de matière d'oxygène inspiré lors d'une inspiration $n_{O_2}^{\text{insp}}$ en fonction de P_{O_2i} , V_p , R , T_0 .

Q26. En déduire une relation entre n_{i+1} , n_i et $n_{O_2}^{\text{insp}}$.

Q27. En déduire que $n_{i+1} = n_i \left(1 - \frac{V_p}{4V}\right)$

II Énergie interne

Q28. Définir l'énergie interne et la capacité thermique à volume constant.

Q29. Quelle est la propriété de l'énergie interne molaire d'un gaz parfait ? Comment s'exprime la variation de l'énergie interne ?

III Premier principe

Q30. Donner l'expression du travail des forces de pression reçu par un système dont le volume passe de V_i à V_f , soumis à une pression extérieure P_{ext} . Comment peut-on l'écrire si la transformation est quasi-statique ?

Q31. Énoncé le premier principe sous sa forme fréquente. On définira précisément chaque terme intervenant dedans.

On étudie la détente isotherme de n mole d'un gaz parfait à la température T_0 , qui le fait passer d'un volume V_0 à un volume $2V_0$.

Q32. Que vaut la variation d'énergie interne du gaz parfait au cours de cette transformation ?

Q33. Établir l'expression du travail des forces de pression reçu par le gaz en fonction de T_0 , n et R .
Quel est son signe ? Commenter physiquement.

Q34. En déduire l'expression du transfert thermique reçu par le gaz en fonction de T_0 , n et R .
Quel est son signe ? Commenter physiquement.

Problème n°3 La physique dans la cuisine (~ 1 heure)

La chimie c'est de la cuisine, mais il y a tant de physique dans la cuisine également !

I Un café tristement abandonné dans une cuisine (1^{er} principe)

Vous vous servez une tasse de café de $V = 20$ cL, de température $T_0 = 60$ °C en vous levant, l'histoire de vous réveiller avant d'affronter les 4 heures de DS de physique. Malheureusement, vous oubliez de le boire. Il est alors abandonné toute la journée, dans la cuisine de température $T_c = 20$ °C.

On suppose que le café dans la tasse est un système fermé, et la transformation monotherme et isochore.

Q35. Commenter physiquement les hypothèses faites sur la transformation subie par le café.

Q36. Que vaut la température finale du café ?

Q37. Que peut-on dire du travail des forces de pression reçu par le café ?

Q38. Établir l'expression du transfert thermique reçu par le café au cours de la transformation en fonction de c_ℓ , T_0 , T_c , ρ_ℓ et V .

Faire l'application numérique. Commenter physiquement le signe du transfert thermique.

II Thé buvable immédiatement (1^{er} principe)

Vous souhaitez boire un thé le matin, vous faites bouillir de l'eau à la température $T_1 = 100$ °C et vous en versez un volume $V_1 = 20$ cL dans un mug (à double paroi, ce qui isole thermiquement l'intérieur de l'extérieur). Cependant, en retard pour votre DS de physique, il vous faut ajouter de l'eau pour le rendre buvable immédiatement, soit à la température $T_F = 60$ °C. Vous ajoutez pour cela un volume V_2 d'eau froide du robinet à $T_2 = 10$ °C.



Q39. Définir le système et décrire précisément la transformation, en faisant des hypothèses raisonnables (on pourra s'inspirer de la partie précédente). On justifiera notamment pourquoi la transformation peut être supposée adiabatique.

Q40. Justifier précisément que la variation de l'énergie interne est nulle.

Q41. Quelle propriété a l'énergie interne que vous permettra de calculer l'énergie interne du système complet ? Établir l'expression de la variation de l'énergie interne du système en fonction de ρ_ℓ , V_1 , V_2 , c_ℓ , T_F , T_1 et T_2 .

Q42. Dédire des questions précédentes la relation entre V_1 , V_2 , T_F , T_1 et T_2 .

Q43. En déduire le volume d'eau froide à ajouter pour pouvoir boire votre thé immédiatement.