



Thème I. Ondes et signaux (Ondes)

Chapitre n°28 Superposition d'ondes

Pour réduire le bruit par le port d'un casque, la première solution consiste à utiliser les propriétés acoustiques des matériaux fibreux ou poreux, mais ces matériaux ne sont efficaces qu'à partir de 600 Hz environ.

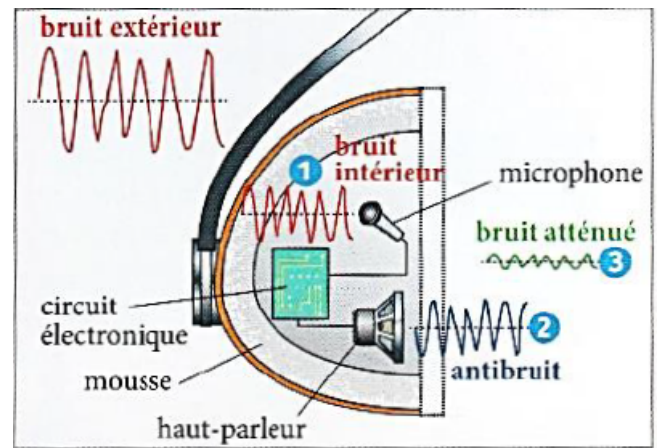
Pour augmenter l'efficacité des casques, on ajoute depuis quelques années à ce système passif, un système actif.

Le bruit peut être considéré comme une somme de sons purs. L'air oscille sous l'effet des ondes sonores, c'est-à-dire que sa pression augmente puis diminue régulièrement. Dans le casque actif, on ajoute au bruit 1 un second signal 2 de telle sorte que la surpression de l'air due au bruit coïncide avec la dépression due au son ajouté : le signal 2 est alors en opposition de phase avec le bruit 1, et la pression globale est quasiment constante. Le bruit 3 qui parvient à l'oreille est alors atténué.

Les systèmes antibruit des casques reposent sur des composants électroniques. De minuscules microphones ont pour fonction de capter le bruit venant de l'extérieur. Un circuit électronique se charge d'analyser les

sons perçus par le microphone afin de déterminer le bruit indésirable et de générer un signal en opposition de phase.

Le temps de calcul nécessaire pour créer l'onde antibruit et sa son transfert vers la membrane du haut-parleur posent certaines limites qui font que les systèmes actuels réduisent considérablement le bruit (environ 25 à 30 dB) sans le supprimer totalement.



Intérieur d'un casque antibruit actif de chantier.

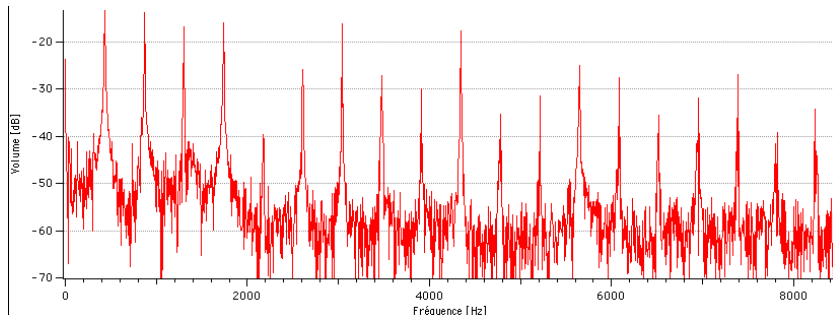


FIGURE 1 – Spectre du son émis par la corde de La d'un violon
(d'après <http://www.cuk.ch/articles/2468>)

Pourquoi le spectre du son émis par une corde de violon présente-t-il des harmoniques de fréquences multiples de la fréquence de la note jouée ? Pourquoi peut-on distinguer deux violons jouant la même note ? deux instruments différents ?

Pré-requis

- Terminale : Thème Ondes et signaux
 - Interférences de deux ondes, conditions d'observation, interférences constructives ou destructives.
 - Interférences de deux ondes lumineuses, différence de chemin optique, conditions d'interférences constructives ou destructives.
- PCSI : Ondes et signaux
 - Chapitre n°27. Propagation d'un signal

Objectifs du chapitre

- Compléter les connaissances de terminale sur les interférences mécaniques, optiques ou acoustiques, en les formalisant.
- Étudier les ondes stationnaires qui existent sur une corde fixée à ses deux extrémités. Faire le lien avec la musique.

Plan du cours

Ai-je bien appris mon cours ?

- 1 – 😊 – 😞 – Définir interférences constructives et destructives.
- 2 – 😊 – 😞 – Pour deux ondes mécaniques de même fréquence qui interfèrent, établir l'expression de l'amplitude de l'onde résultante en fonction du déphasage entre les deux ondes.
- 3 – 😊 – 😞 – Exprimer les conditions sur le déphasage pour que deux ondes interfèrent constructivement ou destructivement.
- 4 – 😊 – 😞 – Définir chemin optique et différence de chemin optique.
- 5 – 😊 – 😞 – Décrire le dispositif des trous d'Young. Établir l'expression littérale de la différence de chemin optique entre les deux ondes des trous d'Young.
- 6 – 😊 – 😞 – Définir onde stationnaire, nœud et ventre. Donner l'expression d'une onde stationnaire sinusoidale.
- 7 – 😊 – 😞 – Établir l'expression des fréquences des modes propres en fonction de la célérité de l'onde et de la longueur de la corde.



FlashCards :

I Interférences entre deux ondes mécaniques de même fréquence



*Interférences des ondes provoquées par deux bateaux.
À quelles conditions observe-t-on des interférences ?*

I.1 Observations

Capacité exigible : Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour observer le phénomène d'interférences de deux ondes.

Expérience : Cuve à onde

On étudie des ondes à la surface de l'eau dans une cuve à onde.

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/0ndes/cuve_ondes/interference_ondes_circulaires.php

Les deux vibreurs sont alimentés par le même générateur, ils émettent des **ondes** circulaires de **même fréquence**, de même amplitude et sont parfaitement synchronisées, on dit que les ondes sont émises en phase. Un système optique permet de visualiser facilement les creux (ils apparaissent en noir) et les bosses (elles apparaissent en blanc).

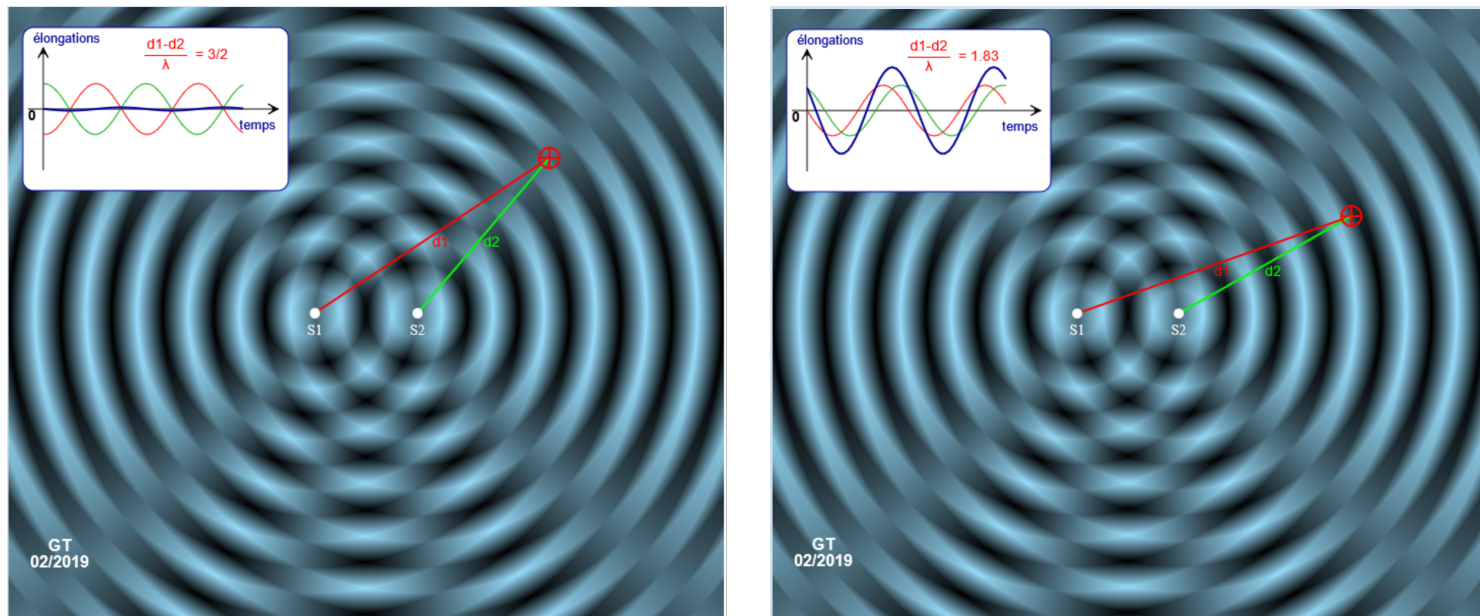


FIGURE 2 – Interférences entre deux ondes à la surface de l'eau

À la surface de l'eau on observe des zones où l'amplitude de l'onde résultante de la superposition des deux ondes est importante : ce sont les zones où le contraste est important (différence de hauteur importante entre les creux et les bosses) et à l'inverse des zones où l'amplitude de l'onde résultante est faible, voire quasi nulle : ce sont les zones où le contraste est faible (peu ou pas de différence de hauteur d'eau entre les creux et les bosses).

Lorsque deux ondes de même nature (onde à la surface de l'eau) et de même fréquence (elles sont émises par deux vibreurs alimentés par la même source) se superposent dans une zone de l'espace, l'onde résultante présente à certains endroits une amplitude importante et à d'autres l'onde résultante est d'amplitude nulle (ou presque). C'est le **phénomène d'interférences**.

Définition : Interférences

Deux ondes de même nature et synchrones (de même fréquence) qui se superposent en un point M donnent naissance au phénomène d'**interférence** en M .

L'amplitude de l'onde résultante de la superposition de plusieurs ondes est différente de la somme des amplitudes individuelles.

I.2 Effet du déphasage

I.2.a) Position du problème

Soient deux sources synchrones émettant des ondes de même pulsation ω et de vecteur d'onde $k = \frac{\omega}{c}$.

- La source E_1 émet une onde dont le signal transporté s'écrit en tout point M de l'espace : $s_1(M, t) = S_m \cos(\omega t - kE_1M + \varphi_0)$.

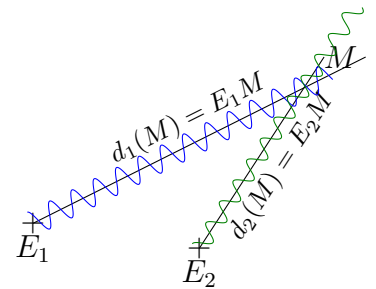
On introduit la phase à l'origine des temps, liée au retard de propagation de E_1 vers M $\varphi_1(M) = -kE_1M + \varphi_0$

Le signal émis par E_1 s'écrit en M , à t : $s_1(M, t) = S_m \cos(\omega t + \varphi_1(M))$

- La source E_2 émet une onde dont le signal transporté s'écrit en tout point M de l'espace : $s_2(M, t) = S_m \cos(\omega t - kE_2M + \varphi_0)$.

On introduit la phase à l'origine des temps, liée au retard de propagation de E_2 vers M $\varphi_2(M) = -kE_2M + \varphi_0$

Le signal émis par E_2 s'écrit en M , à t : $s_2(M, t) = S_m \cos(\omega t + \varphi_2(M))$



Au point M , on observe la superposition des deux ondes.

Le signal résultant est la somme des deux signaux en M et s'écrit en M , à t : $s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$.

Les deux ondes qui se superposent en M sont déphasées car le chemin parcouru par chacune des deux ondes entre la source et M est différent.

On définit le **déphasage en M** entre les deux ondes : $\Delta\varphi_{2/1}(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M)$.

I.2.b) Amplitude de l'onde résultante

Capacité exigible : Déterminer l'amplitude de l'onde résultante en un point en fonction du déphasage.

📖 Démonstration à maîtriser n°1 – Établir l'expression de l'amplitude résultante

On considère les deux ondes $s_1(M, t) = S_{1m} \cos(\omega t - kE_1M + \varphi_0)$ et $s_2(M, t) = S_{2m} \cos(\omega t - kE_2M + \varphi_0)$ qui se superposent au point M .

Q1. En utilisant la représentation complexe, exprimer l'onde résultante en fonction de \underline{S}_{m1} , \underline{S}_{m2} et $e^{j\omega t}$.

Q2. Comment calculer l'amplitude de l'onde résultante en partant de \underline{s} ? Effectuer le calcul.

Q3. De quoi dépend l'amplitude de l'onde résultante?

Q4. Exprimer l'amplitude du déphasage entre les deux ondes qui interfèrent au point M aux distances d_1 et d_2 parcourues par chacune des ondes entre l'émetteur et M . On appelle la grandeur $d_1 - d_2$ la différence de marche.

♥️ À retenir : Amplitude de l'onde résultante

L'amplitude de l'onde résultante de la superposition de deux ondes synchrones :

$$S_m = \sqrt{S_{m1}^2 + S_{m2}^2 + 2S_{m1}S_{m2} \cos(\Delta\varphi_{2/1}(M))} \quad (1)$$

I.2.c) Interférences constructives ou destructives

Capacité exigible : Exprimer les conditions d'interférences constructives ou destructives.

📖 Définitions : Interférences constructives et destructives

On parle d'interférences

- **constructives** en M quand l'amplitude de l'onde résultante en M est maximale;
- **destructives** en M quand l'amplitude de l'onde résultante en M est minimale.

📌 Démonstration à maîtriser n°2 – Conditions d'interférences constructives et destructives

- Q1. À quelle condition sur le déphasage $\Delta\varphi_{2/1}(M)$ entre les deux ondes qui interfèrent en M , les interférences en M sont-elles constructives ? Quelle est la condition sur la différence de marche ?
- Q2. Représenter les ondes temporelles $s_1(M, t)$, $s_2(M, t)$ et $s(M, t)$ lors des interférences constructives en M .
- Q3. Faire de même pour les interférences destructives.

♥ À retenir : Conditions d'interférences constructives ou destructives

- Deux ondes interfèrent constructivement en M ssi le déphasage entre les deux ondes est un multiple de 2π :

$$\Delta\varphi_{2/1}(M) = 2n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}$$

- Deux ondes interfèrent destructivement en M ssi le déphasage entre les deux ondes est un multiple impair de π :

$$\Delta\varphi_{2/1}(M) = (2n + 1)\pi, \quad n \in \mathbb{Z}$$

II Interférences entre deux ondes lumineuses de même fréquence

On étudie dans cette partie les interférences entre deux ondes lumineuses de même fréquence.

Sans entrer dans les détails sur les notions de cohérence qui seront vues en 2^e année (PC), deux ondes lumineuses ne peuvent interférer que si elles sont issues de la même source lumineuse, de même fréquence (longueur d'onde). Les interférences s'observeront facilement avec un LASER.

II.1 Dispositif des trous d'Young

Capacité exigible : Mettre en œuvre le dispositif expérimental des trous d'Young avec une acquisition numérique d'image.

<https://xyod.github.io/anim-ophy/Young/>

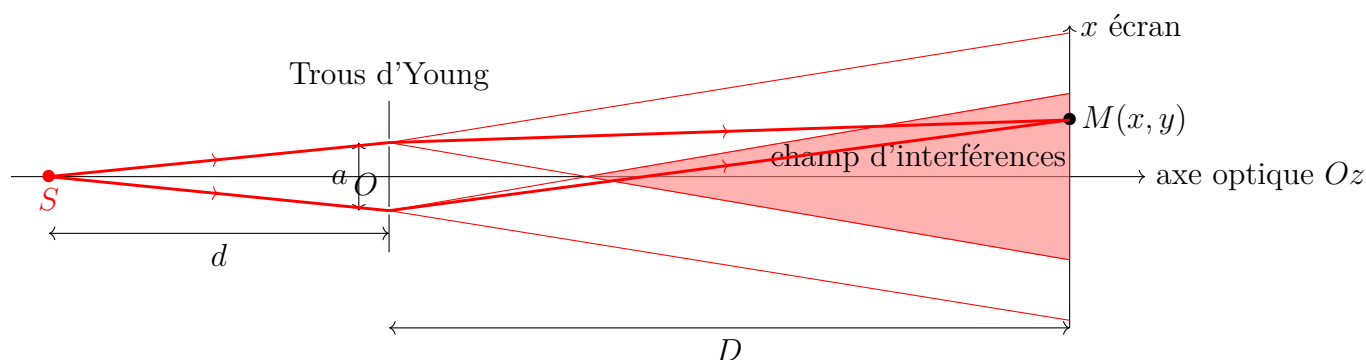
On étudie plus particulièrement les interférences observées avec un dispositif de trous d'Young. Ce dispositif est constitué de deux trous, de faible rayon ($r = 5 \mu\text{m}$) percés dans un écran opaque, séparés d'une faible distance $a = 50 \mu\text{m}$, éclairés par une source monochromatique ponctuelle.

Un écran est placé dans ce champ d'interférence, à une distance $D = 1,0 \text{ m}$ du plan des trous.

Le diamètre des trous et leur écartement a est de l'ordre de grandeur des longueurs d'onde optiques, soit de l'ordre du μm à quelques dizaines de μm .

Les distances d entre la source et le plan des trous, et D entre le plan des trous et l'écran d'observation sont très grandes devant la distance a , le diamètre des trous, et la longueur d'onde λ .

De part la diffraction qui se produit au niveau de chaque trou d'Young, le faisceau émergent des trous est étalé angulairement, d'un demi-angle d'ouverture θ , tel que $\sin(\theta) \sim \frac{\lambda}{2r}$. r étant faible devant λ , les faisceaux émergents des trous sont de grande ouverture, permettant aux ondes de se recouvrir dans une partie de l'espace. Les deux faisceaux émergents se superposent dans une zone donnée de l'espace où les interférences peuvent alors se produire : c'est le **champ d'interférence**.



👁️ Expérience : Trous d'Young

- Q1. Qu'observez-vous à l'écran ?
- Q2. Que se passe-t-il si on modifie la distance entre les deux trous d'Young ? la distance D ? la longueur d'onde de la radiation lumineuse ?

II.2 Déphasage et différence de chemin optique

Capacité exigible : Relier le déphasage entre les deux ondes à la différence de chemin optique.

En optique, la propagation des ondes lumineuses dans un milieu d'indice n se fait à la vitesse $v = c/n$.

📖 Définition : Chemin optique

Dans un milieu homogène et isotrope d'indice optique n , les lois de l'optique géométrique indiquent que la lumière se propage en ligne droite.

On appelle **chemin optique** entre deux points S et M de ce milieu la quantité, noté (SM) :

$$(SM) = n \times SM \quad \text{où } SM \text{ est la longueur du segment } [SM]$$

📖 Définition : Différence de chemin optique

La différence de marche est la différence de chemins optiques empruntés par chacune des deux ondes qui interfèrent :

$$\delta(M) = (SM)_{\text{chemin 2}} - (SM)_{\text{chemin 1}}$$

♥️ À retenir : Déphasage et différence de chemin optique

En notant λ_0 la longueur d'onde de la radiation monochromatique dans le vide, la relation entre le déphasage entre les deux ondes en M et la différence de chemin optique $\delta(M)$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi(M) &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \left((SM)_{\text{chemin 2}} - (SM)_{\text{chemin 1}} \right) \end{aligned}$$

⚠️ Attention

La longueur d'onde est une grandeur qui dépend du milieu dans lequel l'onde se propage. C'est la longueur d'onde dans le vide qui intervient dans la relation entre le déphasage et la différence de chemin optique (ce dernier prenant en compte le milieu), et non celle dans le milieu de propagation.

II.3 Différence de chemin optique

Capacité exigible : Établir l'expression littérale de la différence de chemin optique entre les deux ondes.

📖 Démonstration à maîtriser n°3 – Expression de la différence de chemin optique

On note T_1 et T_2 les deux trous d'Young, et n l'indice optique du milieu de propagation.

- Q1. Faire un schéma avec la sources, les deux trous, l'écran, et deux rayons interférant en un point M quelconque de l'écran l'un passant par le premier trou, l'autre par le deuxième.
- Q2. Exprimer la différence de chemin optique entre S et M selon le chemin emprunté en fonction de n , et des deux distances T_1M et T_2M .
- Q3. Exprimer les deux distances T_1M et T_2M en fonction de x , a et D .
- Q4. Écrire les deux distances T_1M et T_2M sous la forme $D\sqrt{1+Y}$. Que peut-on dire de Y dans les deux cas ?

On va utiliser le développement limité au premier ordre suivant, pour $Y \ll 1$: $\sqrt{1+Y} \approx 1 + \frac{Y}{2}$

Q5. Utiliser le développement limité précédent pour approximer T_1M et T_2M .

Q6. En déduire l'expression approchée de la différence de chemin optique $\delta(M)$.

II.4 Description de la figure d'interférence

Capacité exigible : Exploiter la formule de Fresnel fournie pour décrire la répartition d'intensité lumineuse.

À la différence des ondes mécaniques, les ondes lumineuses ont des fréquences très importantes $\simeq 10^{14}$ Hz. Les détecteurs les plus rapides ont des temps de réponses $\simeq 10^{-12}$ s et sont donc beaucoup trop lents pour suivre les oscillations temporelles de l'onde lumineuse. Il s'ensuit que les détecteurs d'ondes lumineuses ne sont sensibles qu'à l'intensité moyenne I de l'onde, elle-même proportionnelle à la moyenne du carré du champ électromagnétique portant le signal. C'est donc à cette quantité qu'il faut s'intéresser pour décrire une expérience d'interférences lumineuses. Les détecteurs lumineux délivrent un signal proportionnel à l'intensité de l'onde correspondant à la puissance par unité de surface et qui s'exprime en $W \cdot m^{-2}$.

L'intensité $I(M)$ en un point M de l'onde lumineuse résultant de la superposition de deux ondes d'intensités I_1 et I_2 est donnée par la **formule de Fresnel** [admise et fournie] :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi(M))$$

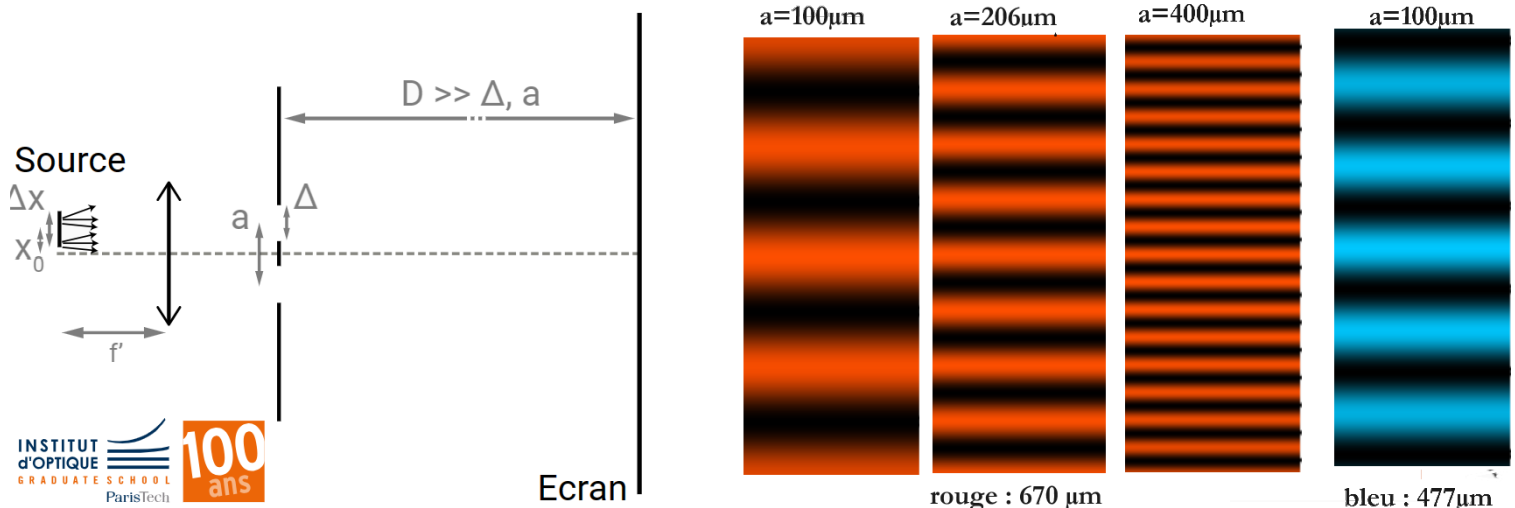
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M)\right)$$

Pour deux ondes de même intensité I_0 (ce qui est souvent le cas) :

$$I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M)\right)\right)$$

Démonstration à maîtriser n°4 – Description de la figure d'interférences

- Q1. Dans le cas des trous d'Young, exprimer l'intensité lumineuse en un point de l'écran en utilisant la formule de Fresnel fournie ci-dessus.
- Q2. Cet éclaircissement est périodique. Exprimer sa période spatiale, appelée **interfrange**, notée i .
- Q3. Décrire la figure d'interférences.
- Q4. Commenter la dépendance de cette interfrange avec les différents paramètres de l'expérience, en lien avec les observations du § ??.
- Q5. À quelle condition les interférences sont-elles constructives en M ? Quelle est l'allure des franges lumineuses (=maximum d'intensité) ?



III Ondes stationnaires mécaniques

Les cordes de violon et de guitare sont fixées à leurs deux extrémités. Lorsque le musicien excite la corde, en la frottant avec un archet pour le violon, en la grattant pour la guitare, un son est émis. Ci-dessous, sont représentés les spectres d'un la émis par une guitare et un violon. On constate la présence d'un grand nombre d'harmoniques, tous multiples de la fréquence du fondamental.

Pourquoi le son émis est ainsi constitué ?

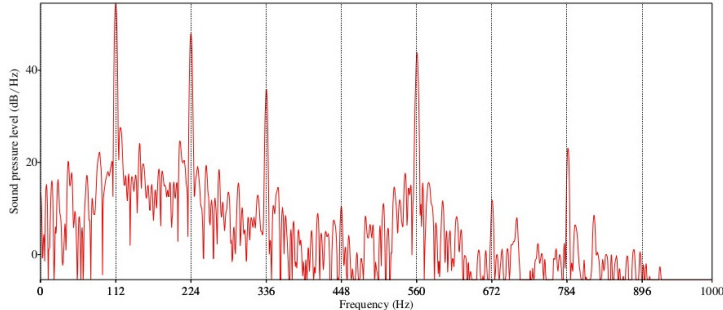


FIGURE 3 – Spectre du son émis par la corde de La d'une guitare (d'après <http://images.math.cnrs.fr/Spectre.html>)

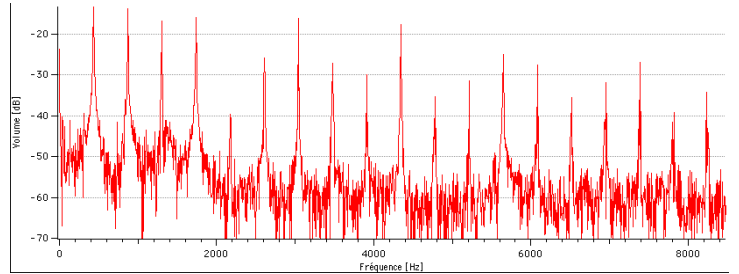


FIGURE 4 – Spectre du son émis par la corde de La d'un violon (d'après <http://www.cuk.ch/articles/2468>)

III.1 Onde le long d'une corde fixée à ses deux extrémités

Capacité exigible : Caractériser une onde stationnaire par l'existence de nœuds et de ventres.

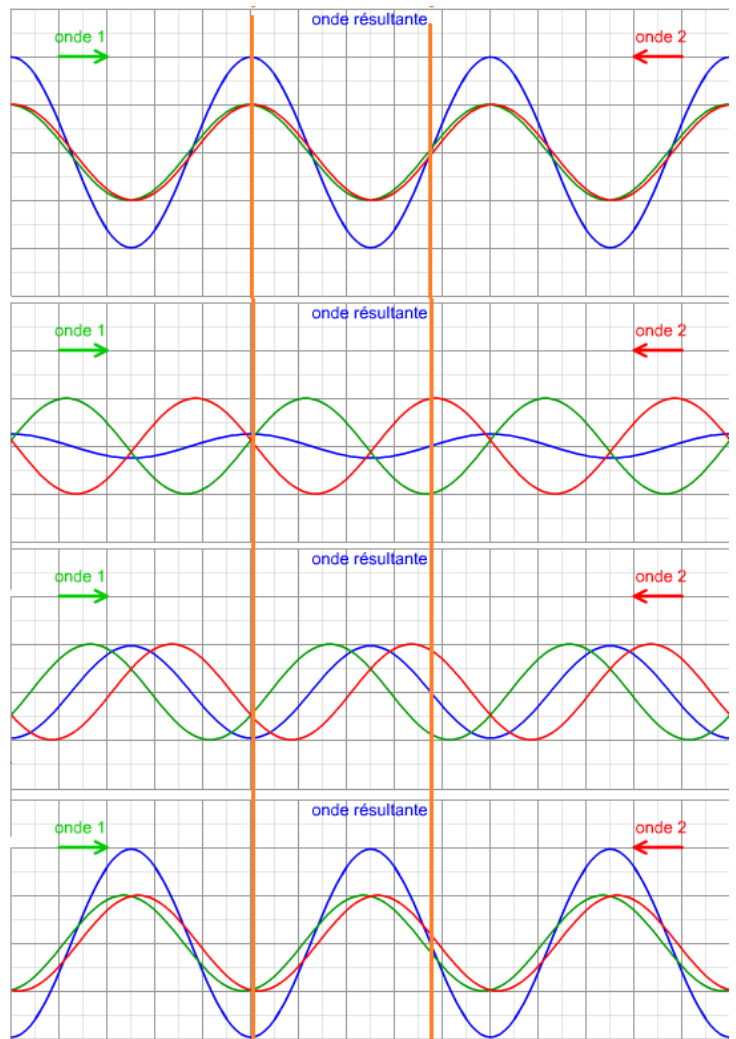
http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/0ndes/0ndes_stationnaires/stationnaire.php

Considérons une corde fixée à ses deux extrémités (en $x = 0$ et $x = L$), le long de laquelle deux ondes progressives sinusoïdales de même amplitude se propagent en sens inverse :

- une onde n°1 (=onde incidente) se propageant selon $(+\vec{u}_x)$,
- une onde n°2 (=onde réfléchie) qui se propage selon $(-\vec{u}_x)$, provenant de la réflexion de l'onde incidente en $x = L$.

Q1. Comment est définie une onde progressive ?

Q2. Quelle différence a-t-on entre une onde progressive et l'onde ci-dessous ? Pourquoi l'appelle-t-on « onde stationnaire » ?



♥ À retenir : Nœuds et ventres d'une onde stationnaire

Lorsque deux ondes sinusoïdales de même fréquence, de même amplitude se propagent en sens inverse, leur superposition donne naissance à une **onde stationnaire sinusoïdale**, que l'on peut caractériser par l'existence :

- de **nœuds de vibration** qui sont des points, notés N , de l'espace qui ne vibrent jamais, c'est-à-dire tels que, à tout instant, $s(x_N, t) = 0$.
- de **ventres de vibration** qui sont des points, notés V , de l'espace où la perturbation (vibration) y est à chaque instant maximale par rapport aux autres points de la corde.

L'existence de nœuds et de ventres de vibration est une **propriété caractéristique des ondes stationnaires**.

Comment écrire le signal associé à une onde stationnaire ?

— L'onde incidente progressive sinusoïdale se propage selon $(+\vec{u}_x)$. Le signal associé s'écrit :

$$s_1(x, t) = S_m \cos(\omega t - kx + \varphi_1)$$

— Le milieu étant limité, il existe une onde réfléchie se propageant selon $(-\vec{u}_x)$. Le signal associé s'écrit :

$$s_2(x, t) = S_m \cos(\omega t + kx + \varphi_2)$$

— Le signal de l'onde résultante, s'écrit $s(x, t) = s_1(x, t) + s_2(x, t) = S_m \cos(\omega t - kx + \varphi_1) + S_m \cos(\omega t + kx + \varphi_2)$

En utilisant la formule de trigonométrie $\cos(a) + \cos(b) = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$,

et en posant $\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$ et $\psi = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}$, on obtient :

$$s(x, t) = 2S_m \cos(\omega t + \varphi) \cos(kx + \psi)$$

Dans l'écriture ci-dessus, on constate que la dépendance temporelle (en t) et la dépendance spatiale (en x) n'apparaissent pas au sein de la même fonction cos/sin : on parle de **séparation des variables x et t** . Ceci est une **caractéristique des signaux associés aux ondes stationnaires**, qui les différencie des ondes progressives qui s'écrivent sous la forme $f(x \pm ct)$.

Notamment il existe des positions x pour lesquelles la fonction qui dépend de x uniquement est nulle, alors en ces positions là, l'onde est toujours nulle. Tous les points de l'espace ne sont pas atteints par la même onde puisque certains ne vibrent jamais et d'autres si.

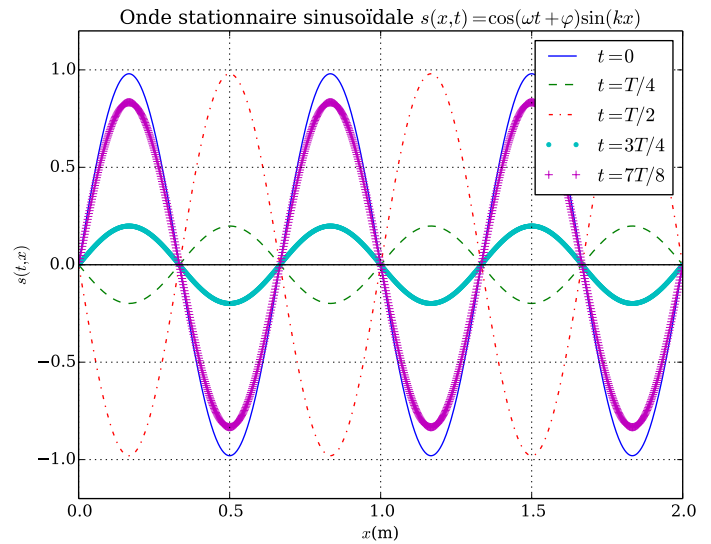
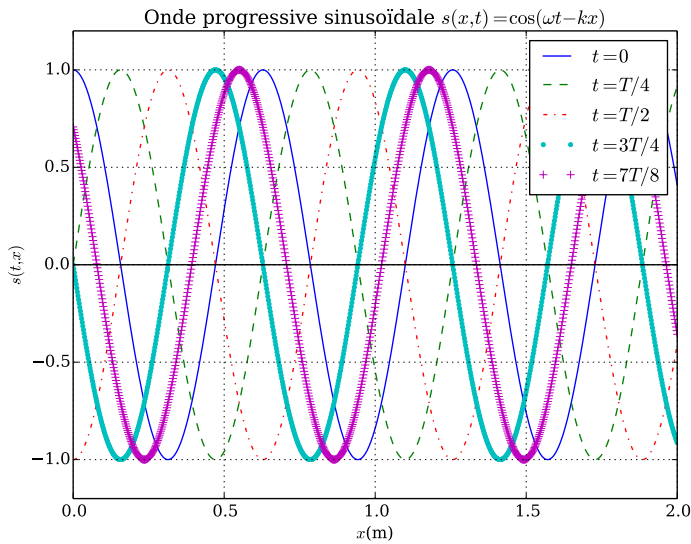
♥ À retenir : Écriture mathématique d'une onde stationnaire

- Les signaux associés aux **ondes stationnaires** s'écrivent sous la forme d'un produit d'une fonction de la position et d'une fonction du temps :

$$s(x, t) = f(x) \times g(t)$$

- Les signaux associés aux **ondes stationnaires sinusoïdales** s'écrivent sous la forme

$$s(x, t) = S_0 \cos(\omega t + \varphi) \cos(kx + \psi)$$



III.2 Modes propres

Capacité exigible : Exprimer les fréquences des modes propres connaissant la célérité et la longueur de la corde.

La corde étudiée est fixée à ses deux extrémités, en $x = 0$ et $x = L$, ce qui impose les conditions aux limites $\forall t \begin{cases} s(x = 0, t) = 0 \\ s(x = L, t) = 0 \end{cases}$, traduisant le fait qu'il n'y a aucun déplacement vertical aux deux extrémités.

Démonstration à maîtriser n°5 – Fréquences des modes propres

Le signal existant sur la corde s'écrit $s(x, t) = S_0 \cos(\omega t + \varphi) \cos(kx + \psi)$

Q1. Montrer que la condition aux limites en $x = 0$ impose $\psi = \pm \frac{\pi}{2} [2\pi]$.

Q2. Montrer que la condition aux limites en $x = L$ impose une quantification du vecteur d'onde k (c'est-à-dire que seules certaines valeurs discrètes sont possibles).

Q3. En déduire que la longueur d'onde, la pulsation et la fréquence sont également quantifiées en précisant les valeurs permises.

Q4. Représenter (en fonction de x) les trois premiers modes propres, localiser les nœuds et les ventres.

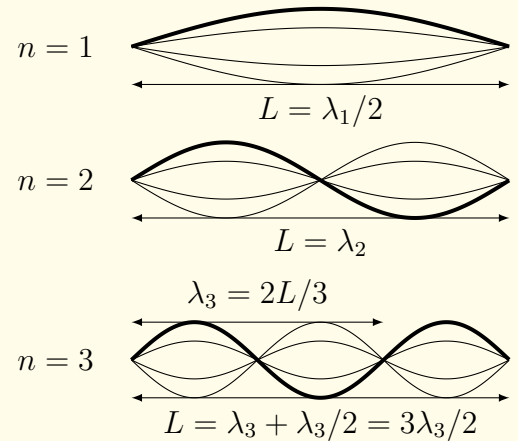
À retenir : Longueurs d'onde et fréquences des modes propres

Pour une corde fixée à ses deux extrémités, les conditions aux limites imposent une quantification des longueurs d'onde et des fréquences, avec $n \in \mathbb{N}^*$:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \Leftrightarrow L = n \frac{\lambda_n}{2} \qquad f_n = n \frac{c}{2L} = \frac{c}{\lambda_n}$$

Méthode : Comment retrouver facilement les fréquences des modes propres ?

1. Représenter les 3 premiers modes propres de la corde fixée à ses deux extrémités (ci-contre).
2. Repérer le lien entre la longueur d'onde et la longueur de la corde pour ces trois premiers modes, puis généraliser au mode n , afin d'avoir λ_n .
3. Utiliser la relation $f_n = \frac{c}{\lambda_n}$ pour en déduire les fréquences des modes propres.



III.3 Lien avec les instruments de musique à cordes

Capacité exigible : Utiliser la propriété énonçant qu'une vibration quelconque d'une corde accrochée entre deux extrémités fixes se décompose en modes propres.

Lorsqu'un musicien sollicite une corde, en la frappant, en la grattant ou en la frottant, il ne sélectionne pas un mode propre donné. La vibration engendrée n'est pas un mode propre mais une superposition des différents modes propres possibles.

À connaître : Vibration quelconque d'une corde fixée à ses deux extrémités

Une vibration quelconque d'une corde fixée entre deux extrémités fixes se décompose en modes propres, c'est-à-dire que le signal associé à cette vibration quelconque s'écrit sous la forme d'une somme des modes propres pouvant exister sur la corde :

$$s(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} s_n(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(2\pi \frac{nc}{2L}t + \varphi_n\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$$

Selon la façon dont la corde est jouée, les harmoniques sont d'amplitudes différentes, ce qui modifie le timbre du son.

Capacité exigible : Relier les notions sur les ondes stationnaires avec celles utilisées en musique. Sur le spectre (cf FIGURES ?? et ??) de l'onde émise par un instrument de musique, on peut définir deux caractéristiques musicales : la hauteur et le timbre.

Définitions : Hauteur et timbre d'un son

La **hauteur du son** est déterminée par sa fréquence, elle correspond à la **fréquence du mode fondamental**. Cette fréquence du fondamental correspond à la **note jouée**. Plus cette fréquence est faible plus la note est grave et plus cette fréquence est élevée plus la note est aigüe.

Cependant deux instruments différents peuvent jouer la même note et le ressenti sera différent. Le **timbre du son** est la propriété liée à cette différence, elle est liée aux nombres et à l'intensité des harmoniques présents.

Le spectre d'un son émis par un instrument de musique est cependant beaucoup plus complexe que celui du son émis par une corde simple fixée à ses deux extrémités, à cause de la présence de la caisse de résonance, de la nature de l'excitation de la corde ou de la colonne d'air ...

III.4 Expérience de la corde de Melde

Capacité exigible : Décrire une onde stationnaire observée par stroboscopie sur la corde de Melde.

Les modes propres d'une corde fixée à ses deux extrémités peuvent être mis en évidence en utilisant le phénomène de résonance : on excite une corde à l'une de ses deux extrémités avec un vibreur dont on peut régler la fréquence.

👁 Expérience : Corde de Melde

Revoir le TP n°... portant sur la corde de Melde.

Voir : https://www.youtube.com/watch?v=taR0_XRkL0g

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/0ndes/0ndes_stationnaires/melde.php

On étudie un dispositif appelé « Corde de Melde » constitué d'une corde de longueur L telle que :

- une des extrémités ($x = L$) est reliée à une masse au travers d'une poulie ;
- l'autre extrémité ($x = 0$) est excitée par un vibreur alimenté par un GBF. Le vibreur impose un mouvement vertical sinusoïdal d'amplitude de l'ordre de quelques mm et de fréquence f réglable via le GBF.

Q1. Qu'observez-vous lorsqu'on excite la corde avec une fréquence quelconque ?

Q2. Que se passe-t-il pour certaines fréquences particulières ? Relever les valeurs de ces fréquences ainsi que l'allure de la corde.

Ces fréquences particulières sont appelées **fréquences de résonance**, elles correspondent aux fréquences des modes propres de la corde étudiée fixée à ses deux extrémités, c'est-à-dire que lorsque la fréquence du vibreur est égale à la fréquence d'un des modes propres, il y a résonance (l'amplitude de vibration de la corde devient importante).

Utilisation d'un stroboscope (= source lumineuse émettant périodiquement des flashes de lumière blanche).

Appelons T_{strobosc} la période du stroboscope c'est-à-dire la durée séparant deux flashes. Lorsque l'on observe la corde sous les flashes du stroboscope, on voit les points de la corde aux instants : $t_i = t_0 + iT_{\text{strobosc}}$.

- Si T_{strobosc} est égale à la période du mode propre observé alors chaque point de la corde semble immobile : la corde paraît fixe.
- Si T_{strobosc} est égale à un multiple de la période du mode propre observé alors chaque point de la corde semble immobile : la corde paraît fixe. Cependant nous ne verrons pas chaque aller-retour de la corde.
- Si T_{strobosc} est égale à un sous-multiple de la période du mode propre observé alors nous verrons la corde à plusieurs endroits (par ex. « en haut » et « en bas » si $T_{\text{strobosc}} = T/2$).
- Si T_{strobosc} est légèrement différente à T_n alors chaque point de la corde aura un peu bougé entre deux éclairs : on visualise alors un mouvement ralenti.

IV Battements

Capacité exigible : Déterminer une différence de fréquences à partir d'enregistrements de battements ou d'observation sensorielle directe.

Expérience : Battements

Un diapason émet un La3 pur à 440 Hz (aucun harmonique), ce qui permet d'accorder les instruments avec. On fait vibrer simultanément deux diapasons, l'un à 440 Hz et l'autre légèrement désaccordé par l'ajout d'une masselotte sur l'une des deux branches.

Q1. Qu'entendez-vous ?

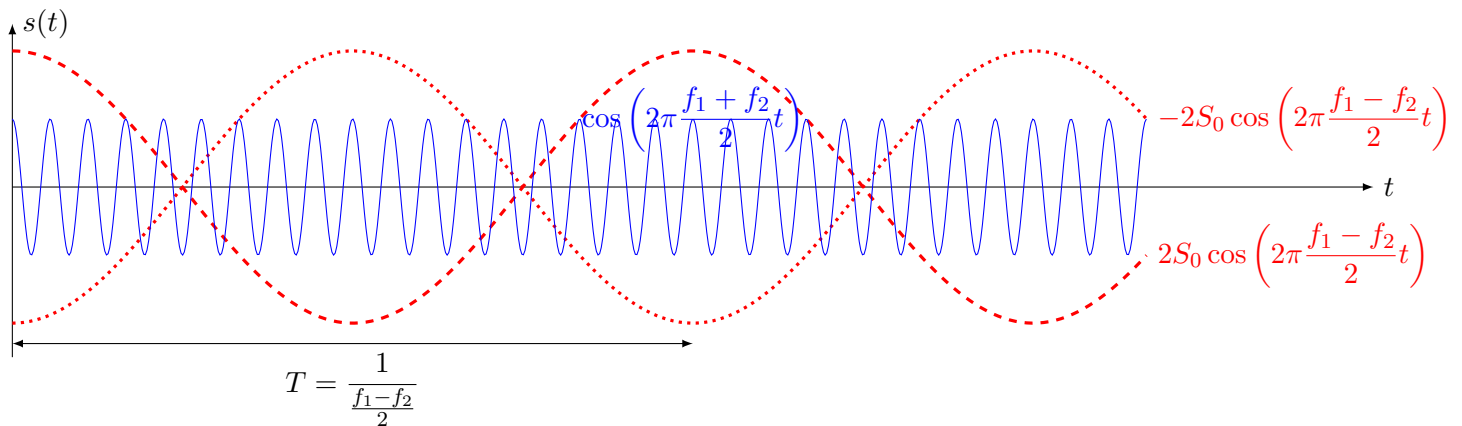
Q2. Que se passe-t-il si on augmente le désaccord (on augmente l'écart entre les deux fréquences) ?

Traduisons cela à l'aide de l'écriture des deux signaux de fréquences très proches et de même amplitude (ce qui revient à supposer que les deux diapasons ont été frappés avec la même force) : $s_1(t) = S_0 \cos(2\pi f_1 t)$ et $s_2(t) = S_0 \cos(2\pi f_2 t)$

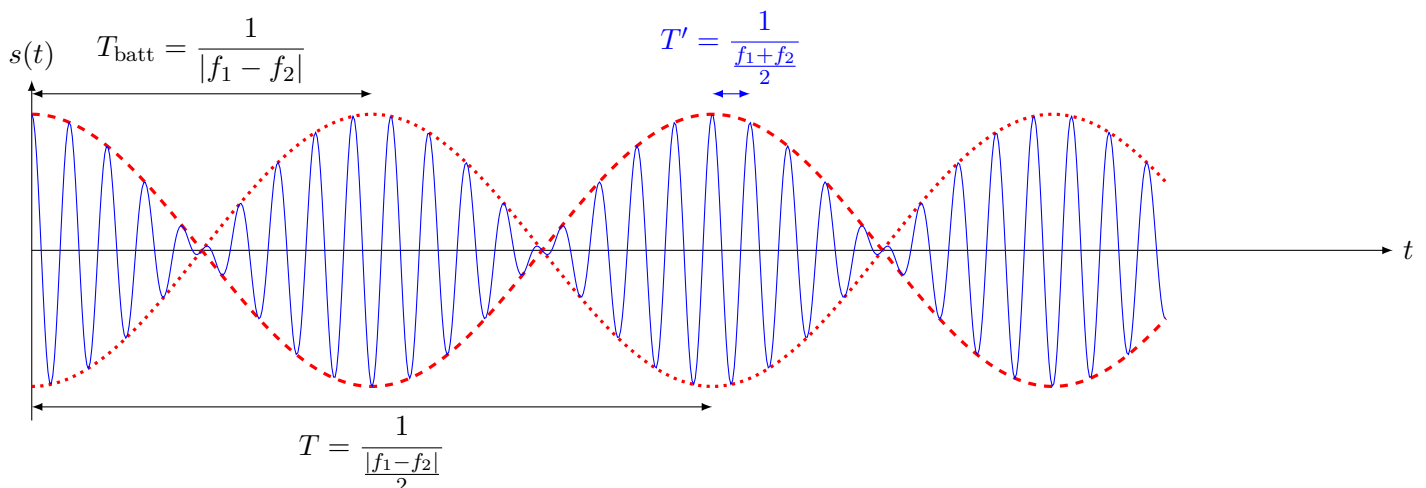
Le signal transporté par l'onde résultante s'écrit : $s(t) = S_0 (\cos(f_1 t) + \cos(f_2 t))$, soit

$$s(t) = \underbrace{2S_0 \times \cos\left(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t\right)}_{\substack{\text{Signal de fréquence faible} \\ \text{Amplitude lentement variable du signal de fréquence élevée}}} \times \underbrace{\cos\left(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t\right)}_{\text{Signal de fréquence élevée}}$$

On peut décrire le signal résultant comme étant un signal $\cos\left(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t\right)$ de fréquence $\frac{f_1 + f_2}{2}$ « élevée » dont l'amplitude varie lentement entre $2S_0 \cos\left(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t\right)$ et $-2S_0 \cos\left(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t\right)$.



En réalisant la multiplication de ces deux signaux :



♥ **À retenir : Battements**

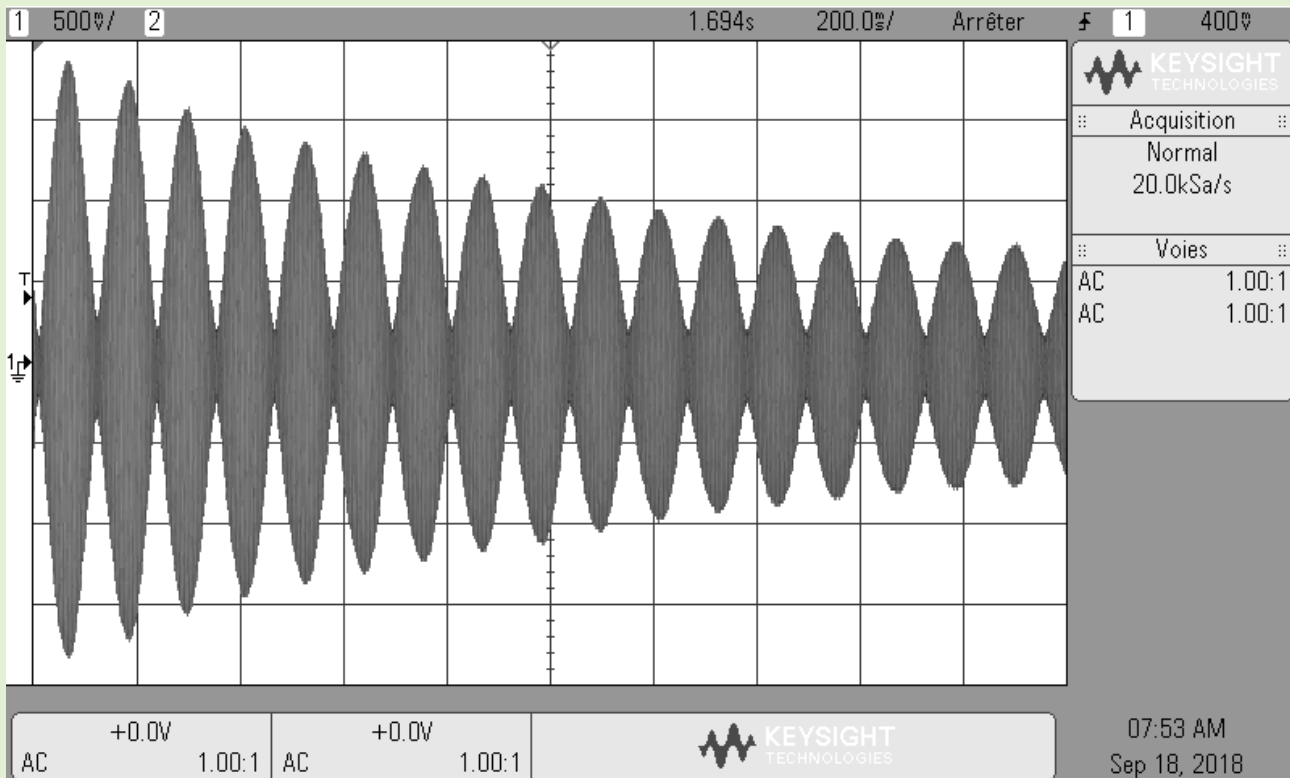
Le **phénomène de battements** est observé lorsqu'on superpose deux ondes sinusoïdales de fréquences proches f_1 et f_2 telles que

$$|f_2 - f_1| \ll f_1 \text{ et } |f_2 - f_1| \ll f_2$$

Il est caractérisé par une modulation périodique de l'onde constituée de la superposition des deux signaux de fréquences proches à une fréquence $f_{\text{batt}} = |f_2 - f_1|$ appelée **fréquence des battements** et de période

$$T_{\text{batt}} = \frac{1}{|f_2 - f_1|} \text{ appelée période des battements.}$$

🍷 **Activité n°6** –



- Q1. Déterminer, sur l'oscillogramme ci-dessus, la période puis la fréquence des battements.
- Q2. Sachant que l'un des deux diapasons n'était pas désaccordé, déterminer les fréquences possibles pour l'autre diapason.

Faire vibrer l'air avec

François Gautier, Jean-Loïc Le Carrou et Vincent Doutaut

Du frottement d'une corde jusqu'au rayonnement acoustique de l'instrument entier, les physiciens élucident les propriétés de la harpe pour développer des outils d'aide à la facture instrumentale.

Le 9 mars 1967, un étrange instrument de « musique » est inventé... par Gaston Lagaffe dans le journal *Spirou*. Ce gaffophone tient plus de l'engin de démolition par les nombreux dégâts que ses vibrations ont entraînés que de la harpe dont il est pourtant une sorte d'avatar. À l'occasion d'un concours, quelques amateurs se risquèrent à construire de vrais gaffophones, mais aucun n'a intégré d'orchestre sympho-

objectifs, d'autres reposent sur la perception subjective de l'instrument par l'auditeur. Pourtant, les implications économiques font de la qualité un enjeu majeur, car elle justifie souvent des différences de prix établis.

Les instruments de musique résultent d'un processus d'optimisation, par approximations successives, sur lequel les contraintes économiques pèsent en permanence. Par exemple, aujourd'hui, les accords internationaux de protection de la faune et de la flore contraignent la production d'instruments nouveaux, en limitant par exemple les prélèvements de pernamboucs (un bois brésilien) pour les archets ou de palissandres pour les guitares et les percussions.

Ces contraintes entraînent un besoin de matériaux alternatifs et d'innovations qui ne peuvent venir que d'outils scientifiques. Ils sont aussi nécessaires pour améliorer la compétitivité des entreprises artisanales. Cela place l'étude de la physique des instruments de musique au cœur d'un processus conduisant à une facture performante. Nous prendrons comme exemple un instrument à cordes pincées, la harpe. Peu étudiée, elle a néanmoins fait l'objet d'analyses récentes dans notre laboratoire. Ainsi, après avoir rappelé comment fonctionne un instrument à cordes,

nous détaillerons les spécificités de la harpe. Enfin, nous verrons en quoi la compréhension de la physique de l'instrument est utile au luthier.

Un modèle à cordes

Les instruments à cordes sont classés selon la façon dont le son est produit : on distingue ainsi les instruments pour lesquels des sollicitations sont entretenues (la corde frottée du violon) et ceux à cordes libres qui peuvent être frappées (le piano) ou pincées (la harpe ou la guitare). Dans ce dernier cas, les oscillations résultent d'une perturbation de l'état initial et constituent un phénomène quasi périodique, s'amortissant avec le temps. Rappelons que les vibrations d'une corde sont la superposition de contributions élémentaires, nommées modes, dont les fréquences sont des multiples entiers d'une fréquence dite fondamentale. Chaque mode de vibration est doté de caractéristiques, tels sa fréquence propre et son coefficient d'amortissement qui traduit la rapidité avec laquelle la corde retrouve son état initial (avant pincement).

Le rôle du luthier est de concevoir un dispositif mécanique robuste qui transforme en son la vibration de la corde. En effet, la corde est, seule, quasi incapable de mettre en mouvement l'air, et donc de créer

TOUT GENTILHOMME DOIT AVOIR un coussin sur sa chaise, une femme vertueuse et une harpe bien accordée.

Proverbe irlandais du XII^e siècle

nique, les harpistes préférant sans doute des instruments dont la qualité a fait ses preuves, notamment ceux de facteurs renommés, tel *Camac* en France.

Ces instruments haut de gamme sont le plus souvent fabriqués de façon artisanale. Mais comment définit-on la qualité d'un instrument ? Il s'agit d'une notion globale qui recouvre le rendu sonore, l'expressivité ou la facilité de jeu, et associe des critères d'ergonomie, de solidité, de tenue dans le temps, notamment en ce qui concerne l'accord de l'instrument. Certains de ces attributs sont



© Shutterstock/Gaetano

un son audible. Elle est donc associée à un système vibrant plan, une plaque nommée table d'harmonie (voir la figure 1). Cet élément a un rôle essentiel, celui du rayonnement acoustique, mécanisme par lequel la structure vibrante (principalement la table) transmet son mouvement à l'air environnant, mouvement ensuite propagé de proche en proche jusqu'à nos oreilles.

Cependant, pour une plaque seule, les rayonnements des deux faces créent des contributions presque opposées qui ont tendance à s'annuler. L'introduction d'une cavité diminue ce phénomène de court-circuit acoustique en réduisant le rayonnement de la face arrière de la plaque. Enfin, l'aménagement de trous dans cette cavité, des ouïes ou des événements, produit une résonance des basses fréquences qui augmente l'importance du champ rayonné dans ce registre de fréquences. La plupart des instruments à cordes sont construits sur ce modèle, dont nombre de paramètres sont ajustables par le luthier. Le choix de l'artisan est un équilibre entre son intuition et des règles issues de l'analyse du fonctionnement acoustique des instruments.

Examinons maintenant une harpe. Connue depuis l'Antiquité sous sa forme actuelle (elle est représentée sur un sceau sumérien), elle a néanmoins beaucoup évolué et donné lieu à de multiples modèles selon la forme, la taille et le nombre de

cordes. La grande harpe, ou harpe de concert, utilisée dans l'orchestre symphonique, est constituée de 47 cordes, fixées entre la console, en haut, et la table d'harmonie, en bas. Cette dernière est constituée d'une plaque faite de plusieurs couches, en bois et en fibres de carbone, dont la composition exacte est à la discrétion du luthier.

Couplages sympathiques

Cette plaque, trapézoïdale, est renforcée par plusieurs raidisseurs et par une barre centrale métallique. L'arrière de la table est raccordé à une caisse de résonance tronconique, tandis qu'une colonne soutient la console à l'avant. La difficulté d'accorder l'instrument est connue, tant les tensions des cordes rendent l'équilibre mécanique précaire. Un jeu de sept pédales reliées à un système de tiges articulées près de 1 500 pièces mécaniques différentes permet de modifier la longueur vibrante de chaque corde, et donc sa fréquence fondamentale.

Autre particularité de l'instrument, les nombreuses cordes créent des résonances par sympathie: la vibration d'une corde donnée entraîne, essentiellement par couplage solide, c'est-à-dire *via* les points d'insertion des cordes et l'ensemble de l'instrument, la vibration de ses voisines selon des amplitudes variables. En effet, le cou-

L'ESSENTIEL

- ✓ Le nombre de cordes d'une harpe et les tensions qu'elles exercent influent sur le son de l'instrument.
- ✓ Les phénomènes vibratoires des cordes et des éléments de la caisse de résonance sont étudiés par les physiciens qui en identifient les caractéristiques principales.
- ✓ Les physiciens mettent au point des outils d'aide à la facture instrumentale qu'utilisent les luthiers pour fabriquer des instruments plus reproductibles.



1. LA HARPE DE CONCERT est constituée de 47 cordes tendues entre la console et la table d'harmonie, celle-ci étant adossée à une caisse de résonance ajourée d'évents. Une colonne maintient l'instrument. Les pédales actionnent des fourchettes qui, selon leur position, modifient la longueur vibrante des cordes.

plage entre des cordes est d'autant plus grand qu'il existe des relations simples entre les fréquences mises en jeu : une corde excite facilement les cordes situées à l'octave (le rapport des fréquences de vibrations est égal à 2) ou à la quinte de l'octave supérieure (le rapport est de 3/2). Ces couplages sympathiques engendrent un phénomène de halo sonore, qui est une signature acoustique de l'instrument. Trop important, ce halo est gênant et peut rendre l'instrument injouable. Le luthier doit donc le maintenir dans une limite raisonnable.

Du fait de ces couplages sympathiques, parmi d'autres, les sons produits ont un grand nombre de composantes spectrales, dont les fréquences sont parfois proches. Un autre type de couplage est dû à l'existence de deux polarisations pour les cordes, correspondant à deux mouvements vibratoires, l'un dans le plan des cordes de la harpe et l'autre dans un plan perpendiculaire passant par la corde jouée.

Ces différents couplages donnent lieu à des phénomènes de battements et de décroissances multiples. De quoi s'agit-il ? Les battements sont des fluctuations lentes de l'amplitude du son dues à des interférences destructives et constructives entre des composantes spectrales de fréquences proches. Le phénomène de décroissance multiple apparaît quand plusieurs composantes du son sont amorties différemment : certaines sont dominantes au début du son, mais s'éteignent plus rapidement que d'autres, qui perdurent et sont dominantes à la fin du son (le son est alors dit rémanent). Voyons maintenant le mouvement vibratoire de la table d'harmonie, élément essentiel du rayonnement acoustique.

L'analyse de la harpe a montré que, pour les premiers modes, ceux dont les fréquences propres sont les plus basses, le volume de la caisse de résonance reste constant. Ces modes, sans grande importance acoustique, correspondent à des mouvements vibratoires de la caisse autour de ses points de fixation.

Les modes de l'instrument

En revanche, les modes de fréquences plus élevées entraînent un mouvement de flexion important de la table d'harmonie et modifient le volume interne de la cavité ; ils engendrent un rayonnement acoustique notable. C'est le cas de deux modes nommés T_1 (le premier mode de la table, ou mode de table) et A_0 (le premier mode de l'air, aussi nommé mode d'air ou mode de Helmholtz). Les modes de table mettent en jeu principalement des vibrations de la table d'harmonie, tandis que les modes d'air correspondent à des mouvements importants des masses d'air situées au voisinage des événements ; on parle de pistons d'air.

Ces deux modes sont aisément identifiables sur une guitare : en bouchant l'évent avec un bloc de mousse, le mode A_0 disparaît ; en ajoutant un poids sur la table, la fréquence du mode T_1 est décalée vers les graves.

Le mode A_0 amplifie les basses fréquences, car il donne lieu à une résonance qui relève les niveaux acoustiques autour de sa fréquence. Cet effet, nommé *bass-reflex*, est utilisé dans certaines enceintes acoustiques. Son rôle est important dans le cas de la guitare classique, où les modes A_0 et T_1 ont des fréquences voisines respectivement de 100 et 200 hertz. Petite, la table d'harmonie de la guitare

rayonne mal, c'est-à-dire de façon inefficace, les fréquences inférieures à environ 100 hertz, cela à cause du phénomène de court-circuit acoustique. Aussi, accorder A_0 à cette fréquence renforce le rayonnement de la guitare dans une plage de fréquences où la table seule fonctionne mal.

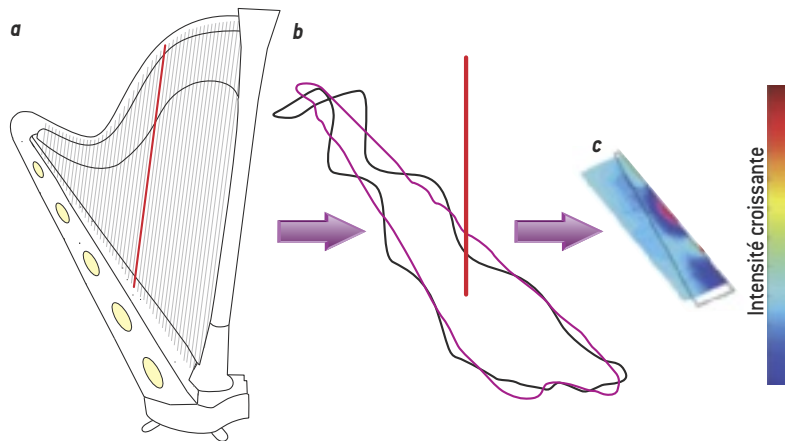
Un instrument en cours d'optimisation

Si la résonance du mode A_0 est une caractéristique acoustique importante pour une guitare, qu'en est-il pour une harpe ? Des expériences lors desquelles on a bouché tous les événements et ajouté des masses sur la table d'harmonie d'une harpe ont permis d'identifier A_0 et T_1 à des fréquences d'environ 170 et 150 hertz. Comment cela se traduit-il ? L'effet *bass-reflex* est moins marqué que dans le cas de la guitare, car les phénomènes d'amortissement sont plus importants et la présence d'autres modes que A_0 et T_1 rend la réaction de la table plus complexe et masque l'effet. Et surtout, la fréquence de A_0 est trop élevée ! Dans la harpe, le rôle attendu de l'effet *bass-reflex* serait de compléter le rayonnement en basses fréquences de la table, là où le court-circuit acoustique est important. Pour cela, la fréquence de A_0 devrait être faible, et au moins inférieure à celle de T_1 . Cette condition n'est pas remplie : la harpe n'utilise donc pas l'effet amplificateur que l'on pourrait attendre de A_0 .

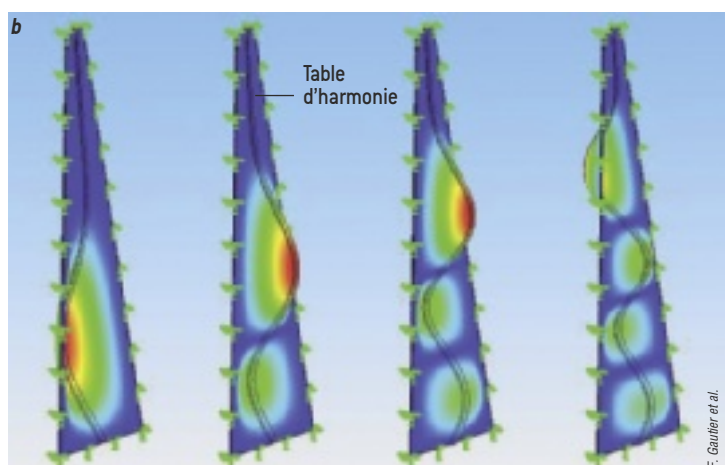
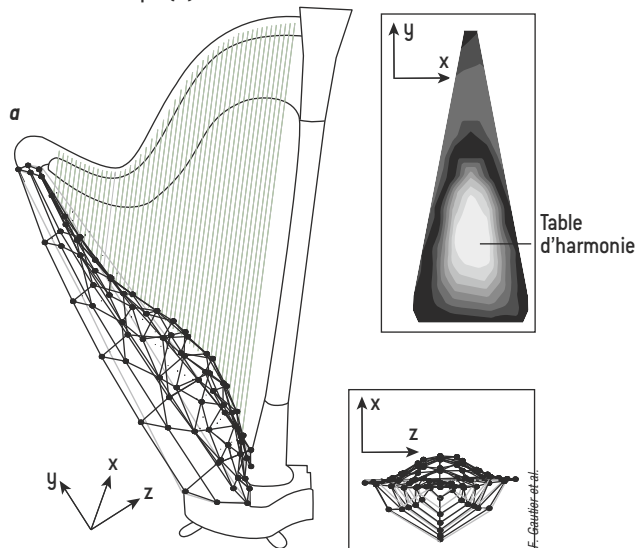
De fait, dans une harpe, les événements sont d'abord conçus pour faciliter... un accès aux cordes ! En outre, le voisinage des événements est modifié par la présence du corps de l'instrumentiste. Dans une harpe, l'effet *bass-reflex* n'est donc pas encore optimisé, ou plutôt le processus, opéré par l'histoire de la musique, est ici inachevé. Cela peut s'expliquer par le nombre de harpes fabriquées, qui est bien moins important que le nombre de guitares, pour lesquelles le processus d'optimisation est plus abouti. La harpe est donc un instrument en évolution.

Comment les cordes et la table sont-elles couplées ? Une image peut aider à répondre. L'énergie qu'une corde transmet à la table est comparable à l'eau d'un seau que l'on vide dans une mare. Quand le seau est vidé rapidement, la mare est agitée, ce qui traduit un couplage fort : la vibration et donc le son produit sont de grandes amplitudes, mais plutôt brefs. À l'inverse, quand le seau est vidé lentement, le couplage est faible : le son créé est modéré, mais dure longtemps.

Dans une harpe, ce degré de couplage est mesuré par l'admittance. Il s'agit du rapport, dans le domaine des fréquences, entre la vitesse vibratoire en un point (celle de son déplacement périodique selon un axe perpendiculaire au plan de la table) et la force appliquée pour entraîner cette vitesse. Ce paramètre dépend de la fréquence de la corde et de sa position sur l'axe où sont fixées les cordes : on peut donc représenter l'admittance sous forme d'un plan position/fréquence où les cordes sont notées par des

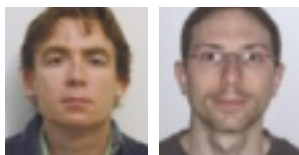


2. LA PRODUCTION D'UN SON avec une harpe se déroule selon plusieurs étapes : le doigt excite la corde [a, en rouge] qui communique son mouvement à la table d'harmonie [b, en noir] et crée un rayonnement sonore, visible sur la carte d'intensité acoustique [c].



3. L'ANALYSE MODALE d'une harpe consiste à déterminer ses modes de vibration, c'est-à-dire les fréquences et les champs vibratoires associés. On identifie ainsi le champ vibratoire de l'instrument, associé au premier mode d'air, nommé mode de Helmholtz et noté A_0 [a]. On identifie aussi les champs vibratoires correspondant aux premiers modes de la table d'harmonie [b].

LES AUTEURS



François GAUTIER est professeur au Laboratoire d'acoustique de l'Université du Maine (CNRS UMR 6613) et à l'École nationale supérieure d'ingénieurs du Mans.

Jean-Loïc LE CARROU est maître de conférences à l'Institut Jean Le Rond D'Alembert dans l'équipe Lutherie-acoustique-musique (CNRS UMR 7190) de l'Université Pierre et Marie Curie, à Paris.

Vincent DOUTAUT dirige le pôle d'innovation de l'Institut européen des métiers de la musique, au Mans.

points. Pour ces derniers, l'abscisse est la position du point d'attache et l'ordonnée, la fréquence fondamentale de la corde. L'ensemble de ces points constitue une trajectoire (voir la figure 4).

La carte d'admittance

Quelles informations en tire le luthier ? Les variations de l'admittance le long de cette trajectoire constituent un indicateur de l'homogénéité de l'instrument. Lorsque le long de la trajectoire l'admittance varie trop ou de façon chaotique, les conditions de couplage entre les cordes et la table sont alors très fluctuantes d'une corde à l'autre : certaines cordes sonnent trop, et d'autres trop peu. L'artisan en déduit alors les différences d'amplitude et de décroissance entre les cordes. Grâce à ces renseignements, il peut diagnostiquer les notes donnant lieu à un son de forte amplitude, mais s'atténuant rapidement (couplage fort) ou un son d'amplitude plus faible, mais durant plus longtemps (couplage faible). Cette caractéristique, importante pour le musicien, est ainsi mesurée objectivement par des paramètres physiques pertinents.

Le luthier influe sur la carte d'admittance, sans le savoir, en modifiant la géométrie de la table et par le choix des matériaux. La trajectoire est quant à elle fixée par les fréquences de jeu et les positions des points d'accrochage.

Le physicien Chris Waltham, de l'Université de Vancouver, au Canada, a développé une interprétation physique de cette carte d'admittance. La table d'harmonie est moins épaisse près de la console qu'à proximité du pied de la colonne. C'est pour-

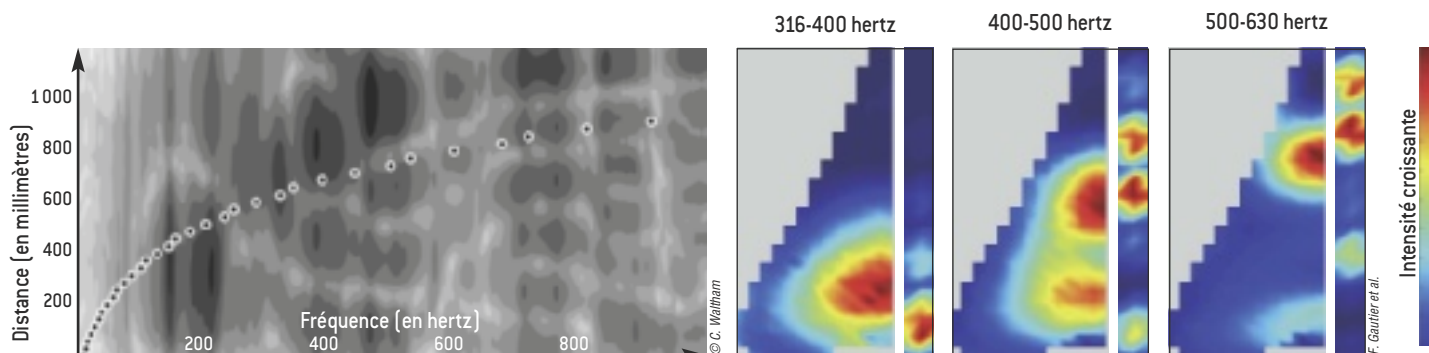
quoi, parmi les « ventres » des différents modes de flexion de la table (les régions pour lesquelles le champ vibratoire de ce mode est maximal), celui qui est dans la partie supérieure de l'instrument (la plus souple) a une amplitude supérieure à celle de ses voisins. Ce ventre, plus marqué que les autres, est d'autant plus haut sur l'instrument que l'ordre de ce mode est élevé.

La carte d'admittance met en évidence ce résultat : quand la fréquence augmente, le nombre de ventres visibles augmente (un ventre pour une fréquence de 200 hertz et six à 850 hertz), les régions pour lesquelles l'admittance est la plus élevée (les régions noires de la carte de la figure 4) correspondant aux ventres de grande amplitude. Du point de vue acoustique, ce phénomène a une conséquence importante en termes de directivité.

En effet, le rayonnement acoustique de l'instrument peut être décrit à l'aide de sources élémentaires équivalentes nommées monopoles acoustiques. La répartition dans l'espace de ces monopoles révèle les zones actives de l'instrument, c'est-à-dire les sources acoustiques du système. Les études menées dans notre laboratoire montrent que les sources acoustiques équivalentes à l'instrument se déplacent vers sa partie supérieure lorsque la fréquence augmente.

L'ingénierie mécanique a notablement évolué depuis 50 ans grâce aux modèles numériques qui mettent en évidence les effets de modifications structurelles et évitent la construction de prototypes longs et coûteux à réaliser. La lutherie utilise aujourd'hui ces outils pour guider ses évolutions.

Les artisans disposent ainsi d'un prototype virtuel dont la conception est assistée par ordinateur. Toutefois, la connaissance



4. LA CARTE D'ADMITTANCE d'une table d'harmonie de harpe décrit le degré de couplage entre cordes et table [plus il est fort, plus la zone est noire], qui dépend de la fréquence et de la position sur l'axe de l'instrument. Chaque corde est représentée par un point, dont l'abscisse est la fréquence fondamentale de la corde et l'ordonnée la position de son point de fixation.

5. CARTE D'INTENSITÉ ACOUSTIQUE rayonnée par une harpe de concert pour trois bandes de fréquences [pour chacune, à gauche, la table d'harmonie et à droite, les événements]. En basses fréquences, le son est surtout émis par la partie inférieure, la plus large. Quand la fréquence augmente, les régions de forte intensité acoustique se déplacent vers le haut.

LE DOIGT ET LA CORDE

Pour émettre un son, le musicien pince la corde de l'instrument. Cette opération modifie l'état initial et met en oscillation des cordes, ce qui produit un son. Dans cette première étape, l'interaction du doigt et de la corde joue un rôle essentiel, car l'instrumentiste contrôle de nombreux paramètres rendant l'excitation dépendante de sa morphologie. Pour la harpe de concert, le pincement de la corde s'effectue par la pulpe du doigt et peut se décomposer en deux étapes avant le lâcher. D'abord, le musicien tire la corde jusqu'à exercer une tension maximale, puis laisse glisser la corde sur sa première phalange. Cette façon d'attaquer la corde est caractéristique du son de chaque harpiste, ce qui rend possible l'identification de l'instrumentiste dès les premières notes jouées. Pour approfondir notre connaissance sur ce pincement et en caractériser les paramètres physiques discriminants, nous avons mis au point un modèle de cette interaction tenant compte de l'élasticité du doigt et du frottement (similaire à celle d'un archet sur une corde de violon). Le geste instrumental étant rapide, nous avons obtenu les paramètres d'un tel modèle à l'aide d'une caméra rapide. Les déplacements du doigt et de la corde au cours du pincement ainsi mesurés, nous avons estimé les paramètres de l'interaction : l'élasticité du doigt et les caractéristiques de frottement, variables selon les instrumentistes, rendent compte de certaines différences acoustiques que l'on peut percevoir entre les musiciens. Là encore, le modèle physique permet d'éclairer le fonctionnement de l'instrument.



© C. Luzzati

des caractéristiques mécaniques d'un instrument, qui sont les données qu'utilise ce type de modèle, n'est pas toujours aisée. En effet, les paramètres mécaniques du bois varient souvent selon les échantillons et dépendent en outre des conditions hygrométriques et thermiques. Les caractéristiques des liaisons mécaniques, tels les collages, ainsi que les précontraintes introduites dans l'instrument lors de la fabrication sont également difficiles à quantifier. Néanmoins, les informations fournies par ces modèles sont riches et révèlent des quantités physiques difficilement mesurables, comme les transferts ou les couplages entre certaines parties du système. Le prix à payer pour faire « chanter les équations » est le temps de calcul.

L'aide à la facture

Les caractéristiques vibratoires et acoustiques d'un instrument sont utiles pour l'analyse de son fonctionnement. Ces caractéristiques sont accessibles *via* nombre d'outils, mais il s'agit le plus souvent d'instruments de laboratoire difficiles à mettre en œuvre chez les artisans luthiers.

Aujourd'hui, des outils métrologiques dédiés, à coût réduit, portables et robustes sont développés pour répondre aux besoins de la profession. À titre d'exemple, cette

démarche a été entamée au Laboratoire d'acoustique de l'Université du Maine (LAUM) depuis plusieurs années, en particulier grâce à des projets d'élèves de l'École nationale d'ingénieurs de l'Université du Maine (l'ENSIM) en lien avec le pôle d'innovation de l'Institut technologique européen des métiers de la musique (l'ITEMM) et les activités de l'Union nationale de la facture instrumentale (l'UNFI). Pour le luthier, quatre applications sont visées.

D'abord, l'établissement d'une sorte de carte d'identité technique, qui facilite la traçabilité des interventions tout au long de la vie de l'instrument. En cas de restauration ou de réparation, les comportements d'origine peuvent ainsi être retrouvés et l'on mesure la qualité d'une intervention, par exemple le revernissage. Ensuite, l'artisan s'assure de la reproductibilité d'un procédé de fabrication en archivant des fréquences modales à différents stades. Les outils métrologiques aident également au choix du matériau. Enfin, on peut confectonner des copies d'un instrument de référence, non pas uniquement en copiant sa géométrie, ses matériaux et son aspect, mais en reproduisant ses modes de vibration.

Si Gaston Lagaffe avait eu vent de ces outils, son gaffophone n'aurait sans doute pas été utilisé pour mettre en déroute des chasseurs de baleines! ■

✓ BIBLIOGRAPHIE

J.-L. Le Carrou, *Vibroacoustique de la harpe de concert*, Musique et Technique, Ed. ITEM, Le Mans, 2008.

C. Waltham *et al.*, *Vibrational characteristics of harp soundboards*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 124 (3), pp. 1774-1780, 2008.

J.-L. Le Carrou *et al.*, *Experimental study of A_0 and T_1 modes of the concert harp*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 121 (1), pp. 559-567, 2007.

A. Chaigne, *Comprendre la guitare acoustique*, Pour la Science, Dossier n° 52, pp. 74-75, juillet 2006.

I. Brémaud, *Diversité des bois utilisés ou utilisables en facture d'instruments de musique*, Thèse de doctorat, Université de Montpellier II, 2006.