

Thème III. L'énergie : conversions et transferts (Thermodynamique) TD n°21 Deuxième principe. Bilans d'entropie

💡 Méthode : Comment travailler des exercices ?

Avant la séance de TD :

- ★ Sur une feuille de brouillon, avec un crayon à la main et le chapitre ouvert sous les yeux.
- ★ Essayer des « trucs » même si cela n'aboutit pas.
- ★ Faire des schémas complets et suffisamment grands.
- ★ Ne rien écrire sur l'énoncé de TD afin de pouvoir refaire les exercices après la correction en classe.
- ★ Réfléchir environ 10 à 15 min sur chaque exercice demandé. Si vous bloquez complètement sur une question/un exercice, passez à la suite au bout de 10 min, et me poser des questions soit directement soit par mail nvalade.pcsi@gmail.com.

Après la séance de TD :

- ★ Refaire les exercices corrigés ensemble, sans regarder le corrigé dans un premier temps.
- ★ Une fois l'exercice terminé ou si vous êtes totalement bloqué, reprendre avec le corrigé.

- Entropies molaires du gaz parfait :

$$- S_m(T, P) = C_{P,m} \ln \left(\frac{T}{T_{\text{ref}}} \right) - R \ln \left(\frac{P}{P_{\text{ref}}} \right) + S_{m,\text{ref}}$$

$$- S_m(T, V) = C_{V,m} \ln \left(\frac{T}{T_{\text{ref}}} \right) + R \ln \left(\frac{V}{V_{\text{ref}}} \right) + S_{m,\text{ref}}$$

$$- S_m(P, V) = C_{V,m} \ln \left(\frac{P}{P_{\text{ref}}} \right) + C_{P,m} \ln \left(\frac{V}{V_{\text{ref}}} \right) + S_{m,\text{ref}}$$

- Entropie massique d'une phase condensée : $s(T) = c \ln \left(\frac{T}{T_{\text{ref}}} \right) + s_{\text{ref}}$
- Capacité massique de l'eau liquide : $c_\ell = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

I Exercices d'application directe du cours

Exercice n°1 Deux transformations différentes

Capacités exigibles :

- ✓ Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan d'entropie.
- ✓ Relier l'existence d'une entropie créée à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité.

On étudie la compression monotherme d'un gaz dans une enceinte diathermane de section $S = 9,81 \text{ cm}^2$, en contact avec un thermostat de température 20°C . L'état initial du gaz est $P_0 = 1,0 \text{ bar}$, $T_0 = 20^\circ\text{C}$ et $V_0 = 50 \text{ cm}^3$, et l'état final tel que $V_f = \frac{V_0}{2}$.

On envisage deux transformations :

- cas 1 : compression très lente (ajout de grains de sable), isotherme.
- cas 2 : compression brutale par ajout d'une masse $M = 10 \text{ kg}$.

- Q1. Déterminer l'état final du système dans les deux cas.
- Q2. Déterminer les variations de l'énergie interne et de l'entropie.
- Q3. Cas 1 : Déterminer l'entropie échangée et l'entropie créée, en fonction de P_0 , V_0 et T_0 . Commenter.
- Q4. Cas 2 : Déterminer l'entropie échangée et l'entropie créée, en fonction de P_0 , V_0 et T_0 . Commenter.
- Q5. Comparer numériquement le travail à fournir dans le cas 2 par rapport au cas 1. Commenter.
- Q6. Vérifier que $W_{\text{cas 2 non rév}} - W_{\text{cas 1 rév}}$ et $T_{\text{ext}} S_{\text{créée, cas 2}}$ sont égaux. Interpréter alors le terme d'entropie créée.

Exercice n°2 Échauffement d'un solide

Capacités exigibles :

- ✓ Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan d'entropie.
- ✓ Relier l'existence d'une entropie créée à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité.

On chauffe, à l'aide d'une source thermique de température $T_s = 600$ K, une mole de cuivre solide, de telle sorte que le matériau passe de la température ambiante $T_a = 293$ K à la température finale $T_f = 320$ K. Sa variation de volume est négligeable, et sa capacité thermique molaire est égale à $3R$.

Q1. Effectuer le bilan entropique : exprimer la variation d'entropie ΔS du système (le morceau de cuivre), l'entropie échangée avec la source de chaleur, et l'entropie créée dans la transformation. Faire les applications numériques et commenter.

On considère maintenant que le solide (initialement à T_a) est laissé en contact avec le thermostat jusqu'à l'équilibre thermique à la température T_s .

Q2. Montrer que quelque soit les valeurs de T_a et T_s , l'entropie créée est positive. On pourra poser $x = \frac{T_a}{T_s}$ et s'aider d'une représentation graphique (éventuellement précédée d'une étude de fonction).

Exercice n°3 Vaporisation

Capacités exigibles :

- ✓ Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan d'entropie.
- ✓ Connaître et utiliser la relation $\Delta h_{12}(T) = T\Delta s_{12}(T)$.
- ✓ Relier l'existence d'une entropie créée à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité.

On considère la transformation faisant passer un kilogramme d'eau, par voie monobare et monotherme à T_D , de l'état liquide E ($P_E = 1,0$ bar ; $T_E = 300$ K) à l'état gazeux D ($P_D = 1,0$ bar ; $T_D = 600$ K).

Faire un bilan d'entropie au cours de cette transformation.

On donne l'enthalpie massique de vaporisation à $T_v = 373$ K : $\Delta_{\text{vap}}h(T_v) = 2,26 \cdot 10^3$ kJ · kg⁻¹ et la capacité thermique massique à pression constante de l'eau vapeur : $c_P = 1,94$ kJ · K⁻¹ · kg⁻¹.

Exercice n°4 Congélation

Capacités exigibles :

- ✓ Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan d'entropie.
- ✓ Connaître et utiliser la relation $\Delta h_{12}(T) = T\Delta s_{12}(T)$.
- ✓ Relier l'existence d'une entropie créée à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité.

On étudie la congélation d'une masse $m = 1,0$ kg d'aliments, assimilée au changement d'état liquide/solide.

Données :

- Température extérieure : $T_i = 20$ °C ; température intérieure $T_f = -18$ °C
- Capacité thermique massique des aliments décongelés : $c_d = 3,6$ kJ · K⁻¹ · kg⁻¹
- Capacité thermique massique des aliments congelés : $c_c = 1,5$ kJ · K⁻¹ · kg⁻¹
- Enthalpie massique de fusion des aliments à $T_{\text{fus}} = 0$ °C : $\ell_{\text{fus}} = 2,5 \cdot 10^2$ kJ · kg⁻¹

- Q1. Que vaut la variation d'entropie lorsqu'on congèle un kilogramme d'aliments dans un congélateur ?
- Q2. Sachant que le refroidissement des aliments se fait grâce à un fluide frigorigène à la température $T_{\text{fr}} = -30$ °C, déterminer l'entropie échangée lors de la congélation. *L'utilisation du 1^{er} principe sera nécessaire.*
- Q3. En déduire l'entropie créée lors de la congélation d'un kilogramme d'aliments.
Faire l'application numérique. Commenter.

II Exercices d'approfondissement

Exercice n°5 Équilibre d'une enceinte à deux compartiments

Capacités exigibles :

- ✓ Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan d'entropie.
- ✓ Relier l'existence d'une entropie créée à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité.

Une enceinte indéformable aux parois calorifugées est séparée en deux compartiments par une cloison d'aire S étanche, diatherme et mobile sans frottement. Les deux compartiments contiennent un même gaz parfait. Dans l'état initial, la cloison est maintenue au milieu de l'enceinte.

Le gaz du compartiment 1 est dans l'état (T_0, P_0, V_0) et le gaz du compartiment 2 dans l'état $(T_0, 2P_0, V_0)$. On laisse alors la cloison bouger librement jusqu'à ce que le système atteigne un état d'équilibre.

- Q1. Que peut-on dire des pressions et des températures à l'état d'équilibre final? Déterminer les volumes V_1 et V_2 des deux enceintes à l'état d'équilibre final.
- Q2. Par application du premier principe, déterminer les températures et pressions finales.
- Q3. Réaliser un bilan d'entropie sur le système complet. On exprimera toutes les grandeurs en fonction de P_0 , V_0 et T_0 . Commenter.

Exercice n°6 Évolutions adiabatiques

Capacités exigibles :

- ✓ Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan d'entropie.
- ✓ Relier l'existence d'une entropie créée à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité.
- ✓ Connaître la loi de Laplace, ses conditions d'application et l'utiliser.

Un cylindre parfaitement calorifugé, muni d'un piston mobile sans frottement, également calorifugé, contient un gaz parfait diatomique ($\gamma = 1,4$). Initialement, la pression du gaz à l'intérieur du cylindre est $P = 0,5$ bar, le volume $V = 1,0$ L et la température $T = 298$ K. La pression extérieure est $P_{\text{ext}} = 1,0$ bar. On amène le gaz de façon réversible à la pression $P' = P_{\text{ext}} = 2P = 1,0$ bar.

- Q1. Calculer le volume V' et la température T' à l'état final.
- Q2. Calculer la création d'entropie.

En partant du même état initial que précédemment, on abandonne le piston et on laisse l'équilibre s'établir.

- Q3. Quelle est la nature de la transformation?
- Q4. Calculer le volume V'' et la température T'' à l'état final.
- Q5. Calculer la création d'entropie.

Exercice n°7 Effet Joule

Capacités exigibles :

- ✓ Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan d'entropie.
- ✓ Relier l'existence d'une entropie créée à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité.

On considère un conducteur ohmique de résistance $R = 1,0$ k Ω , de capacité thermique $C_R = 77$ J \cdot K $^{-1}$ \cdot kg $^{-1}$, parcouru par un courant d'intensité constante $I = 1,0$ A, qui permet de maintenir constante la température d'un volume d'eau (baignoire, piscine, bain thermostaté en chimie).

La température de l'eau constante est égale à $T_0 = 50$ °C.

La température extérieure est $T_{\text{ext}} = 20$ °C et la pression extérieure constante $P_{\text{ext}} = 1,0$ bar.

On note Δt la durée d'utilisation.

On considère le système constitué de l'eau liquide, du réservoir (de capacité thermique négligée) et de la résistance, modélisés par des phases condensées idéales.

- Q1. Exprimer le travail électrique reçu par le système.
- Q2. Exprimer le transfert thermique reçu par le système. Interpréter le signe.
En déduire l'entropie échangée par le système.
- Q3. Exprimer l'entropie créée pendant une durée de fonctionnement Δt , en fonction de R , I , Δt et T_{ext} .
- Q4. Quelles sont les causes d'irréversibilité qui donnent lieu à cette entropie créée?
- Q5. Montrer que $T_{\text{ext}} S_{\text{créée}}$ est égal au travail électrique dégradé (donc au travail électrique consommé et dissipé sous forme de chaleur).

Exercice n°8 Préparation d'un thé glacé

Capacités exigibles :

- ✓ Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan d'entropie.
- ✓ Connaître et utiliser la relation $\Delta h_{12}(T) = T\Delta s_{12}(T)$.
- ✓ Relier l'existence d'une entropie créée à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité.

On souhaite réaliser du thé glacé, en mettant un volume $V_1 = 500$ mL d'eau liquide à $t_1 = 20,0$ °C dans un thermos avec 4 glaçons de 8,0 g à $t_2 = -18$ °C.

Données :

- Enthalpie massique de fusion de l'eau à $T_0 = 0$ °C : $\Delta_{\text{fus}}h(T_0) = 335$ kJ · kg⁻¹
- Capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_\ell = 4,18$ kJ · K⁻¹ · kg⁻¹
- Capacité thermique massique de l'eau solide (glace) : $c_g = 2,09$ kJ · K⁻¹ · kg⁻¹

- Q1. Déterminer la température finale T_f du système.
- Q2. Réaliser le bilan d'entropie : exprimer et calculer ΔS (utiliser l'extensivité de l'entropie et choisir un chemin permettant le calcul) , $S_{\text{éch}}$, $S_{\text{créée}}$. Commenter le signe de $S_{\text{créée}}$.

On ajoute maintenant 15 glaçons de 8 g.

- Q3. Réaliser à nouveau le bilan d'entropie.

III Résolutions de problème

Exercice n°9 Bouilloire électrique

Déterminer l'entropie créée lorsqu'on fait bouillir de l'eau à l'aide de la bouilloire électrique dont les caractéristiques sont données ci-contre.

CARACTÉRISTIQUES TECHNIQUES :

- 220-240 V / 50/60 Hz
- Puissance : 1850 - 2200 W
- Capacité : 1,7 L
- Dimensions : 21,5x14x26 cm

IV Extraits du cahier d'entraînement de physique-chimie

Entraînement 20.6 — Retrouver les lois de Laplace.



Un gaz parfait évolue des conditions initiales données par (T_i, V_i, P_i) vers un nouvel état donné par (T_f, V_f, P_f) . Son entropie varie alors de ΔS , qu'on peut exprimer de trois manières différentes :

$$\begin{aligned} \Delta S &= \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \\ &= \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - nR \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right) \\ &= \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right) + \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right). \end{aligned}$$

Sachant que la transformation est isentropique (on a donc $\Delta S = 0$), établir la relation entre :

a) T_f, T_i, V_f et V_i

b) T_f, T_i, P_f et P_i

c) P_i, P_f, V_i et V_f

Entraînement 20.7 — Manipulation des lois de Laplace.



Un gaz parfait évolue de sorte que $PV^\gamma = C^{te}$.

On peut en déduire d'autres relations du même type. Pour chacune d'entre elles, exprimer l'exposant x en fonction de γ .

- | | | | |
|---------------------------|----------------------|----------------------------------|----------------------|
| a) $TV^x = C^{te}$ | <input type="text"/> | d) $P^\gamma T^x = C^{te}$ | <input type="text"/> |
| b) $PT^x = C^{te}$ | <input type="text"/> | e) $P^x T^\gamma = C^{te}$ | <input type="text"/> |
| c) $P^x T = C^{te}$ | <input type="text"/> | | |

Entraînement 20.8 — Bilan d'entropie.



On chauffe 1 mol de vapeur d'eau assimilée à un gaz parfait de pression initiale $P_i = 1$ bar à volume constant de $T_i = 120^\circ\text{C}$ à $T_f = 130^\circ\text{C}$.

On rappelle la seconde identité thermodynamique $dH = T dS + V dP$ et ici $C_P = \frac{5}{2}nR$.

Calculer :

- | | | | |
|-----------------------------------|----------------------|---|----------------------|
| a) la pression finale P_f | <input type="text"/> | b) la variation d'entropie ΔS ... | <input type="text"/> |
|-----------------------------------|----------------------|---|----------------------|

Entraînement 20.9 — Calcul d'entropie créée.



On chauffe une mole d'un gaz parfait de coefficient $\gamma = 1,4$ initialement à une température $T_i = 500$ K en le mettant en contact avec un thermostat à la température $T_0 = 550$ K de manière isochore. Au terme de la transformation, la température finale du gaz vaut $T_f = T_0 = 550$ K.

- | | |
|---|----------------------|
| a) Calculer la variation d'entropie du gaz $\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$ | <input type="text"/> |
| b) Calculer l'entropie échangée au cours de la transformation $S_e = \frac{Q}{T_0}$ | <input type="text"/> |
| c) La transformation est-elle réversible? | <input type="text"/> |

Entraînement 20.10 — Calcul d'entropie créée 2.



On considère la détente de n moles d'un gaz parfait selon le dispositif de Joule Gay-Lussac. Le gaz de volume initial V_0 se détend dans le vide pour atteindre un volume final $2V_0$. Cette détente est isoénergétique.

Exprimer l'entropie créée S_c

Entraînement 20.11 — Un autre bilan d'entropie.



On chauffe une masse $m = 1,00$ kg d'eau sous une pression $P_0 = 1,00$ bar de $T_i = 80,0$ °C à $T_f = 120,0$ °C.

On indique que l'eau se vaporise à $T_0 = 100$ °C sous 1 bar et on donne les capacités thermiques massiques

$$c_{\text{eau}} = 4180 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$c_{\text{P,vapeur}} = 2010 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

ainsi que l'enthalpie massique de vaporisation

$$\Delta_{\text{vap}}H^o = 2257 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

La variation d'enthalpie ΔH de l'eau lors de cette transformation peut s'écrire :

$$\Delta H = mc_{\text{eau}}(T_1 - T_2) + m\Delta_{\text{vap}}H^o + mc_{\text{P,vapeur}}(T_3 - T_4).$$

a) Quelle est la valeur de T_1 ?

- (a) T_0 (b) T_i (c) T_f

.....

b) Quelle est la valeur de T_2 ?

- (a) T_0 (b) T_i (c) T_f

.....

c) Quelle est la valeur de T_3 ?

- (a) T_0 (b) T_i (c) T_f

.....

d) Quelle est la valeur de T_4 ?

- (a) T_0 (b) T_i (c) T_f

.....

La variation élémentaire d'entropie pour un échauffement à pression constante s'exprime

$$dS = mc_P \frac{dT}{T}$$

et la variation d'entropie de vaporisation s'exprime

$$\Delta_{\text{vap}}S^o = \frac{\Delta_{\text{vap}}H^o}{T_0}.$$

e) Déterminer numériquement la variation d'entropie ΔS de l'eau lors de cette transformation.

.....

Entraînement 20.12 — Contact entre deux solides.



On met en contact thermique :

- une masse $m_1 = 200$ g de cuivre, de capacité thermique massique c_1 , initialement à la température $T_1 = 500$ K
- une masse $m_2 = 400$ g de fer, de capacité thermique massique c_2 , initialement à la température $T_2 = 300$ K.

Le système constitué des deux solides est isolé.

La capacité thermique molaire des deux solides est $C_m = 3R$. On donne

$$M(\text{Fe}) = 55,8 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \quad \text{et} \quad M(\text{Cu}) = 63,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} :$$

- a) Déterminer c_1 b) Déterminer c_2
- c) Exprimer la température finale T_f commune aux deux solides en fonction de T_1, T_2, m_1, m_2, c_1 et c_2 .
.....
- d) Donner la valeur numérique de T_f .
.....
- e) Calculer ΔS la variation d'entropie du système constitué des deux solides.
.....
- f) Cette transformation est-elle réversible ?
.....