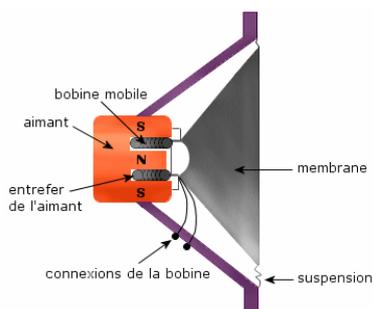




Thème I. Ondes et signaux (Induction)

Chapitre n°27 Induction dans un circuit mobile dans un champ magnétique constant



Ci-contre, un haut-parleur électrodynamique : la bobine, liée à la membrane, est parcourue par un courant électrique et placée dans l'entrefer d'un aimant permanent, l'action mécanique de Laplace met en mouvement la bobine (et donc la membrane), il y a conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique puis acoustique.

Pré-requis

- PCSI. Thème I ; Ondes et signaux
 - Électricité : Chapitres n°3 & n°4 & n°5 & n°6 & n°7
 - Mécanique du point et du solide : Chapitres n°13 & n°14 & n°18
 - Induction : Chapitres 23 à 26

Objectifs du chapitre

Au chapitre 26, on s'est intéressé aux bases théoriques ainsi qu'aux applications s'appuyant sur l'induction dans le cas de Neumann. Dans ce chapitre, on étudie cinq dispositifs basés sur l'induction dans le cas de Lorentz (circuit mobile par rapport au référentiel d'étude placé dans un champ magnétique stationnaire). Pour expliquer le principe de fonctionnement de ces dispositifs, on utilisera les lois de Lenz et de Faraday énoncées au chapitre 25 et les expressions des actions mécaniques introduites au chapitre 24. Ces cinq exemples permettent d'illustrer comment utiliser le phénomène d'induction pour convertir de la puissance mécanique en puissance électrique et inversement.

Plan du cours

I Conversion de puissance mécanique en puissance électrique 3

- I.1 Rails de Laplace générateurs 3
- I.2 Freinage par induction 4
- I.3 Alternateur 5

II Conversion de puissance électrique en puissance mécanique 7

- II.1 Rails de Laplace moteurs 7
- II.2 Machine à courant continu 8
 - II.2.a) Dispositif 8
 - II.2.b) Analyse physique 8
 - II.2.c) Équations électrique et mécanique 9

Programme officiel

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.7.5. Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire	
Conversion de puissance mécanique en puissance électrique.	
Rail de Laplace. Spire rectangulaire soumise à un champ magnétique extérieur uniforme et en rotation uniforme autour d'un axe fixe orthogonal au champ magnétique.	Interpréter qualitativement les phénomènes observés. Écrire les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe. Effectuer un bilan énergétique. Citer des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.
Freinage par induction.	Expliquer l'origine des courants de Foucault et en citer des exemples d'utilisation. [TP] Mettre en évidence qualitativement les courants de Foucault.
Conversion de puissance électrique en puissance mécanique	
Moteur à courant continu à entrefer plan.	Analyser le fonctionnement du moteur à courant continu à entrefer plan en s'appuyant sur la configuration des rails de Laplace. Citer des exemples d'utilisation du moteur à courant continu

Ai-je bien appris mon cours ?

- 1 – 😊 – 😞 – Comment établir un bilan de puissance dans un circuit mobile ?
- 2 – 😊 – 😞 – Rail de Laplace non alimenté, dont le barreau est tiré par une force constante. Établir les équations électrique et mécanique. Établir le bilan de puissance, puis l'interpréter.
- 3 – 😊 – 😞 – Cadre rectangulaire en rotation. Établir les équations électrique et mécanique. Établir le bilan de puissance, puis l'interpréter.
- 4 – 😊 – 😞 – Expliquer l'origine des courants de Foucault, et citer des exemples d'utilisation.
- 5 – 😊 – 😞 – Donner des exemples d'utilisation du moteur à courant continu.

💡 Méthode : Étude d'un phénomène d'induction dans un circuit mobile

- Analyser physiquement « ce qu'il se passe » : d'où vient l'induction ? quelles en sont les causes ? les conséquences ? Utiliser, notamment, la loi de Lenz.
- Établir l'équation électrique (EE) :
 1. Orienter le circuit (choix du sens de la flèche de i).
 2. Calculer le flux du champ magnétique, en respectant l'orientation choisie.
 3. Exprimer la fem induite e ($e = e_p + e_{\text{ext}}$) à l'aide de la loi de Faraday.
 4. Représenter le schéma électrique équivalent, constitué des éléments réellement présents dedans (résistance, GBF, condensateur) auxquels on ajoute la fem induite en convention générateur avec i .
 5. Établir l'équation électrique en utilisant les lois des mailles, des nœuds ...
- Établir l'équation mécanique (EM) :
 6. Exprimer les actions mécaniques de Laplace en respectant l'orientation choisie :
 - pour une tige en translation : la résultante des forces de Laplace ;
 - pour une spire rotation : le moment résultant de Laplace.
 7. Appliquer :
 - pour un mouvement de translation : le PFD ;
 - pour un mouvement de rotation : la LMC par rapport à l'axe de rotation.
- Effectuer le bilan énergétique :
 8. Multiplier (EE) par i .
 9. Multiplier (EM) :
 - scalairement par \vec{v} si c'est un mouvement de translation (EM obtenue à partir du PFD) ;
 - par ω si c'est un mouvement de rotation (EM obtenue à partir de la LMC).
 10. Sommer les deux en éliminant le terme de couplage en vi , en notant que la somme de la puissance des forces de Laplace et de la puissance de la force électromotrice est nulle : $\mathcal{P}_{\text{Laplace}} + \mathcal{P}_{\text{f.é.m}} = 0$.

♥ À retenir : Conversion électromécanique parfaite

La puissance $\mathcal{P}_{\mathcal{L}}^{\text{méca}}$ des actions de LAPLACE et la puissance $\mathcal{P}_{\text{fem}}^{\text{élec}}$ de la force électromotrice induite sont reliées par :

$$\mathcal{P}_{\mathcal{L}}^{\text{méca}} + \mathcal{P}_{\text{fem}}^{\text{élec}} = 0$$

Ce qui traduit la conversion électromécanique de puissance mécanique en puissance électrique (ou inversement) grâce au phénomène d'induction.

■ Conversion mécanique \rightarrow électrique :

■ Conversion électrique \rightarrow mécanique :

$$\begin{cases} \mathcal{P}_{\mathcal{L}}^{\text{méca}} < 0 \\ \mathcal{P}_{\text{fem}}^{\text{élec}} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathcal{P}_{\mathcal{L}}^{\text{méca}} > 0 \\ \mathcal{P}_{\text{fem}}^{\text{élec}} < 0 \end{cases}$$

0 Rappels : puissances

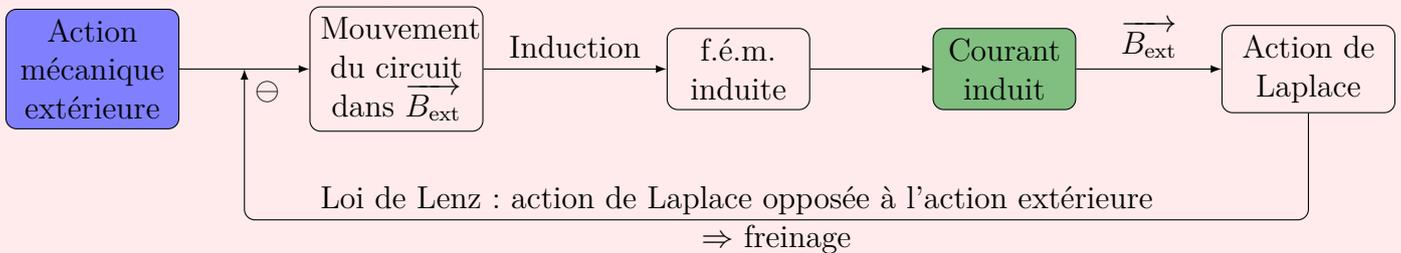
♥ À retenir : Puissances

- Puissance mécanique reçue par un objet soumis à une résultante \vec{F} de point d'application A :
- Puissance mécanique reçue par un objet en rotation (vitesse angulaire ω) autour de Oz , soumis à un couple Γ :
- Puissance électrique fournie par un générateur (convention générateur), de tension u et débitant i :
- Puissance électrique reçue par un dipôle (convention récepteur), de tension u et recevant i :

I Conversion de puissance mécanique en puissance électrique

L'objet de cette partie est l'étude de systèmes électromécaniques, siège de phénomènes d'induction, dont le déplacement du circuit (puissance mécanique) est converti via le phénomène d'induction en un courant électrique (puissance électrique).

♥ À retenir : Analyse qualitative lors d'une conversion mécanique \rightarrow électrique



I.1 Rails de Laplace générateurs

Capacités exigibles : Interpréter qualitativement les phénomènes observés. Écrire les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe. Effectuer un bilan énergétique.

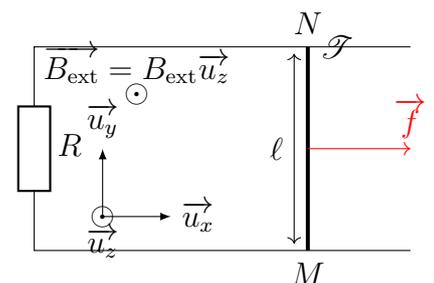
🔧 Exemple : Rails de Laplace générateurs

On considère le dispositif des rails de Laplace, dans lequel une tige de masse m , de longueur ℓ , conductrice, glisse sans frottement sur deux rails conducteurs, à la vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_x$.

Elle est tirée par une force $\vec{f} = f\vec{u}_x$ constante. La tige \mathcal{T} reste toujours parallèle à \vec{u}_y lors de son mouvement.

L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B\vec{u}_z$, orthogonal au plan des rails.

La résistance de l'ensemble est notée R , supposée constante au cours du déplacement de la tige.



Analyse physique qualitative

Q1. Décrire les phénomènes mis en jeu lorsque la tige est mise en mouvement par la force \vec{f} .

Équation électrique

- Q2. Orienter le circuit ...
- Q3. Déterminer l'expression de la f.é.m. induite. *On négligera l'auto-induction.*
- Q4. Représenter le circuit équivalent et en déduire l'expression de l'intensité du courant induit.

Équation mécanique

- Q5. Déterminer l'expression de la force de Laplace qui s'exerce sur la tige.
- Q6. Établir l'équation mécanique.

Résolution

- On obtient alors un système de deux équations différentielles couplées à deux inconnues $\dot{x}(t)$ et $i(t)$.
- Q7. En combinant les deux équations précédentes, établir l'équation différentielle vérifiée par $\dot{x}(t)$.
- Q8. La résoudre. Commenter.
- Q9. En déduire l'évolution de l'intensité du courant. Commenter.

Bilan énergétique

- Q10. Établir le bilan de puissance suivant : $f\dot{x} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2 \right) + Ri^2$.
- Q11. L'interpréter.
- Q12. Exprimer la puissance de la force de Laplace ainsi que la puissance électrique de la f.é.m. induite. Interpréter leurs signes. Commenter.

I.2 Freinage par induction

Capacité exigible : Expliquer l'origine des courants de Foucault et en connaître des exemples d'utilisation.

👁️ Expérience

On fixe un disque métallique massif à l'extrémité d'un pendule et ce disque passe, lorsque le pendule est proche de sa position verticale, dans l'entrefer d'un électroaimant. L'électroaimant est alimenté en régime permanent et crée un champ magnétique permanent horizontal, perpendiculaire au plan d'oscillation du pendule.

Voir : <https://youtu.be/AmCx172SmmI> et <https://youtu.be/MnLAzrT6Ps8>

- Q1. Qu'observe-t-on lorsque l'on alimente l'électroaimant ?
- Q2. Expliquer ces observations.
- Q3. Quel est l'avantage d'un tel système par rapport à d'autres systèmes de freinage ?

On remplace le disque métallique plein par un disque métallique possédant des encoches radiales.

Voir : https://youtu.be/9_rbI-5RnnU

- Q4. Le disque est-il freiné, pourquoi ?

Le freinage par induction est utilisé pour les TGV et sur certains camions.

On considère une roue constituée d'un bloc métallique massif. Bien que l'on ne puisse pas modéliser un tel système par un circuit filiforme, les phénomènes physiques restent les mêmes. Ainsi, lorsque la roue est en rotation dans un champ magnétique stationnaire :

- On retrouve un cas d'induction de Lorentz, il y a donc apparition de f.é.m. induites.
- La roue étant conductrice, il y a apparition de courants induits. Dans le cas d'une roue pleine, les courants sont répartis dans tout le volume du conducteur et on les nomme **courants de Foucault**.
- L'action conjuguée des courants de Foucault et du champ magnétique donne lieu à des forces de Laplace qui s'opposent au mouvement de rotation de la roue, qui est alors freinée.

Ci-contre, la photo d'un système de freins à induction sur un train rapide japonais. D'après http://fr.wikipedia.org/wiki/Courants_de_Foucault#/media:Uzu-brake.JPG



1.3 Alternateur

Capacités exigibles : Interpréter qualitativement les phénomènes observés. Écrire les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe. Effectuer un bilan énergétique. Connaître des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.



Un **alternateur** sert à convertir une puissance mécanique en une puissance électrique. Ce dispositif est par exemple utilisé

- dans les dynamos de vélos : une roue entraîne en rotation l'alternateur qui alimente des ampoules ou une batterie ;
- dans les centrales électriques, où l'alternateur est entraîné par une turbine elle-même mise en rotation par de la vapeur d'eau (centrales thermiques ou nucléaires) ou de l'eau liquide (centrales hydrauliques).

L'**alternateur** est constitué

- d'un **stator** fixe par rapport au référentiel d'étude
- et d'un **rotor** en rotation autour d'un axe fixe par rapport au stator.

On peut expliquer le fonctionnement de l'alternateur en modélisant le rotor par une bobine plate de N spires rectangulaires, de surface $a \times b$, conductrice de résistance r_L et d'inductance propre L , en rotation autour de l'axe (Oz) fixe dans le référentiel terrestre, qui est un des axes de symétrie de la spire et qui passe par les deux milieux de côtés opposés.

On note J le moment d'inertie de la spire par rapport à l'axe (Oz) .

La spire est mise en rotation autour de (Oz) à la vitesse angulaire ω par un opérateur extérieur :

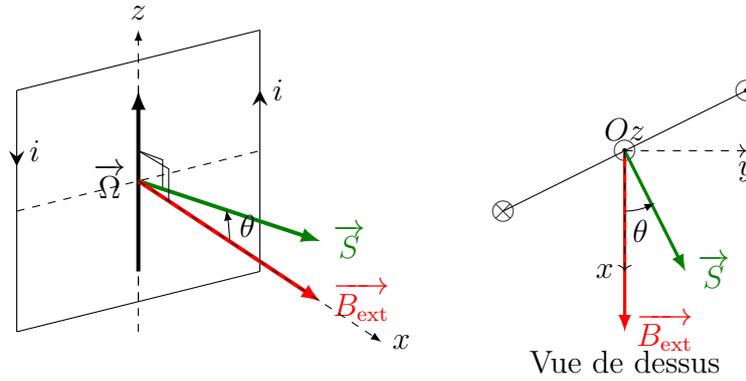
- vous, si l'on s'intéresse à l'alternateur d'un vélo ;
- la turbine, si l'on étudie l'alternateur d'une centrale électrique ;

qui exerce un couple $\vec{\Gamma}_{\text{mo}} = \Gamma_{\text{mo}} \vec{u}_z$.

La liaison pivot d'axe (Oz) est supposée parfaite.

La spire est placée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B}_{\text{ext}} = B_{\text{ext}} \vec{u}_x$.

On introduira l'angle $\theta = \widehat{(\vec{B}_{\text{ext}}, \vec{S})}$.



L'alternateur est branché en série avec une charge aux bornes de laquelle on récupère la tension u : cela peut être une lampe par exemple (dans le cas d'une dynamo de vélo), ou le secteur (dans le cas d'un alternateur de centrale), de résistance R .

Exemple : Alternateur

Analyse physique qualitative

Q1. Analyser qualitativement le fonctionnement de l'alternateur.

Équation électrique

Q2. Calculer le flux du champ \vec{B}_{ext} à travers les spires du rotor.

Q3. Déterminer l'expression de la f.é.m. induite. Le rotor étant constitué d'une bobine plate de N spires, l'auto-induction ne pourra pas être négligée ici.

Commenter sa dépendance avec la fréquence f de rotation et le champ magnétique extérieur.

Q4. Représenter le circuit équivalent.

Q5. Établir l'équation différentielle vérifiée par i (EE).

Équation mécanique

Q6. Faire le bilan des actions mécaniques qui s'exercent sur le système.

Q7. Déterminer l'expression du couple de Laplace, en respectant l'orientation choisie pour établir l'équation électrique.

Q8. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par ω .

Bilan énergétique

Q9. Obtenir le bilan de puissance et l'écrire sous la forme $\Gamma_{\text{mo}} \times \omega = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J \omega^2 \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i^2 \right) + r_L i^2 + R i^2$

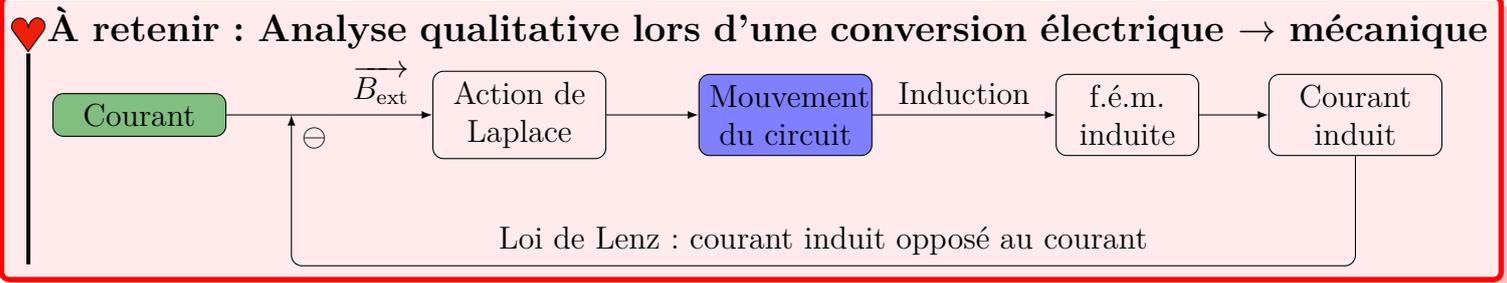
Interpréter les différents termes.

Q10. Comparer la puissance du couple de Laplace et la puissance de la fem.

Q11. En déduire un bilan énergétique en régime sinusoïdal forcé sur une période. Commenter.

II Conversion de puissance électrique en puissance mécanique

L'objet de cette partie est l'étude de dispositifs électromécaniques dans lesquels un courant électrique (puissance électrique) est converti via un phénomène d'induction en un déplacement (puissance mécanique).



II.1 Rails de Laplace moteurs

Capacités exigibles : Interpréter qualitativement les phénomènes observés. Écrire les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe. Effectuer un bilan énergétique.

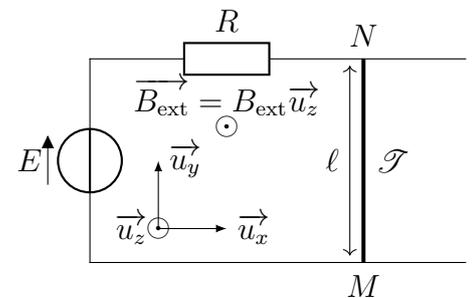
Exemple : Rails de Laplace moteur

On considère le dispositif des rails de Laplace, dans lequel une tige de masse m , de longueur ℓ , conductrice, glisse sans frottement sur deux rails conducteurs, à la vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_x$.

Le dispositif est alimenté par un (« vrai ») générateur de fem E constante.

L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B}_{\text{ext}} = B_{\text{ext}}\vec{u}_z$, orthogonal au plan des rails.

La résistance de l'ensemble est notée R , supposée constante au cours du déplacement de la tige.



Analyse physique qualitative

Q1. Que se passe-t-il lorsqu'on allume le générateur ? Analyser qualitativement ce qu'il se passe.

Équation électrique

Q2. Orienter le circuit ...

Q3. Déterminer l'expression de la f.é.m. induite. *On négligera l'auto-induction.*

Q4. Représenter le circuit équivalent et en déduire l'expression de l'intensité du courant induit.

Équation mécanique

Q5. Déterminer l'expression de la force de Laplace.

Q6. Établir l'équation mécanique.

Résolution

On obtient alors un système de deux équations différentielles couplées à deux inconnues $\dot{x}(t)$ et $i(t)$.

Q7. En combinant les deux équations précédentes, établir l'équation différentielle vérifiée par $\dot{x}(t)$.

Q8. La résoudre. Commenter.

Q9. En déduire l'évolution de l'intensité du courant. Commenter.

Bilan énergétique

Q10. Établir le bilan de puissance.

Q11. L'interpréter.

Q12. Exprimer la puissance de la force de Laplace ainsi que la puissance électrique de la f.é.m. induite. Interpréter leurs signes. Commenter.

II.2 Machine à courant continu

Capacité exigible : Analyser le fonctionnement du moteur à courant continu à entrefer plan en s'appuyant sur la configuration des rails de Laplace. Citer des exemples d'utilisation du moteur à courant continu.

Les machines à courant continu font partie des convertisseurs électro-magnéto-mécanique réversibles. Elles ont été les premières à être utilisées massivement dans toutes les gammes de puissance du fait de la simplicité de leur commande en vitesse, et de leur faible encombrement.

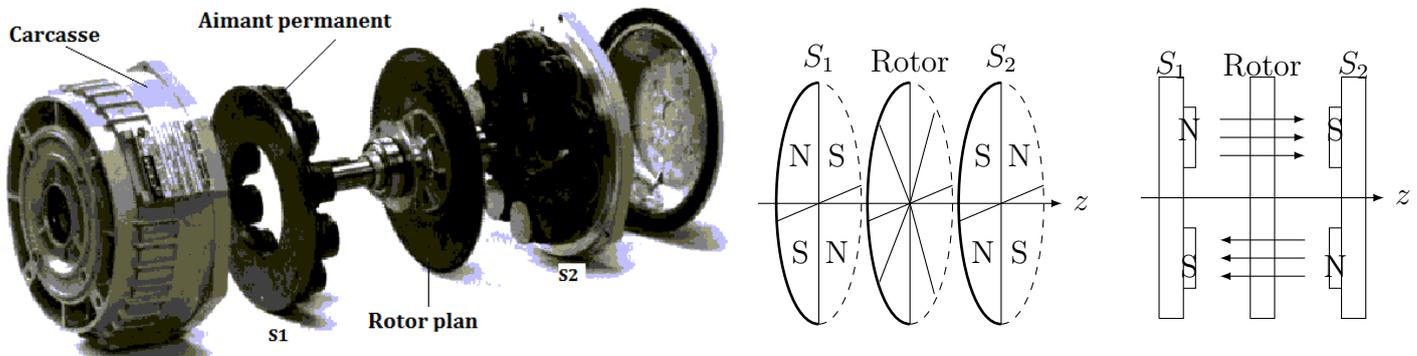
On trouve des machines à courant continu dans l'industrie (ascenseur, machines d'imprimerie..), dans les domaines des faibles puissances (jouets, perceuses...), dans les équipements automobiles (essuie glaces, toits ouvrants...). Pour les grandes puissances, il est principalement utilisé comme moteur de traction (pour mettre en mouvement un véhicule), par exemple dans le TGV Nord ou les RER parisiens.

II.2.a) Dispositif

Comme dans toute machine tournante, une MCC est constituée d'un stator fixe et d'un rotor mobile :

- Le **rotor** est le disque au centre, qui est entraîné en rotation autour de son axe.
Les spires présentes sur le rotor comportent deux fils dans la direction radiale, faisant entre eux un angle de 90° et reliés en périphérie par une partie circulaire. Ils sont parcourus par des courants continus (d'où le nom de la machine).
- Les deux disques de part et d'autre du rotor constituent le **stator**. Ces deux disques sont fixes dans le référentiel d'étude. Des aimants permanents disposés sur ces disques développent des lignes de champ magnétique orthogonales au plan défini par le rotor. L'ensemble $\{S_1, S_2\}$ définit donc un entrefer plan, dans lequel est placé le rotor.
- Des contacts métalliques frottants appelés **balais** assurent le passage du courant entre les circuits électriques mobiles du rotor et l'alimentation, liée au stator. Un câblage astucieux du rotor couplé à une répartition bien choisie des aimants du stator permet une alimentation uniquement à partir des balais.

On appelle **entrefer** l'espace situé entre les aimants : il s'agit ici du plan du rotor, d'où la dénomination de MCC à entrefer plan.



II.2.b) Analyse physique

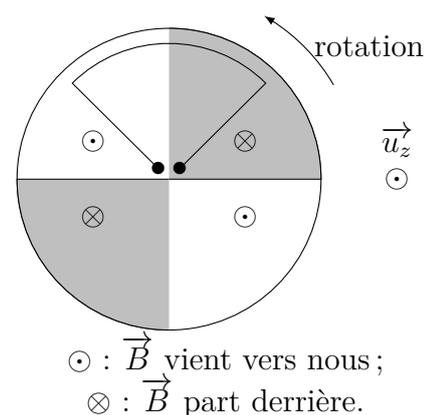
Ce dispositif est réversible et fonctionne en générateur ou en moteur.

■ MCC en fonctionnement générateur

- la roue est entraînée en rotation par un système mécanique externe,
- c'est alors un conducteur mobile dans un champ magnétique \vec{B} permanent,
- par induction, il apparaît un courant dans les fils,
- le circuit mobile dans un champ magnétique est alors soumis aux **forces de Laplace** qui, d'après la loi de Lenz, s'opposent à la cause qui leur a donné naissance, c'est-à-dire au mouvement.

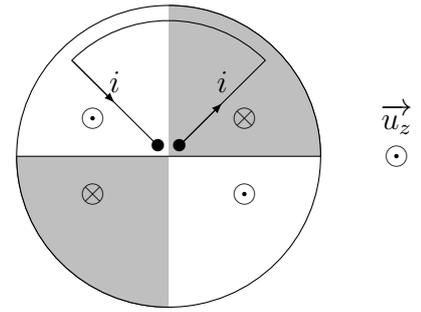
On déduit du sens de la loi de Lenz, le sens de la force de Laplace, et on en déduit alors le sens du courant positif à l'aide de la définition de la force de Laplace $d\vec{F}_\mathcal{L} = id\vec{\ell} \wedge \vec{B}$, le sens du champ magnétique étant connu.

Un régime permanent s'établit alors (vitesse de rotation constante).



■ MCC en fonctionnement moteur

- les rayons de la roue sont parcourus par un courant d'intensité i ,
- c'est donc un circuit parcouru par un courant électrique placé dans un champ magnétique \vec{B} ,
- il est donc soumis aux forces de Laplace : $d\vec{F}_{\mathcal{L}} = id\vec{\ell} \wedge \vec{B}$,
- on en déduit alors le sens de rotation,
- le circuit est alors mobile dans un champ magnétique, un phénomène d'induction se produit, qui s'oppose à la cause qui lui a donné naissance : on le quantifie par un générateur fictif de fem $e < 0$ (en convention générateur avec $i > 0$).



II.2.c) Équations électrique et mécanique

■ Action mécanique de Laplace

- Force de Laplace s'exerçant sur la première partie radiale de la spire représentée ci-dessus, plongée dans le champ $\vec{B} = -B\vec{u}_z$: $\vec{F} = iR\vec{u}_r \wedge (-B\vec{u}_z) = iRB\vec{u}_\theta$
La force de Laplace sur cette portion de spire s'exerce au milieu du rayon, donc à une distance $R/2$ de l'axe de rotation, donc le moment de cette force de Laplace s'écrit $\mathcal{M}_{Oz} = \frac{iR^2B}{2}$.
- Sur la partie circulaire de la spire, le moment des forces de Laplace est nulle.
- Pour l'autre partie radiale de la spire, le courant est inversé tout comme le champ magnétique, la force de Laplace et le moment de la force sont donc identiques à celui qui vient d'être calculé.

Ainsi, le moment résultant de Laplace s'exerçant sur la spire représentée ci-dessus vaut $\mathcal{M}_{Oz} = iR^2B$

Pour N spires présentes sur le rotor, le moment résultant vaut donc $\Gamma_L = NiR^2B$

■ Lien entre fem induite et vitesse de rotation

La géométrie de la machine à courant continu ne permet pas d'appliquer la loi de Faraday.

On utilise alors la conservation de la puissance : $\mathcal{P}_{\text{Laplace}} + \mathcal{P}_{\text{f.é.m}} = 0$

Avec $\mathcal{P}_{\text{Laplace}} = \Gamma_L \times \omega = NiBR^2\omega$

et $\mathcal{P}_{\text{f.é.m}} = ei$

Alors $NiBR^2\omega + ei = 0 \Leftrightarrow e = -NBR^2\omega$

En fonctionnement moteur : $\mathcal{P}_{\text{Laplace}} > 0$ et $\mathcal{P}_{\text{fém}} < 0$: le moteur reçoit de la puissance électrique et la convertit en puissance mécanique.

En fonctionnement générateur : $\mathcal{P}_{\text{Laplace}} < 0$ et $\mathcal{P}_{\text{fém}} > 0$: le générateur reçoit de la puissance mécanique et la convertit en puissance électrique.

Remarques 1. Les étudiants ayant choisi PSI étudieront la MCC très en détail en 2^e année.