TD0 : Analyse dimensionnelle, incertitudes

Exercice 1 : Conversion d'unité

Exprimer ces différentes grandeurs physiques dans leur unité SI :

a) $S = 0{,}01\,\mathrm{cm}^2$ b) $\lambda = 589\,\mathrm{nm}$ c) $V = 48\,\mathrm{mm}^3$ d) $v = 30\,\mathrm{km/h}$ e) $\Phi = 1{,}5\,\mathrm{mW}\cdot\mathrm{cm}^{-2}$

Exercice 2 : Aire d'un cercle

Calculer l'aire $\mathscr{A}$ d'un cercle dont le rayon vaut $R = 5{,}20\,\mathrm{cm}$; $u(R) = 0{,}10\,\mathrm{cm}$. Quelle est l'incertitude-type relative du résultat obtenu ?

Exercice 3 : Mesurage d'une résistance

1. On mesure au multimètre la tension U aux bornes d'un résistor et l'intensité I qui le traverse. En choisissant les calibres de manière optimale, on obtient les valeur $U = 6{,}175\,\mathrm{V}$ et $I = 27{,}88\,\mathrm{mA}$. Déterminer la valeur de la résistance R avec son incertitude-type. On utilisera la notice du poly de cours.
2. Avec un autre multimètre de la même série on mesure directement la résistance à l'ohmmètre ; on trouve $R = 218{,}7\,\Omega$ au calibre optimal. Les valeurs obtenues par les deux méthodes sont-elles compatibles entre elles ?

Exercice 4 : Homogénéité

Un solide de masse m en mouvement dans un fluide visqueux est soumis à une force de frottement qu'on peut modéliser de la manière suivante : $\vec{F} = -\alpha\vec{v}$ où $\vec{v}$ est la vitesse de translation du solide et α est appelé coefficient de frottement fluide.

1. Déterminer les exposants dimensionnels de α. En déduire son unité SI.
2. Le solide, lâché sans vitesse initiale, est entraîné par son poids dans un mouvement de chute. Au bout d'un certain temps τ, le mouvement du solide devient quasiment rectiligne et uniforme. Laquelle de ces relations permet de caractériser τ ?

   a) $\tau = \dfrac{\alpha}{m}$ b) $\tau = \dfrac{m}{\alpha}$ c) $\tau = m\alpha$ d) $\tau = \dfrac{1}{m\alpha}$

3. On note g le champ de pesanteur terrestre supposé uniforme et on néglige la poussée d'Archimède. Laquelle de ces relations permet d'obtenir la vitesse limite du solide ?

   a) $v = \dfrac{m\alpha}{g}$ b) $v = \dfrac{\alpha}{mg}$ c) $v = \dfrac{mg}{\alpha}$ d) $v = \dfrac{m}{g\alpha}$

Exercice 5 : Satellite en mouvement circulaire

Un satellite en mouvement circulaire autour de la Terre se déplace à une vitesse constante V_0 qui dépend de G, de la masse M_T de la Terre et du rayon R de la trajectoire suivant la loi :

$$V_0 = G^\alpha M_T^\beta R^\gamma$$

Déterminer les valeurs numériques de α, β et γ.

⋆ Exercice 6 : Test de condensateurs du commerce

Un fabricant propose des condensateurs de capacité $C = 80\,\mathrm{nF}$ avec une tolérance de 5%. Un expérimentateur mesure la capacité d'un lot de vingt condensateurs choisis au hasard parmi cette série. Les valeurs obtenues sont indiquées dans le tableau ci-dessous (en nF), on négligera leur incertitude.

78,4	80,9	83,2	83,7	79,7	74,0	78,4	82,3	76,5	76,8
74,6	76,0	84,7	74,4	75,8	84,6	82,2	88,5	80,4	81,7

1. Déterminer la moyenne $\overline{C}$ et l'écart-type σ_C des valeurs obtenues.
2. Déterminer l'incertitude-type $u(\overline{C})$ puis calculer l'écart normalisé entre la valeur expérimentale $\overline{C}$ et celle proposée par le fabricant. Y a-t-il une raison de remettre en question la valeur de 80 nF proposée par le fabricant ?
3. On peut montrer que pour un ensemble de N mesurages indépendants d'une grandeur X qui suit une dispersion gaussienne, l'écart-type des N mesures vérifie $u(\sigma_X) = u(\overline{X})/\sqrt{2}$. Déterminer l'incertitude-type $u(\sigma_C)$ puis calculer l'écart normalisé entre la valeur expérimentale σ_C et celle proposée par le fabricant. Y a-t-il une raison de remettre en question la valeur de 5% proposée par le fabricant pour la tolérance ?

⋆ Exercice 7 : Longueur capillaire

Soit un tube creux de diamètre intérieur D, au-dessus d'un liquide de masse volumique ρ, dans le champ de pesanteur g. Dans le cas où le diamètre du tube est “petit”, le liquide monte dans le tube sous l'effet de l'action des forces de tension superficielle (voir figure 1). C'est le phénomène de *capillarité*. L'importance de ces forces est caractérisée par le coefficient de tension superficielle, noté A et homogène à une énergie surfacique.

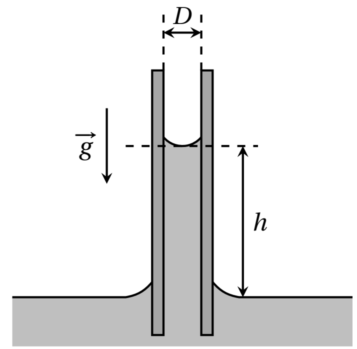

Figure 1 : Le fluide monte dans un tube de section D et sa surface libre forme un ménisque incurvé vers le bas

À l'équilibre, la résultante des forces de tension superficielle compense exactement le poids de la colonne de liquide présente à l'intérieur du tube.

1. On note D_c le diamètre critique à partir duquel il est possible de négliger l'influence de la tension superficielle. Proposer une relation homogène reliant D_c, A, ρ et g, sous la forme d'une loi de puissance. On admettra par la suite que le facteur de proportionnalité sans dimension est égal à 1.
2. Calculer D_c pour l'eau. Cette longueur est appelée longueur capillaire.

Données : $\rho = 1{,}0\cdot10^3\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$, $A = 75\cdot10^{-3}\,\mathrm{SI}$, $g = 10\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$.

⋆⋆ Exercice 8 : Éolienne

Une éolienne dont le rotor a un diamètre D développe une puissance électrique de 700 W lorsque le vent souffle avec une vitesse de 24 nœuds (environ $44\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$).

1. L'éolienne est un dispositif qui convertit l'énergie cinétique de l'air en énergie électrique. La puissance développée dépend de la vitesse du vent, du diamètre du rotor et de la masse volumique de l'air. Établir la relation entre ces différents paramètres, sous la forme d'une loi de puissance. Justifier la valeur obtenue pour l'exposant du diamètre avec un argument physique.
2. Calculer la puissance développée par l'éolienne si le vent souffle à 20 nœuds.

⋆⋆⋆ Exercice 9 : Mesure de distance

L'image ci-contre a été extraite d'un fichier vidéo réalisée avec un téléobjectif 800mm (objectif de très longue focale qui permet un cadrage très serré d'une scène éloignée) et qui représente le sportif de l'extrême Dean Potter en équilibre sur un fil au-dessus du vide, au sommet du Cathedral Peak, dans le parc national du Yosemite en californie, avec la Lune en toile de fond.

Calculer la distance entre l'objectif du photographe et l'équilibriste. Pour répondre à cette question, on négligera tout effet de déformation de l'image dû à l'objectif photographique et on ne s'interressera pas à son fonctionnement. On admettra simplement que la taille d'un objet mesuré sur la photographie est proportionnel à l'angle sous lequel il est vu depuis l'appareil photo.

Données : à vous de réfléchir aux données numériques dont vous avez besoin pour répondre à cette question ! Avec un peu d'efforts, vous pouvez toutes les trouver en faisant une recherche sur internet par exemple. Une indication quand même : la photo a été prise le 12 juillet 2011...

Remarque : cet exercice de type résolution de problème nécessite de l'autonomie et de l'initiative. À vous de formuler des hypothèses, faire des approximations, sélectionner les paramètres importants et estimer leur valeur numérique si nécessaire. On attend un résultat accompagné d'une incertitude.

Solutions

Ex2 : $\mathscr{A} = 84,9\,\mathrm{cm^2}$; $u(\mathscr{A}) = 3,3\,\mathrm{cm^2}$, $u(\mathscr{A})/\mathscr{A} = 3,8\,\%$

Ex3 : 1. $R = 221,5\,\Omega$; $u(R) = 1,5\,\Omega$

Ex4 : 2. b), 3. c)

Ex5 : $\alpha = \beta = 1/2 \quad \gamma = -1/2$

Ex6 : 1. $\overline{C} = 79,84\,\mathrm{nF}$; $\sigma_C = 4,0\,\mathrm{nF}$.

2. $u(\overline{C}) = \sigma_C/\sqrt{20} = 0,90\,\mathrm{nF}$. 3. $u(\sigma_C) = 0,64\,\mathrm{nF}$; EN = 2,7

Ex7 : $D_c = \sqrt{\dfrac{A}{\rho g}} = 2,7\,\mathrm{mm}$. Avec de l'eau, si le diamètre du tube est très supérieur à 3 mm, il est possible de négliger les forces de tension superficielle.

Ex8 : 1. l'exposant de D est égal à 2.
2. $\mathscr{P} = 4,1\cdot 10^2\,\mathrm{W}$ pour une vitesse de 20 nœuds.

Données résolution de problème : le rayon de la Lune est de 1737 km, ce jour-là (12 juillet 2011), la Lune se trouvait à une distance de la Terre environ égale à $3,77 \times 10^5$ km (www.calendrier-lunaire.net), Dean Potter mesurait $1,96$ m (wikipedia).

“S’il y avait un rider ultime, Dean Potter pourrait postuler à ce titre honorifique. Cet Américain de 40 ans a déjà pratiqué l’alpinisme, le base jump, le wingsuit, la slackline, l’escalade et la highline. C’est une référence des sports extrêmes et il cumule de nombreux exploits et record dans toutes ces disciplines comme par exemple le record du plus long saut en base jump du monde en 2008. Le National Geographic lui a consacré l’année dernière un documentaire de 48 minutes intitulé "l’homme qui peut voler" et que vous pouvez revoir en intégralité ici. Dans ce film, on peut notamment voir une séquence du rider sur la Cathedral Peak, en highline. Filmé à 1,6 km par les équipes du film dirigé par Michael Schaefer avec un objectif de 800 mm, la séquence est magique avec la lune qui se lève en toile de fond.”

Extrait de http://www.meltyxtrem.fr/moonwalk-highline-sur-fond-de-leve-de-lune-a-cathedral-peak-avec-dean-potter-a150213.html