

? Lundi 24 avril 2023

## Devoir Surveillé n°9 (1) – Corrigé

### Chapitres concernés

- Mécanique : Mouvement d'un solide
- Thermodynamique : Description d'un système thermodynamique ; Premier principe

### Problème n°1 Le hockey (~ 2 heures)

#### I Étude de la crosse

Pour manipuler le palet, les joueurs utilisent une crosse de hockey composée d'un manche et d'une palette. La crosse est suspendue par l'extrémité supérieure du manche (point  $O$ ) à un axe horizontal ( $Oz$ ) fixe par une liaison pivot supposée parfaite et peut ainsi osciller. L'axe ( $Oz$ ) est dirigé vers l'avant de la figure 1. L'écart de la crosse de hockey avec la verticale est repéré par l'angle  $\theta$ .

La crosse possède :

- une masse totale  $M$ ,
- un centre de masse  $G$  qu'on considérera situé sur le manche avec  $OG = h$ ,
- un moment d'inertie total  $J$  par rapport à l'axe ( $Oz$ ).

Les vecteurs  $\vec{u}_x$ ,  $\vec{u}_y$  et  $\vec{u}_z$  sont des vecteurs unitaires dirigés respectivement selon les axes ( $Ox$ ), ( $Oy$ ) et ( $Oz$ ).

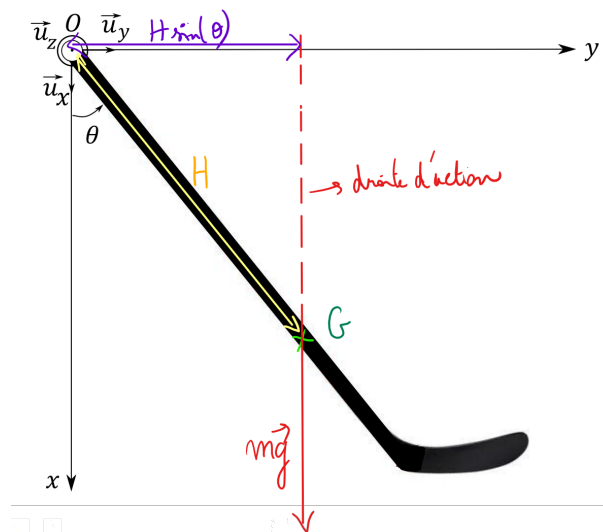


FIGURE 1 – Schéma de la crosse de hockey

R1. Rappeler le théorème du moment cinétique pour un solide en rotation autour d'un axe orienté ( $Oz$ ).

En l'appliquant et en négligeant les frottements de l'air, montrer que l'équation différentielle du mouvement de la crosse peut se mettre sous la forme :

$$J\ddot{\theta} + Mgh \sin(\theta) = 0 \quad (1)$$

**Solution:** Pour un solide en rotation autour d'un axe orienté ( $Oz$ ), on écrit la loi du moment cinétique par rapport à cet axe ( $Oz$ ) :  $\frac{dL_{Oz}}{dt} = \sum \mathcal{M}_{Oz}^{\text{ext}}$ , où  $\sum \mathcal{M}_{Oz}^{\text{ext}}$  est la somme des moments des actions mécaniques extérieures.

Système : crosse de masse  $M$  et de centre d'inertie  $G$

Référentiel : terrestre considéré galiléen à l'échelle de l'expérience

Bilan des actions mécaniques :

- poids :  $m\vec{g}$ , de moment  $\mathcal{M}_{Oz} = -Mgh \sin(\theta) < 0$ , car tend à faire tourner dans le sens indirect, et  $h \sin(\theta)$  est le bras de levier.
- action de la liaison pivot, supposée parfaite, donc de moment par rapport à l'axe de rotation nul.

La LMC donne :  $\frac{J\Omega}{dt} = -Mgh \sin(\theta)$

Soit  $J\ddot{\theta} + Mgh \sin(\theta) = 0$

R2. Dans le cas d'oscillations de faible amplitude au voisinage de la position d'équilibre, réécrire l'équation (1). L'équation obtenue sera notée (2).

**Solution:** Dans le cas des petites oscillations, on peut écrire  $\sin(\theta) \approx \theta$ , donc

$$J\ddot{\theta} + Mgh\theta = 0 \Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{Mgh}{J}\theta = 0 \quad (2)$$

R3. En déduire l'expression de la période des oscillations.

**Solution:** On identifie l'équation précédente avec l'équation d'un **oscillateur harmonique de pulsation propre**  $\omega_0 = \sqrt{\frac{Mgh}{J}}$ , donc de période propre  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \sqrt{\frac{J}{Mgh}}$

R4. Établir une intégrale première du mouvement à partir de l'équation (1). Cette équation sera notée (3).

**Solution:**

$$\begin{aligned} J\ddot{\theta} + Mgh \sin(\theta) &= 0 \\ J\ddot{\theta} \times \dot{\theta} + Mgh \sin(\theta) \times \dot{\theta} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} J\dot{\theta}^2 \right) - \frac{d}{dt} (Mgh \cos(\theta)) &= 0 \\ \frac{1}{2} J\dot{\theta}^2 - Mgh \cos(\theta) &= \text{constante} \end{aligned}$$

On obtient l'intégrale première du mouvement :  $\frac{1}{2} J\dot{\theta}^2 - Mgh \cos(\theta) = \text{constante}$

**Distinguez bien intégrale et primitive.**

R5. Expliquer en quoi cette équation (3) fait apparaître les différentes formes d'énergies. Que traduit cette équation ?

**Solution:**  $\frac{1}{2} J\dot{\theta}^2$  est l'énergie cinétique de la crosse en mouvement de rotation

$-Mgh \cos(\theta)$  est l'énergie potentielle de pesanteur de la crosse, on reconnaît notamment  $h \cos(\theta)$  la cote du centre d'inertie de la crosse.

D'un point de vue unité :  $[J] = \frac{[L]}{[\dot{\theta}]} = \text{kg} \cdot \text{m}^2$ , donc  $J\dot{\theta}$  s'exprime en  $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ , ce qui est bien homogène à une énergie.

De même  $[Mgh] = \text{kg} \times \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \times \text{m} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$

## II Prise en compte des frottements fluides

On modélise les frottements fluides par un couple de moment par rapport à l'axe  $(Oz)$   $\Gamma_f = -\alpha\omega$ , où  $\alpha$  est une constante.

R6. Exprimer la puissance de ces frottements fluides. Pourquoi peut-on affirmer que  $\alpha$  est positive ?

**Solution:** La puissance du couple de frottement est donnée par  $\mathcal{P}_f = \Gamma_f \times \omega = -\alpha\omega^2$ .

L'action de frottement étant **résistante**,  $\mathcal{P}_f < 0$ , donc  $\alpha > 0$

R7. En utilisant le théorème de la puissance cinétique, établir l'équation différentielle qui régit le mouvement de la crosse et l'écrire sous la forme :

$$\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{\theta} + \omega_0^2 \sin(\theta) = 0 \quad (4)$$

Exprimer les deux grandeurs  $\omega_0$  et  $Q$  en fonction de  $J$ ,  $M$ ,  $g$ ,  $h$  et  $\alpha$ .

Quels sont les noms de ces deux grandeurs ? leurs unités ?

**Solution:** D'après le théorème de la puissance cinétique :  $\frac{d\mathcal{E}_c}{dt} = \mathcal{P}(m\vec{g}) + \mathcal{P}_f + \mathcal{P}(\text{liaison pivot})$

Avec  $\mathcal{P}(m\vec{g}) = \mathcal{M}_{Oz}(m\vec{g}) \times \dot{\theta} = -Mgh \sin(\theta)\dot{\theta}$

$\mathcal{P}(\text{liaison pivot}) = 0$

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2$$

Ainsi  $J\ddot{\theta} = -Mgh \sin(\theta)\dot{\theta} - \alpha\dot{\theta}^2$

Soit  $\ddot{\theta} + \frac{\alpha}{J}\dot{\theta} + \frac{Mgh}{J} \sin(\theta) = 0$

Par identification :  $\omega_0 = \sqrt{\frac{Mgh}{J}}$ , c'est la pulsation propre (en rad/s)

et  $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{\alpha}{J}$ , soit  $Q = \frac{\sqrt{MghJ}}{\alpha}$ , c'est le facteur de qualité (sans unité)

On se restreint à l'étude des oscillations de faible amplitude, c'est-à-dire tel que  $\forall t, |\theta(t)| \ll 1$  rad.

Les frottements étant faibles, on observe un régime pseudo-périodique.

R8. À quelle condition sur  $Q$  le régime peut-il être pseudo-périodique ?

**Solution:** Le régime pseudo-périodique est observable pour  $Q > \frac{1}{2}$

R9. Établir l'expression de la solution générale  $\theta(t)$  en fonction de  $\omega_0$ ,  $Q$ ,  $t$  et de deux constantes d'intégration qu'on introduira.

**Solution:** Revoir le cours de maths, et le chapitre 6 pour la résolution d'une telle équation différentielle.

Polynôme caractéristique :  $x^2 + \frac{\omega_0}{Q}x + \omega_0^2$

Discriminant :  $\Delta = 4\omega_0^2 \left( \frac{1}{4Q^2} - 1 \right) < 0$

Racines complexes :  $x = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$

Solution générale :  $\theta(t) = e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} \left( A \cos \left( \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}t \right) + B \sin \left( \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}t \right) \right)$

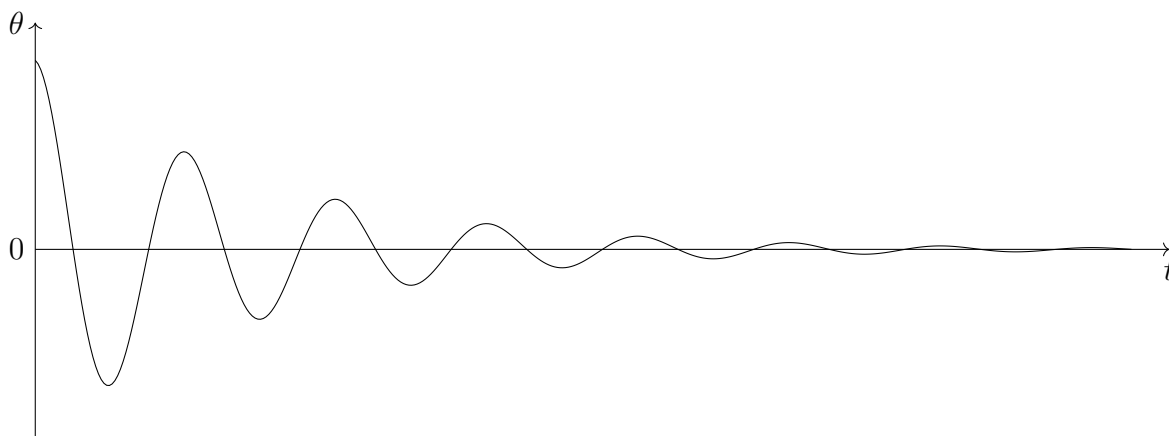
R10. Identifier une pseudo-pulsation  $\Omega$  et une constante de temps  $\tau$  caractéristique de l'évolution.

**Solution:** On identifie la pseudo-pulsation  $\Omega = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$  et la constante de temps caractéristique

de l'évolution  $\tau = \frac{2Q}{\omega_0}$

R11. Représenter l'allure de l'évolution de  $\theta(t)$  si  $\theta(0) = \theta_0$  et  $\dot{\theta}(0) = 0$  (on ne cherchera pas à déterminer les deux constantes d'intégration pour cela).

**Solution:**



### III Étude de la glace

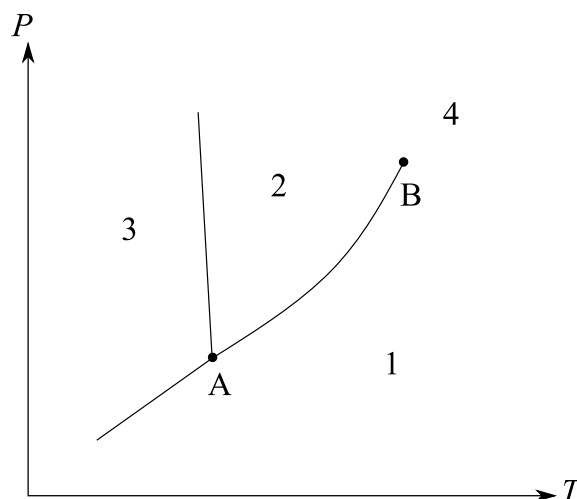


FIGURE 2 – Diagramme de phase ( $P, T$ ) de l'eau

R12. Le diagramme de phases de l'eau est présenté sur la figure 2.

Recopier ce diagramme et identifier les domaines d'existence des différentes phases.  
Préciser le nom des points caractéristiques A et B. Les définir.

**Solution:** 1 : gaz ; 2 : liquide ; 3 : solide

A=point triple où coexistent les trois phases à l'équilibre.

B=point critique au-delà duquel on ne distingue plus liquide/gaz, on parle d'état fluide.

R13. Lors du déplacement des joueurs de hockey sur la glace, la lame du patin crée une fine couche d'eau liquide à la surface de la glace. Donner une cause physique à sa création.

Pourquoi la glace ne doit pas être trop froide pour pouvoir glisser dessus ?

**Solution:** Au passage du patineur, la pression augmente de  $\frac{m_{\text{patineur}}g}{S}$ , où  $S$  est la surface des patins (très faible). En supposant que la température de la glace reste constante, dans le diagramme (P,T), on peut passer du domaine d'existence de la glace au domaine d'existence de l'eau liquide, une fine couche d'eau liquide se forme alors à la surface de la glace.

Si la température est trop froide, l'augmentation de pression ne sera pas suffisante pour faire passer la glace à l'état liquide.

#### IV Ammoniac, un fluide réfrigérant

R14. Commenter la dépendance du volume massique de la phase liquide saturée avec la température.

Commenter la dépendance du volume massique de la phase gazeuse saturée avec la température.

Comparer les volumes massiques de la phase liquide et de la phase gazeuse.

**Solution:** Le volume massique de la phase liquide saturé augmente peu avec la température (et par conséquent avec la pression, imposée par la température). Le liquide est en effet peu dilatable et peu compressible. Pour une pression multipliée par 10, le volume a augmenté de  $0,2 \text{ L} \cdot \text{kg}^{-1}$  pour un volume d'environ  $1,6 \text{ L} \cdot \text{kg}^{-1}$  (soit de 12%)

Le volume massique de la phase gazeuse saturée diminue fortement quand la température augmente (et donc quand la pression augmente). Une multiplication par 10 de la pression, divise le volume massique par 10.

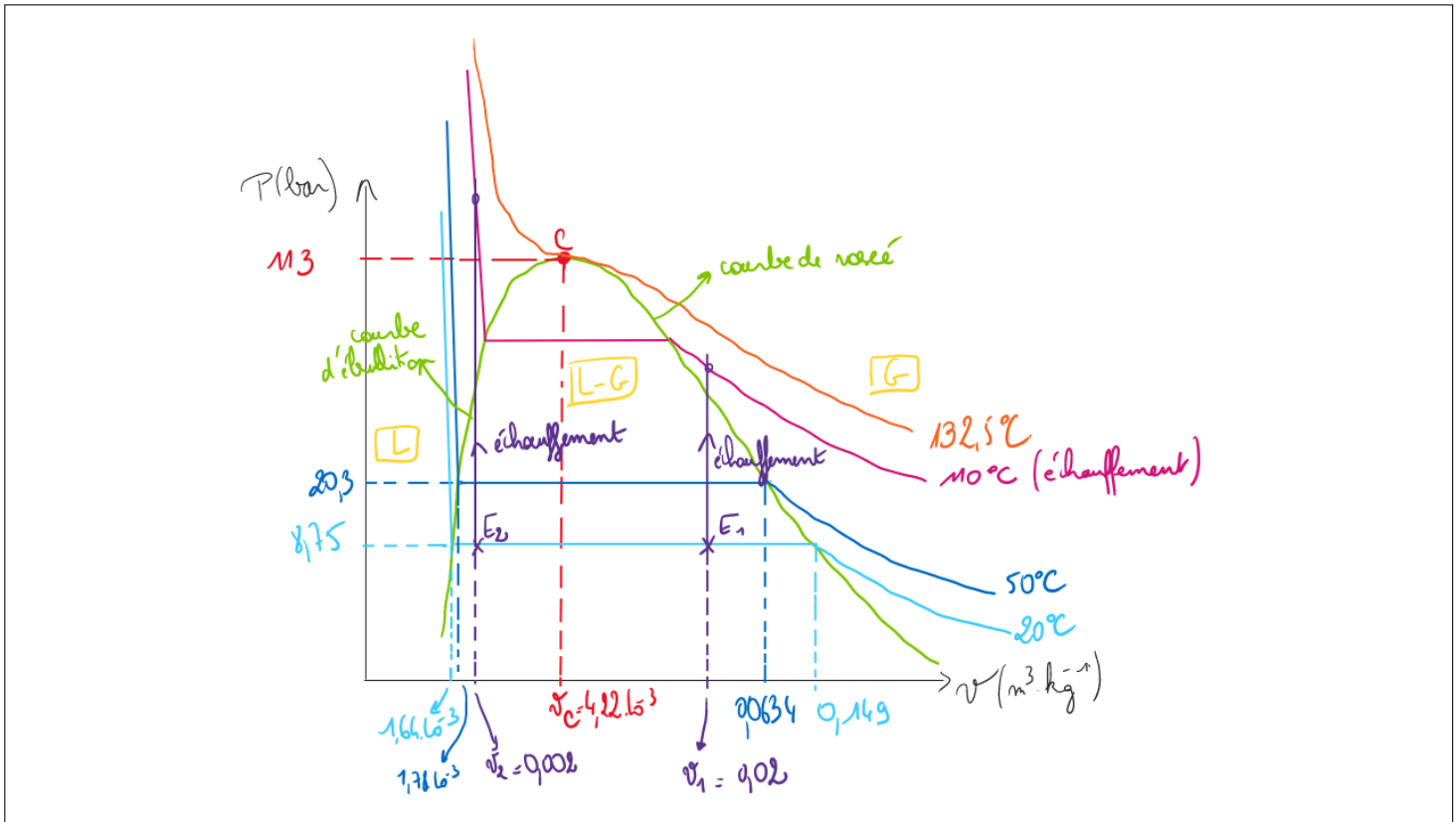
Le volume massique de la phase gazeuse est nettement plus grand que celui de la phase liquide. Loin du point critique, il y a un facteur 1000 environ, facteur qui diminue plus on s'approche du point critique.

R15. Pourquoi les deux volumes massiques de la dernière ligne sont-ils égaux ? Comment s'appelle ce point particulier ?

**Solution:** Le seul point où les volumes massiques du liquide saturé et de la vapeur saturée sont égaux est le point critique, à partir duquel il n'y a plus de distinction entre les deux phases.

R16. Représenter le diagramme de Clapeyron pour l'équilibre liquide-vapeur. On représentera dessus : la courbe de saturation, la courbe de rosée, la courbe d'ébullition, les trois isothermes à  $0^\circ\text{C}$ ,  $20^\circ\text{C}$ , et  $50^\circ\text{C}$ . Indiquer le point critique.

**Solution:**



R17. Une masse  $m = 2,0 \cdot 10^3$  kg d'ammoniac se trouve dans la citerne.  
 Quel est l'état du système ? Que vaut sa pression ?  
 Déterminer la masse de liquide et la masse de gaz présentes dans la citerne.

**Solution:** Pour une masse  $m = 2,0 \cdot 10^3$  kg d'ammoniac dans la citerne, le volume massique du système vaut  $v = \frac{V}{m} = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$  qui est compris entre  $v_L$  et  $v_G$  à  $20^\circ\text{C}$ .  
 L'ammoniac est donc à l'équilibre liquide-vapeur.  
 On utilise le **théorème des moments** pour déterminer la fraction massique dans la phase gazeuse :

$$x_G = \frac{v - v_L}{v_G - v_L} = 0,12$$

Ainsi  $m_G = x_G m = 2,4 \cdot 10^2$  kg et  $m_L = x_L m = (1 - x_G) m = 1,76 \cdot 10^3$  kg

R18. En cas d'échauffement jusqu'à  $110^\circ\text{C}$  (lors de l'incendie de l'usine chimique par exemple), dans quel état se trouve l'ammoniac ? Comment sera la pression dans le réservoir ?

**Solution:** Le volume massique du système est supérieur au volume massique du point critique. L'échauffement se produit à volume constant. Le système se retrouvera à l'état gazeux après échauffement, à une pression inférieure à celle du point critique.

R19. Une masse  $m_2 = 2,0 \cdot 10^4$  kg d'ammoniac se trouve dans la citerne.  
 Quel est l'état du système ? Que vaut sa pression ?  
 Déterminer la masse de liquide et la masse de gaz présentes dans la citerne.

**Solution:** Pour une masse  $m_2 = 2,0 \cdot 10^4$  kg d'ammoniac dans la citerne, le volume massique du système vaut  $v_2 = \frac{V}{m_2} = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$  qui est compris entre  $v_L$  et  $v_G$  à  $20^\circ\text{C}$ . L'ammoniac est donc à l'équilibre liquide-vapeur.

On utilise le **théorème des moments** pour déterminer la fraction massique dans la phase gazeuse :

$$x_G = \frac{v - v_L}{v_G - v_L} = 0,0024$$

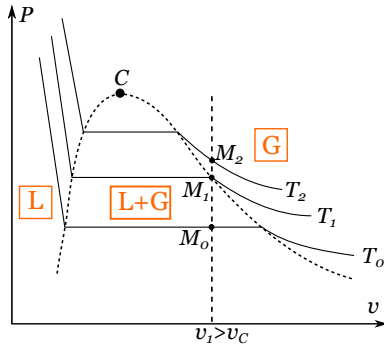
Ainsi  $m_G = x_G m = 49 \text{ kg}$  et  $m_L = x_L m = (1 - x_G)m = 19951 \text{ kg}$

R20. En cas d'échauffement jusqu'à 110 °C (lors de l'incendie de l'usine chimique par exemple), dans quel état se trouve l'ammoniac ? Comment sera la pression dans le réservoir ?

**Solution:** Le volume massique du système est inférieur au volume massique du point critique. L'échauffement se produit à volume constant. Le système se retrouvera à l'état liquide après échauffement. D'après l'allure des isothermes dans le domaine liquide, on peut supposer que la pression sera très élevée à la fin de l'échauffement.

R21. Expliquer pourquoi stocker un fluide dans de bonnes conditions de sécurité demande que le volume massique du fluide transporté soit supérieur au volume critique.

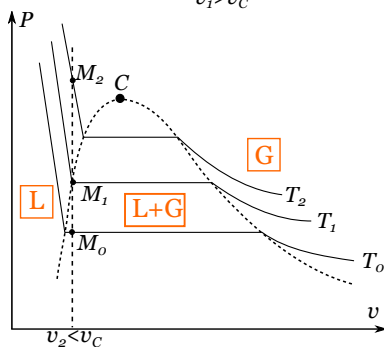
**Solution:**



Dans ce cas, le titre en vapeur est important.

Lorsque la température augmente, le titre en vapeur augmente progressivement jusqu'en  $M_1$ , où le fluide se retrouve intégralement sous forme vapeur.

Même si la température augmente encore, l'augmentation de pression résultante reste modérée, car le système est gazeux.



Dans ce cas, le titre en vapeur est faible.

Lorsque la température augmente, le titre en vapeur diminue progressivement jusqu'en  $M_2$ , où le fluide se retrouve intégralement sous forme liquide.

Si la température augmente encore, l'augmentation de pression résultante est ici très importante, car le liquide est quasiment incompressible, ce qui risque de faire exploser le récipient. Ce résultat est lié à la forte pente des isothermes du côté du liquide.

Pour la même augmentation de température (de  $T_0$  à  $T_2$ ), l'augmentation de pression est nettement plus importante si le titre en vapeur est faible.

R22. En déduire la masse maximale d'ammoniac qui peut être stockée dans la citerne.

**Solution: Expliquez vos raisonnements ! Il fallait, ici, faire le lien avec la question précédente, et comparer proprement le volume massique  $v$  du système et le volume massique critique  $v_C$ , afin d'établir la masse maximale (et également justifier qu'elle est « maximale »). Ne vous contentez pas d'une application numérique !**

L'ammoniac doit être stocké sous un volume massique supérieur au volume massique du point critique :

$$v > v_C, \text{ soit } \frac{V}{m} > v_C, \text{ soit } m < \frac{V}{v_C}.$$

La masse maximale d'ammoniac pouvant être stockée vaut  $m_{\max} = \frac{V}{v_C} = 9,5 \cdot 10^3 \text{ kg}$

## Problème n°2 Gaz parfait (~ 1 heure)

### I Risque d'hypoxie

Cette partie est extrait d'un sujet portant sur l'exploration des très grandes profondeurs à l'aide de sous-marins autonomes et s'attache à discuter des contraintes de sécurité liées à ces expéditions.

La puissance électrique disponible assure, entre autres, le fonctionnement du système de contrôle de l'atmosphère de la capsule pendant plus de 50 heures. Ce système permet de maintenir une composition de l'air intérieur de l'habitacle correspondant à celle de l'atmosphère terrestre au niveau de la mer.

On considère que, **lors d'une inspiration, un être humain inspire toujours le même volume  $V_p$  d'air** dont la composition est celle de l'air ambiant dans lequel il se trouve. L'étude d'un cycle respiratoire montre que **seul un quart du dioxygène inspiré est effectivement consommé par les poumons**.

R23. Quelle est la composition moyenne de l'air présent dans l'atmosphère terrestre au niveau de la mer ?

**Solution:** L'air est composé de **80% de Diazote et 20% de Dioxygène**

On suppose que le système de contrôle de l'atmosphère cesse de fonctionner et on note  $n_i$  et  $P_{O_2i}$  respectivement la quantité de matière de dioxygène présente dans l'habitacle et la pression partielle en dioxygène après la  $i$ -ème respiration après l'arrêt de ce système.

On suppose que l'air se comporte comme un gaz parfait.

Dans l'habitacle, le nombre de moles de gaz total, la pression  $P_0$  totale, la température  $T_0$  et le volume  $V$  sont constants.

R24. Exprimer la quantité de matière d'oxygène  $n_i$ , présente dans la capsule en fonction de  $P_{O_2i}$ ,  $V$ ,  $R$ ,  $T_0$ , après la  $i^e$  inspiration.

**Solution:** Dans l'habitacle de volume  $V$  est présente la quantité de dioxygène suivante : 
$$n_i = \frac{P_{O_2i}V}{RT_0}$$

R25. Exprimer la quantité de matière d'oxygène inspiré lors d'une inspiration  $n_{O_2}^{\text{insp}}$  en fonction de  $P_{O_2i}$ ,  $V_p$ ,  $R$ ,  $T_0$ .

**Solution:** À chaque inspiration est inspiré un volume  $V_p$  d'air dans lequel la pression partielle en  $O_2$  est  $P_{O_2i}$ , soit : 
$$n_{O_2}^{\text{insp}} = \frac{P_{O_2i}V_p}{RT_0}$$

R26. En déduire une relation entre  $n_{i+1}$ ,  $n_i$  et  $n_{O_2}^{\text{insp}}$ .

**Solution:**

Seul 1/4 de cet  $O_2$  est réellement utilisé par les poumons, le reste est rejeté, donc 
$$n_{i+1} = n_i - \frac{n_{O_2}^{\text{insp}}}{4}$$

R27. En déduire que  $n_{i+1} = n_i \left(1 - \frac{V_p}{4V}\right)$

**Solution:** D'après les relations précédentes : 
$$n_{O_2}^{\text{insp}} = n_i \times \frac{V_p}{V}$$

soit 
$$n_{i+1} = n_i \left(1 - \frac{V_p}{4V}\right)$$



## II Énergie interne

R28. Définir l'énergie interne et la capacité thermique à volume constant.

**Solution:** L'énergie interne est la somme des énergies cinétiques à l'échelle microscopique et des énergies potentielles d'interaction.

La capacité thermique à volume constant est définie par  $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ . Autrement dit, **au cours d'une transformation infinitésimale isochore**  $dU = C_V dT$ .

R29. Quelle est la propriété de l'énergie interne molaire d'un gaz parfait ? Comment s'exprime la variation de l'énergie interne ?

**Solution:** **L'énergie interne molaire d'un gaz parfait ne dépend que de la température.** (1<sup>re</sup> loi de Joule)

$\Delta U = \int_{T_i}^{T_f} nC_{V,m} dT = nC_{V,m}(T_f - T_i)$  (pour un système fermé dont  $C_{V,m}$  est indépendante de la température sur l'intervalle  $[T_i, T_f]$ ).

## III Premier principe

R30. Donner l'expression du travail des forces de pression reçu par un système dont le volume passe de  $V_i$  à  $V_f$ , soumis à une pression extérieure  $P_{\text{ext}}$ . Comment peut-on l'écrire si la transformation est quasi-statique ?

**Solution:** Le travail des forces de pression s'écrit :

$$W_P = \int_{V_i}^{V_f} -P_{\text{ext}} dV$$

Au cours d'une transformation quasi-statique, le système est en équilibre à chaque instant avec le milieu extérieur, donc  $P_{\text{ext}} = P$ , alors  $W_P = \int_{V_i}^{V_f} -P dV$

R31. Énoncé le premier principe sous sa forme fréquente. On définira précisément chaque terme intervenant dedans.

**Solution:**

La variation de l'énergie interne d'un système **FERMÉ** est égale à la somme des travaux  $W$  et transferts thermiques  $Q$  **algébriquement reçus** :  $\Delta U = W + Q$

On étudie la détente isotherme de  $n$  mole d'un gaz parfait à la température  $T_0$ , qui le fait passer d'un volume  $V_0$  à un volume  $2V_0$ .

R32. Que vaut la variation d'énergie interne du gaz parfait au cours de cette transformation ?

**Solution:** **Il est INDISPENSABLE de commencer chaque situation, AVANT d'exprimer quoique ce soit, par la définition précise du SYSTÈME et de la TRANSFORMATION.**

	$EI$	$\xrightarrow{\text{isotherme : } T=T_0=\text{cste}}$	$EF$
Système : { $n$ moles de gaz parfait }	$P_i$		$P_f$
	$V_0$		$2V_0$
	$T_0$		$T_0$

La température n'évolue pas, donc l'énergie interne du gaz parfait est constante, donc  $\Delta U = 0$

R33. Établir l'expression du travail des forces de pression reçu par le gaz en fonction de  $T_0$ ,  $n$  et  $R$ .  
Quel est son signe ? Commenter physiquement.

**Solution:** Travail des forces de pression :  $\mathcal{W}_P = \int_{V_i}^{V_f} -P_{\text{ext}} dV$

Or la transformation est isotherme, et donc nécessairement quasi-statique, donc  $P_{\text{ext}} = P$

$$\mathcal{W}_P = \int_{V_i}^{V_f} -P(V) dV$$

Or le système est un gaz parfait, donc  $P = \frac{nRT_0}{V}$

$$\text{Ainsi } \mathcal{W}_P = \int_{V_i}^{V_f} -\frac{nRT_0}{V} dV$$

Le système étant fermé,  $n$  est constante,  $R$  est la constante des gaz parfaits donc c'est une constante, et la température  $T_0$  du système est une constante au cours d'une transformation isotherme. On peut sortir  $nRT_0$  de l'intégrale.

$$\mathcal{W}_P = -nRT_0 \int_{V_0}^{2V_0} \frac{dV}{V}$$

$$\mathcal{W}_P = -nRT_0 \left[ \ln(V) \right]_{V_0}^{2V_0}$$

$$\mathcal{W}_P = -nRT_0 \ln\left(\frac{2V_0}{V_0}\right)$$

Soit  $\boxed{\mathcal{W}_P = -nRT_0 \ln(2) < 0}$

Pour la détente  $\mathcal{W}_P < 0$  : le système **fournit réellement** du travail au milieu extérieur. C'est une détente.

R34. En déduire l'expression du transfert thermique reçu par le gaz en fonction de  $T_0$ ,  $n$  et  $R$ .  
Quel est son signe ? Commenter physiquement.

**Solution:** D'après le 1<sup>er</sup> principe :  $\Delta U = W + Q$ , soit  $\boxed{Q = -\mathcal{W}_P = nRT_0 \ln(2) > 0}$

Le système reçoit réellement du transfert thermique de la part du milieu extérieur. En effet au cours de la détente, pour que la température du gaz reste constante il faut fournir du transfert thermique au gaz (sinon sa température diminuerait au cours de la détente).

## Problème n°3 La physique dans la cuisine (~ 1 heure)

La chimie c'est de la cuisine, mais il y a tant de physique dans la cuisine également !

### I Un café tristement abandonné dans une cuisine (1<sup>er</sup> principe)

Vous vous servez une tasse de café de  $V = 20$  cL, de température  $T_0 = 60$  °C en vous levant, l'histoire de vous réveiller avant d'affronter les 4 heures de DS de physique. Malheureusement, vous oubliez de le boire. Il est alors abandonné toute la journée, dans la cuisine de température  $T_c = 20$  °C.

On suppose que le café dans la tasse est un système fermé, et la transformation monotherme et isochore.

R35. Commenter physiquement les hypothèses faites sur la transformation subie par le café.

**Solution:** Système : { Café dans la tasse }

EI	$\xrightarrow[\text{isochore}]{\text{monotherme}}$	EF
$T_i = T_0 = 60$ °C		$T_f = T_c = 20$ °C
$V$		$V$
$m = \rho_\ell V$		$m = \rho_\ell V$

Si on néglige l'évaporation du café, le café contenu dans la tasse est un système fermé.  
Le café est un liquide dont on peut supposer le volume indépendant de la température, ainsi au cours du refroidissement, on peut considérer le volume constant et la transformation isochore.  
Supposer la transformation monotherme suppose que la température l'air de la cuisine n'évolue pas au cours de la transformation.  
**On demandait de COMMENTER PHYSIQUEMENT les hypothèses faites, et non de définir les termes.**

R36. Que vaut la température finale du café ?

**Solution:** Une fois l'équilibre thermique atteint, la température du café est égale à celle de l'air de la cuisine, attendu que la tasse permet les transferts thermiques :  $T_f = T_c$

R37. Que peut-on dire du travail des forces de pression reçu par le café ?

**Solution:** Le travail des forces de pression vaut  $W_P = \int_V -P_{\text{ext}} dV = 0$  car le volume est constant.

R38. Établir l'expression du transfert thermique reçu par le café au cours de la transformation en fonction de  $c_\ell$ ,  $T_0$ ,  $T_c$ ,  $\rho_\ell$  et  $V$ .

Faire l'application numérique. Commenter physiquement le signe du transfert thermique.

**Solution:** D'après le premier principe au café :  $\Delta U = W_P + Q$ , soit  $Q = \Delta U$   
Or, pour une phase condensée :  $\Delta U = mc_\ell(T_c - T_0)$   
Soit  $Q = \rho V c_\ell (T_c - T_0) = -33,4 \text{ kJ} < 0$  : le café cède réellement du transfert thermique au milieu extérieur, en effet le café étant plus chaud que l'air de la cuisine, le transfert thermique a lieu du café vers la cuisine.  
**ATTENTION AUX UNITÉS!!**

## II Thé buvable immédiatement (1<sup>er</sup> principe)

Vous souhaitez boire un thé le matin, vous faites bouillir de l'eau à la température  $T_1 = 100 \text{ °C}$  et vous en versez un volume  $V_1 = 20 \text{ cL}$  dans un mug (à double paroi, ce qui isole thermiquement l'intérieur de l'extérieur). Cependant, en retard pour votre DS de physique, il vous faut ajouter de l'eau pour le rendre buvable immédiatement, soit à la température  $T_F = 60 \text{ °C}$ . Vous ajoutez pour cela un volume  $V_2$  d'eau froide du robinet à  $T_2 = 10 \text{ °C}$ .

R39. Définir le système et décrire précisément la transformation, en faisant des hypothèses raisonnables (on pourra s'inspirer de la partie précédente). On justifiera notamment pourquoi la transformation peut être supposée adiabatique.

**Solution:** Système : { eau dans la tasse calorifugée }

EI	$\xrightarrow{\text{transformation adiabatique et isochore}}$	EF
$\boxed{1}$ eau ( $\ell$ )		eau ( $\ell$ )
$V_1 = 80 \text{ cL}$		$V_1$
$m_1 = \rho V_1$		$m_1$
$T_1 = 373 \text{ K}$		$T_F = 333 \text{ K}$
$\boxed{2}$ eau ( $\ell$ )		eau ( $\ell$ )
$V_2 = ??$		$V_2$
$m_2 = \rho V_2$		$m_2$
$T_2 = 283 \text{ K}$		$T_F = 333 \text{ K}$

On néglige l'évaporation, et ainsi on peut considérer le système fermé.

La transformation se fait sans changement d'état, et le système est constitué d'eau liquide que l'on peut supposer indilatable : la transformation est isochore

L'homogénéisation de la température lors du mélange du thé bouillant et de l'eau froide est très rapide. Le mug est à double paroi, on peut donc raisonnablement négliger les transferts thermiques avec le milieu extérieur sur la durée de la transformation.

R40. Justifier précisément que la variation de l'énergie interne est nulle.

**Solution:** Il faut citer tous les arguments, à bon escient.

Premier principe :  $\Delta U = Q + W_P$

Le système est constitué d'eau liquide uniquement, qui est une phase condensée incompressible et indilatable, donc la transformation est isochore, donc  $W_P = 0$

Le système est enfermé dans un thermos qui limite grandement les transferts thermiques avec l'extérieur, que l'on peut négliger à l'échelle du temps de la transformation :  $Q = 0$

Le premier principe donne donc  $\Delta U = 0$

R41. Quelle propriété a l'énergie interne que vous permettra de calculer l'énergie interne du système complet ? Établir l'expression de la variation de l'énergie interne du système en fonction de  $\rho_\ell$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $c_\ell$ ,  $T_F$ ,  $T_1$  et  $T_2$ .

**Solution:**

L'énergie interne est additive :  $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2$ , avec :

$$\begin{aligned}\Delta U_1 &= C_{V1}(T_F - T_1) \\ &= m_1 c_\ell (T_F - T_1) \\ &= \rho_\ell V_1 c_\ell (T_F - T_1)\end{aligned}$$

De même :  $\Delta U_2 = \rho_\ell V_2 c_\ell (T_F - T_2)$

Ainsi  $\Delta U = \rho c_\ell (V_1(T_F - T_1) + V_2(T_F - T_2))$

R42. Dédurre des questions précédentes la relation entre  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $T_F$ ,  $T_1$  et  $T_2$ .

**Solution:** Ainsi  $\rho c_\ell (V_1(T_F - T_1) + V_2(T_F - T_2)) = 0$ , soit  $V_1(T_F - T_1) + V_2(T_F - T_2) = 0$

R43. En déduire le volume d'eau froide à ajouter pour pouvoir boire votre thé immédiatement.

**Solution:** Le volume d'eau froide à ajouter est :  $V_2 = -V_1 \frac{T_F - T_1}{T_F - T_2} = 16 \text{ cL}$  (il faut agrandir le mug!)