

? À rendre lundi 2 juin 2025

Devoir Maison n°23 – Induction

Travail à faire :

- Travailler le début du chapitre n°25.
- Traiter cet exercice ensuite.

Le tramway T3 peut recharger ses supercondensateurs en convertissant, lors des freinages, son énergie cinétique en énergie électrique. Le principe utilisé est celui de l'induction. Le dispositif est généralement une génératrice en rotation, mais nous l'illustrons ici simplement sur le dispositif linéaire des rails de Laplace.

On considère le dispositif des rails de Laplace schématisé ci-contre.

La longueur de la tige mobile entre les deux points de contact C et D est notée a , sa masse m , et elle peut glisser sans frottement sur les rails.

On note $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ la base orthonormée usuelle. Le champ magnétique extérieur $\vec{B} = B\vec{e}_y$ est constant et uniforme à travers le circuit. La pesantour est dirigée selon $-\vec{e}_y$.

La tige est initialement à l'abscisse $x = 0$, et elle est lancée avec une vitesse initiale v_0 vers les x positifs.

La résistance R représente un dipôle résistif à alimenter.

On néglige toute autre résistance, ainsi que les phénomènes d'autoinduction.

Q1. Analyse qualitative.

Expliquer l'origine du phénomène d'induction.

Compte-tenu du sens du courant indiqué sur le circuit, quel signe pouvez-vous prédire pour l'intensité ?

Citez la loi que vous utilisez.

Quel va être l'effet de la force de Laplace sur le mouvement de la tige ?

Mise en équation

Q2. Définir la force de Laplace qui s'exerce sur la tige, puis l'exprimer en fonction de a , B , i et d'un vecteur unitaire de la base.

Q3. Établir l'équation mécanique, c'est-à-dire établir l'expression de $m\frac{dv}{dt}$, avec v la composante de la vitesse de la tige selon $\vec{e}_x$, en fonction de a , B , i

Q4. Établir l'expression la force électromotrice induite dans le circuit. On sera vigilant.e à l'orientation.

Q5. Établir l'équation électrique.

Résolution

Q6. À partir des questions Q3 et Q5, établir l'équation différentielle vérifiée par v uniquement, en fonction de B , a et R et la mettre sous la forme :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = 0$$

On exprimera τ en fonction de B , a , m et R .

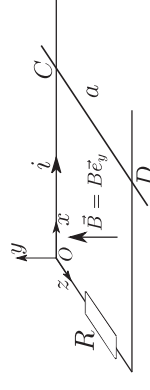
Q7. Résoudre complètement l'équation différentielle précédente, et représenter l'allure de v en fonction du temps.

Bilan de puissance

Q8. Exprimer la puissance de la force de Laplace et la puissance du générateur fictif de fem induite $\mathcal{E}$. Commenter.

Q9. Établir le bilan de puissance de ce système : on exprimera $\frac{d\mathcal{E}_c}{dt}$, où $\mathcal{E}_c$ est l'énergie cinétique de la tige, en fonction de R et i uniquement.

Q10. Conclure sur le rendement de la conversion d'énergie cinétique en énergie électrique reçue par le dipôle R .



On note $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ la base orthonormée usuelle. Le champ magnétique extérieur $\vec{B} = B\vec{e}_y$ est constant et uniforme à travers le circuit. La pesantour est dirigée selon $-\vec{e}_y$.

La tige est initialement à l'abscisse $x = 0$, et elle est lancée avec une vitesse initiale v_0 vers les x positifs.

La résistance R représente un dipôle résistif à alimenter.

On néglige toute autre résistance, ainsi que les phénomènes d'autoinduction.

Q1. Analyse qualitative.

Expliquer l'origine du phénomène d'induction.

Compte-tenu du sens du courant indiqué sur le circuit, quel signe pouvez-vous prédire pour l'intensité ?

Citez la loi que vous utilisez.

Quel va être l'effet de la force de Laplace sur le mouvement de la tige ?

Mise en équation

Q2. Définir la force de Laplace qui s'exerce sur la tige, puis l'exprimer en fonction de a , B , i et d'un vecteur unitaire de la base.

Q3. Établir l'équation mécanique, c'est-à-dire établir l'expression de $m\frac{dv}{dt}$, avec v la composante de la vitesse de la tige selon $\vec{e}_x$, en fonction de a , B , i

Q4. Établir l'expression la force électromotrice induite dans le circuit. On sera vigilant.e à l'orientation.

Q5. Établir l'équation électrique.

Résolution

Q6. À partir des questions Q3 et Q5, établir l'équation différentielle vérifiée par v uniquement, en fonction de B , a et R et la mettre sous la forme :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = 0$$

On exprimera τ en fonction de B , a , m et R .

Q7. Résoudre complètement l'équation différentielle précédente, et représenter l'allure de v en fonction du temps.

Bilan de puissance

Q8. Exprimer la puissance de la force de Laplace et la puissance du générateur fictif de fem induite $\mathcal{E}$. Commenter.

Q9. Établir le bilan de puissance de ce système : on exprimera $\frac{d\mathcal{E}_c}{dt}$, où $\mathcal{E}_c$ est l'énergie cinétique de la tige, en fonction de R et i uniquement.

Q10. Conclure sur le rendement de la conversion d'énergie cinétique en énergie électrique reçue par le dipôle R .