À rendre le jeudi 3 octobre 2024

Devoir Maison n°3 – Fonctionnement électrique d'un TGV

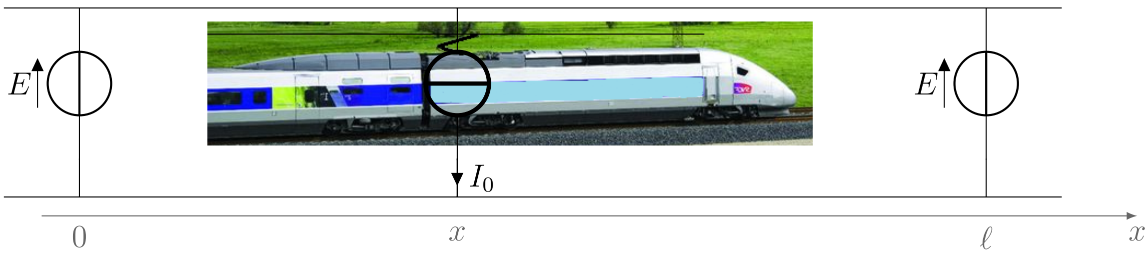
Comment chercher un D.M. ?

- Commencer à chercher le DM, **dès le soir de la distribution de l'énoncé**,
- **Avec le chapitre et les exercices ouverts** sous les yeux.
- Chercher **en groupe**.
- En cas de blocage, **poser des questions**, à la fin d'un cours ou par mail : `nvalade.pcsi@gmail.com`
- La réponse à un problème de physique doit contenir :
  - des **schémas** grands, clairs et complets ;
  - des **phrases** qui expliquent votre raisonnement ;
  - les calculs **littéraux**, avec uniquement les **grandeurs littérales** définies par l'énoncé (ou par vous-même si elles ne le sont pas par l'énoncé) ;
  - les applications numériques avec un nombre adapté de chiffres significatifs et une **unité**.

Après avoir récupéré votre copie et le corrigé :

- Reprendre votre copie avec le corrigé afin de comprendre vos erreurs, lire les conseils donnés, ...
- Refaire le DM (si besoin) avant le DS suivant.

Longtemps après son démarrage, on peut supposer que le TGV fonctionne en régime permanent. La puissance électrique nécessaire à son fonctionnement est fournie au TGV à partir de sous-stations électriques implantées tout le long de la voie et espacées d'une distance $\ell = 60$ km. Elles sont reliées par un fil conducteur, la caténaire, suspendu au-dessus des rails. La motrice TGV reçoit l'alimentation de la caténaire par un contact glissant appelé pantographe sur son toit. Tous les moteurs électriques de la locomotrice sont montés en parallèle entre le pantographe et les rails qui servent de liaison masse à la Terre, conformément au schéma ci-dessous.



Les sous-stations électriques seront assimilées à des générateurs idéaux de f.é.m. E constante et identique pour toutes les sous-stations.

On admettra que les moteurs de la locomotive se comportent, d'un point de vue électrique, de la même manière qu'un générateur idéal de courant, imposant un courant I_0 constant orienté de la caténaire vers le sol comme sur le schéma ci-dessus.

Le mardi 3 avril 2007, à 13h14, la SNCF, associée à la compagnie ALSTOM, portait le record du monde de vitesse sur rail à la valeur $574,8\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ au point kilométrique 194 de la ligne à grande vitesse est-européenne. Lors du record de vitesse, la puissance des moteurs était augmentée par rapport aux moteurs habituels et la tension d'alimentation en sortie des sous-stations avait été montée exceptionnellement à $E = 31,2$ kV sur la zone du record à la place des 25 kV habituels. Au moment du record, l'intensité électrique reçue au pantographe a été mesurée : elle était de $I_0 = 800$ A.

Pour l'étude qui va suivre, on s'intéresse au trajet du train entre deux sous-stations. On supposera que la section transverse de la caténaire (surface transversale du fil) est de $s = 1,47\ \mathrm{cm^2}$. La caténaire est en cuivre, métal dont la conductivité est de $\sigma = 5,82.10^7\ \Omega^{-1} \cdot \mathrm{m^{-1}}$.

Le rail rectiligne est confondu avec l'axe (Ox) dont l'origine O $(x = 0)$ est placée au niveau de la sous-station à gauche sur le schéma. La variable $x \in [0, \ell]$ repère à tout instant la position de la locomotive entre les deux sous-stations d'alimentation (voir le schéma en début d'énoncé).

Une longueur ℓ de rail est équivalente à un conducteur ohmique de résistance $R = \dfrac{\ell}{\sigma s}$.

La section transverse d'un rail est de l'ordre de $s_{\text{rail}} \approx 50\ \text{cm}^2$.

Partie A Résistances

Q1. En considérant que le rail est fait du même métal que la caténaire (donc même valeur de conductivité), justifier que l'on puisse négliger la résistance du rail devant celle de la caténaire (que l'on notera R dans la suite). *Pour cela, comparer la section d'un câble caténaire et celle d'un rail, puis comparer la résistance d'un câble caténaire avec celle d'un rail.*

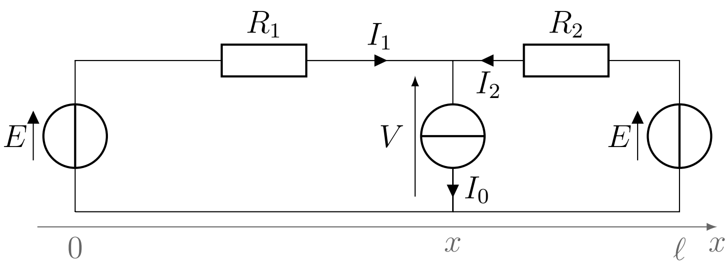
Q2. Déterminer la résistance totale R de la caténaire entre les deux sous-stations considérées et effectuer l'application numérique.

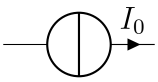
Q3. Donner l'expression de la résistance R_1 de la portion de caténaire amenant le courant à la locomotive depuis la sous-station de gauche, en fonction de σ, s et x et/ou ℓ, puis en fonction de R, ℓ et x (on rappelle que R désigne la résistance totale de la caténaire entre les deux sous-stations).

Q4. Même question pour R_2, résistance électrique de la portion de caténaire amenant le courant à la locomotive depuis la sous-station de droite, que l'on réexprimera en fonction de R, ℓ et x.

Partie B Intensités et tensions

Le système électro-mécanique étudié est donc équivalent au circuit électrique ci-contre.



> Remarque : le composant noté 
>
> est un générateur idéal de courant, c'est-à-dire qu'il impose le courant I_0 dans sa branche quelle que soit la tension à laquelle il est soumis.

Q5. Écrire les cinq équations indépendantes reliant U_1 (tension aux bornes de R_1), U_2 (tension aux bornes de R_2), I_1, I_2 et V. Ces équations feront intervenir les données E, R_1, R_2 et I_0.

Q6. Montrer que V s'écrit $V = E - RI_0 \times \dfrac{x}{\ell} \times \left(1 - \dfrac{x}{\ell}\right)$.

Q7. En déduire les expressions de I_1 et I_2 en fonction de I_0, x et ℓ.

Partie C Aspect énergétique

Q8. Définir puissance consommée $\mathscr{P}_c$ par la locomotive (c'est-à-dire reçue par la locomotive) en fonction de V et I_0, puis en déduire son expression en fonction de E, R, I_0, x et ℓ.

Q9. Déterminer la puissance $\mathscr{P}_J$ reçue par la caténaire, c'est-à-dire la somme de la puissance reçue par R_1 et par R_2, en fonction de R_1, I_1, R_2, I_2, puis en fonction de R, I_0, x et ℓ.
Que devient l'énergie associée ?

Q10. Déterminer la puissance totale $\mathscr{P}_f$ fournie par les deux sous-stations (c'est-à-dire la somme de la puissance fournie par la sous-station de gauche et celle de droite), en fonction de E, I_1 et I_2, puis en fonction de E et I_0.

Q11. Vérifier que l'on a : $\mathscr{P}_f = \mathscr{P}_J + \mathscr{P}_c$. Que signifie physiquement cette égalité ?

Partie D Rendement de l'alimentation de la locomotive *(Partie facultative)*

On suppose que le train roule à la vitesse $v_0 = 574,8\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ constante.

Q12. Montrer que la puissance dissipée par effet Joule s'écrit $\mathscr{P}_J(t) = RI_0^2 \dfrac{v_0 t(\ell - v_0 t)}{\ell^2}$.

Q13. À quel instant t_f la locomotive atteint-elle alors la fin du tronçon considéré (sous-station de droite) ?

Q14. En déduire alors l'énergie totale $\mathscr{E}_{J,t_0\to t_f}$ dissipée par effet Joule pendant le passage du train sur ce tronçon en fonction de R, I_0, v_0 et ℓ. *L'instant t_0 correspond à l'instant auquel la locomotive passe par la sous-station de gauche.*
Faire l'application numérique.

Q15. De même, déterminer l'énergie totale $\mathscr{E}_{f,t_0\to t_f}$ fournie par les deux sous-stations sur le même intervalle de temps. On donnera le résultat en fonction de E, I_0, ℓ et v_0.

Q16. En déduire l'énergie $\mathscr{E}_{c,t_0\to t_f}$ consommée par les moteurs de la locomotive, toujours le long du tronçon considéré. On donnera le résultat en fonction de E, R, I_0, ℓ et v_0.

Q17. Exprimer le rendement de ce mode d'alimentation de la locomotive, que l'on définit par : $\eta = \dfrac{\mathscr{E}_{c,t_0\to t_f}}{\mathscr{E}_{f,t_0\to t_f}}$ en fonction de R, I_0 et E.
Faire l'application numérique, exprimée en %.